

4115

Aus Natur und Geisteswelt
Sammlung wissenschaftlich-gemeinverständlicher Darstellungen

608. Bändchen

Die Landmessung

Von

Friedrich Suckow

Geheimem Finanzrat und vortragendem Rat im Finanzministerium

Mit 69 Zeichnungen im Text



Handelwissenschaftliche Verknüpfung

„Sipsiensta“

Verlag und Druck von V. G. Leubner in Leipzig und Berlin 1919

Dorwort.

Die vorliegende Darstellung der „Landmessung“, die ich zu einer von dem Verlag in der Sammlung *AMG* herausgegebenen Reihe von Bändchen zur Vermessungs- und Kartenkunde als Beitrag geliefert habe, soll den Absichten und Zwecken der Sammlungsbändchen entsprechend eine Einführung in die „Landmessung“ bieten, die es dem Laien und jüngeren Sachmann ermöglicht, sich selbständig in sie einzuarbeiten und sich über sie zu unterrichten. Sie will aber nicht etwa den Anspruch erheben, ein vollständiges Handbuch für die in der Praxis stehenden Landmesser zu sein.

Um Wiederholungen zu vermeiden und den dem einzelnen Bändchen zur Verfügung stehenden begrenzten Rahmen möglichst auszunutzen, wurde für die gesamte Reihe eine planmäßige Verteilung des Stoffes vorgenommen, bei der die Behandlung einer in den einzelnen Zweigen der Vermessungs- und Kartenkunde Anwendung findenden Hilfswissenschaft jeweils dem Gebiet zugewiesen wurde, zu dem es in engster Beziehung stand. Aus diesem Grunde ist in dem vorliegenden Bändchen die Behandlung der trigonometrischen Punktbestimmung mit überschüssigen Messungsergebnissen (vgl. Bd. 609 Ausgleichsrechnung), der trigonometrischen und barometrischen Höhenmessung und der Tachymetrie (vgl. Bd. 612, Herstellung von Karten und Krokis) ausgeschaltet worden.

Die bei der Bearbeitung des Bändchens benutzten Werke habe ich im Quellennachweis aufgeführt. Die Zeichnungen 2, 3, 5, 6, 7 und 8 habe ich mit gütiger Erlaubnis des Herrn Professors Dr. Anton Baule dessen „Lehrbuch der Vermessungskunde“ (Verlag B. G. Teubner) entnommen. Ebenso gestattete mir Herr Professor Dr. O. Eggert, für einige Zeichnungen die betr. Figuren seiner „Einführung in die Geodäsie“ (Verlag B. G. Teubner) zu benutzen. Eine Anzahl weiterer Zeichnungen sind von den betr. mechanischen Werkstätten zur Verfügung gestellt worden.

Berlin, Juli 1919.

Sudow.

Schutzformel für die Vereinigten Staaten von Amerika:
Copyright 1919 by B. G. Teubner in Leipzig

Alle Rechte, einschließlich des Übersetzungsrechts, vorbehalten.

Inhaltsverzeichnis.

Dorwort.	Seite 2
------------------	---------

Einleitung.

1. Geschichtlicher Rückblick	5
2. Überblick über die Landmessung	9
3. Einiges über Beobachtungsfehler und ihre Ausgleichung	12

I. Geometrische und trigonometrische Horizontalaufnahmen.

A. Die Aufnahme mit einfachen Hilfsmitteln.

1. Längenmeßwerkzeuge	16
2. Abstecken rechter Winkel	18
3. Die Aufnahme nach rechtwinkligen Koordinaten	21
4. Die Berechnung der Koordinaten für Bindepunkte (Kleinpunkte)	24
5. Die Berechnung der Flächeninhalte	28
a) Flächenberechnung aus Messungszahlen	28
b) Flächenberechnung auf graphischem Wege	30
c) Graphische Flächenberechnung unter Mitbenutzung von Messungszahlen	32
6. Die Teilung der Grundstücke	33
7. Grenzveränderung durch Ausgleichung	38

B. Der Theodolit.

1. Allgemeine Beschreibung	39
2. Das Fernrohr	43
3. Die Libellen	45
4. Die Ablesevorrichtungen	46
5. Die Untersuchung und Berichtigung des Theodolits	48

a) Die Libelle ist fest mit der Alhidade verbunden	49
b) Der Theodolit hat eine Reiterlibelle	49
6. Das Winkelmessungsverfahren	51
a) Die einfache Winkelmessung	51
b) Die Messung von Richtungsflächen	52
c) Die Einzelmessung nach dem Repetitionsverfahren	53

C. Aufnahme unter Benützung polygonometrischer Punktbestimmung (Punktbestimmung durch Theodolitzüge).

1. Polygonmessungen	55
2. Koordinatenberechnung	56
3. Berechnung der Winkel und Entfernungen aus den gegebenen Koordinaten	60
4. Polygonzüge	62
5. Knotenpunkte	65

D. Aufnahme größeren Umfanges unter Benützung trigonometrischer Punktbestimmung.

1. Die selbstständige Triangulation (Die Landestriangulation)	66
2. Das Einschalten von neuen trigonometrischen Punkten (Die Kleintriangulation)	73
3. Hilfsmessungen und Hilfsrechnungen zur Triangulierung	74
a) Berechnung einer unzugänglichen Entfernung	74
b) Umrechnung exzentrisch beobachteter Richtungen	76
4. Das Einschneiden	79
a) Das Vorwärts- und Seitwärtseinschneiden	79

	Seite		Seite
b) Das Rückwärtseinschneiden (Lösung von Collins) . . .	80	II. Nivellieren.	
c) Gleichzeitiges Einschneiden für mehrere Punkte (Hans- sensches Problem) . . .	82	1. Die Grundzüge des Nivel- lierens	94
5. Der Anschluß der Polygonzüge	84	2. Nivellierinstrumente	95
E. Die Anfertigung der Karte und die Flächeninhaltsberech- nung.		3. Nivellierlatten	99
1. Die Anfertigung der Karte	85	4. Berichtigung der Nivellier- instrumente	100
2. Die Flächeninhaltsberechnung	88	a) Berichtigung der Nivellier- instrumente mit festem Fernrohr	100
F. Absteckungsarbeiten.		b) Berichtigung der Nivellier- instrumente mit drehbarem Fernrohr und Wendelibelle (Doppelschlifflibelle) . . .	102
1. Ausrichten langer gerader Linien mit dem Theodolit .	89	c) Berichtigung der Nivellier- instrumente mit umlegba- rem Fernrohr und Reiter- libelle.	103
2. Abstecken von Kreisbögen .	90	5. Nivellieren mit Meßproben	104
a) Die Absteckung der Bogen- hauptpunkte	90	6. Ausführung von Festpunkt- nivellements	104
b) Abstecken der Einzelpunkte		7. Aufnahme von Längen- und Querprofilen	106
a) Abstecken durch recht- winklige Koordinaten von der Tangente aus .	91	8. Flächennivellements und Hö- henschichtlinien	110
β) Abstecken mit rechtwink- ligen Koordinaten von der Sehne aus	93	Quellennachweis	113
		Alphabetisches Sach- und Na- mensverzeichnis	114

Einleitung.

1. Geschichtlicher Rückblick.

Das Vermessungswesen ist mit unserm Wirtschaftsleben und unsern Interessen auf das innigste verknüpft; allenthalben begegnet man den Ergebnissen der Landmessung: Karten und Plänen, Angaben von Flächeninhalten und von Längen oder Höhen. Und doch herrscht über die Entstehung der Karten und Pläne und über die Ermittlung der Maßangaben bei den meisten Gebildeten nur wenig Kenntnis.

Man teilt die Vermessungskunde (auch praktische Geometrie oder Geodäsie — von *γη* die Erde und *δαξω* ich teile — genannt) vielfach in zwei Teile ein: in die höhere Geodäsie und die niedere Geodäsie. Die höhere Geodäsie beschäftigt sich mit der Erdmessung und hat vorzugsweise wissenschaftlichen Wert. Mit der niederen Geodäsie (Landmessung) bezeichnet man die Vermessungen, die sich auf beschränkte Gebiete erstrecken und praktischen Zwecken dienen. Eine Zwischenstellung nimmt die Landesvermessung ein, die sich mit der Vermessung und Darstellung eines ganzen Staatsgebiets befaßt.

Verfolgt man den Entwicklungsgang der Vermessungskunde, so sieht man, daß es ihr im Laufe der Zeiten ebenso gegangen ist wie anderen Gebieten der Wissenschaft und Kunst: ein verhältnismäßig hoher Stand im Altertum, dann Stillstand, Rückschritt, ja Tiefstand im Mittelalter und allmählicher Aufstieg in der Neuzeit. Ein altbabylonischer Felderplan aus dem 3. Jahrtausend v. Chr. Geburt zeugt von einer nicht geringen Kenntnis der Landmehlehre. Als Ursprungsland der eigentlich wissenschaftlichen Behandlung der Mathematik und praktischen Geometrie müssen wir Ägypten betrachten, wo die Grenzen der Grundstücke im Niltale alljährlich durch Überschwemmung zerstört und immer wieder neu abgesteckt werden mußten. Der aus der Zeit von etwa 1700 v. Chr. stammende Papyrus Rhind stellt ein Lehrbuch zum Berechnen von Flächen gleichschenkliger Dreiecke,

Trapeze und Kreise dar. Die Vermessungskunst wurde von Priestern ausgeübt; ein Teil der Inschriften des Tempels von Edfu in Oberägypten bestand in einem Plane des Grundbesizes der Priesterschaft und in den Lösungen mathematischer Aufgaben. Besondere Pflege ließen die Griechen der Geometrie angedeihen. Wir brauchen nur an Pythagoras, Sokrates, Platon, Heron von Alexandrien, Eratosthenes und Claudius Ptolemäus zu denken. Die Griechen hatten auch besonderes Interesse für die Feststellung der Gestalt und Größe der Erde, also für die Erdmessung. Von ihnen ging die Vermessungskunst auf die Römer über, deren Agrimensoren die Geometrie in ihrer praktischen Ausführung zwar verbesserten, in wissenschaftlicher Hinsicht aber nicht förderten. Erwähnenswert ist, daß sich die Grenzen bei den Römern eines besonderen Schutzes erfreuten, daß sie unter besonderen religiösen Gebräuchen und Festlichkeiten bestimmt und vermarktet wurden, und daß auf ihre Verletzung durch Verschiebung oder Beseitigung schwere Strafen, ja sogar der Tod standen. Die Grenzmale waren geheiligt und dem Jupiter terminalis (Grenzgott) geweiht. Die Agrimensoren waren übrigens nicht nur Landmesser, sondern zugleich Notare und Rentamtänner und übten bei Grenzstreitigkeiten das Amt des Richters aus. In den folgenden Jahrhunderten trat ein Rückgang in der Vermessungswissenschaft ein. Sie fand im ersten Jahrtausend n. Chr. eine gewisse Bereicherung nur noch durch die Araber, die etwa um 827 n. Chr. auch eine Breitengradvermessung ausführten. Auf ihre Sprache sind viele der heutigen geodätischen und mathematischen Ausdrücke, wie Algebra, Azimut (Neigungs- oder Richtungswinkel), Zenit und Nadir, Alhidade (Zeigerkreis am Winkelmeßwerkzeug) und wahrscheinlich auch Theodolit (Winkelmeßwerkzeug) zurückzuführen. Im Abendlande wurde das Vermessungswesen immer mehr vernachlässigt. Es verschwand allmählich sogar die richtige Vorstellung von der Gestalt der Erde. Erst Kopernikus brachte sie wieder allgemein zur Geltung. Der Aufstieg der Geodäsie und zwar zunächst nur der höheren Geodäsie begann um 1600. Damals (1617) führte der Holländer Wilibrord Snellius die erste wissenschaftliche Gradmessung durch. Sie fiel allerdings noch nicht sehr genau aus, denn man kannte damals wohl schon das Fernrohr, aber noch nicht das

Zielfernrohr mit Fadent Kreuz, das erst 1640 von Gascoigne erfunden wurde. Snellius benutzte daher zum Winkelmessen einen Quadranten, der nur Diopter (Zielspalten) hatte. Das Hauptverdienst des Snellius bestand darin, daß er für die Ermittlung der Länge des Erdbogens die Triangulation mit einer Basismessung einführte. An der ungenauen Längenermittlung krankten nämlich alle bis dahin vorgenommenen Erdmessungen. Nach Snellius Vorbild wurden weitere Erdmessungen unternommen, bei denen die Hilfsmittel, Messungs- und Rechnungsverfahren ausgebildet und vervollkommen wurden. Die eine dieser Gradmessungen (die bei Paris 1792—1799 von Méchain und Delambre ausgeführte Gradmessung) wurde durch die Einführung der neuen Längeneinheit, des Meters, veranlaßt, das möglichst genau gleich dem 10 000 000sten Teile des Meridianquadranten sein sollte. Die folgenden genaueren Gradmessungen (Bessel und Bayer 1834) ergaben aber den Meridianquadranten etwa zu 10 000 856 m. Es wurde auch später nachgewiesen, daß die Meridiane nicht gleich lang sind. Die Absicht, das Meter als Naturmaß festzusetzen, ist also mißglückt. Wir können es nur als ein künstlich festgelegtes Maß betrachten, und zwar als ein solches, dessen Urmaß in Paris aufbewahrt wird. Nach ihm wurden von dem Internationalen Maß- und Gewichtsbureau in Paris (1876—1889) Normalmeterstäbe aus Platiniridium mit H-förmigen Querschnitt hergestellt, auf denen durch Strichmarken die möglichst genaue Länge des Normalmeters bei 0° C gekennzeichnet ist. Einen solchen Normalmeterstab haben wir in der Normaleichungskommission in Berlin, die nach ihm für den Gebrauch andere Normalmeterstäbe (Urmaßkopien, Hauptnormale und Gebrauchsnormale) fertigt. Die meisten Katasterämter und Landmesser besitzen zwei Gebrauchsnormale und prüfen mit ihnen von Zeit zu Zeit die Richtigkeit ihrer Längenmeßwerkzeuge.

Von den folgenden Gradmessungen sind besonders die hannoversche von C. F. Gauß (1821—1823) und die ostpreussische von Bessel und Bayer (1834) zu erwähnen, die als die klassischen bezeichnet werden können. Ihre Genauigkeit haben sie neben dem allgemeinen Fortschritt der exakten Wissenschaften und Präzisionsmechanik der um 1800 von C. F. Gauß (Mathematiker in

Göttingen) geschaffenen Fehlertheorie und Fehlerausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate zu verdanken. Diese Fehlertheorie und Fehlerausgleichung ist, allerdings sehr viel später, auch in der niederen Geodäsie eingeführt worden und wird seit reichlich 30 Jahren bei allen Triangulationen und größeren Nivellements angewendet.

Der Aufstieg der niederen Geodäsie setzte überhaupt später ein und entwickelte sich langsamer als der der höheren Geodäsie. Zu Beginn des 19. Jahrhunderts verstanden die meisten Landmesser nichts weiter, als ein Stück Feld mit Meßkette (oder Meßrute) und dem Winkelkreuz aufzunehmen und es bei Käufen und Erbschaften durchzuteilen. Der Landmesser, der mit den logarithmischen Tafeln umzugehen wußte, galt nahezu als ein Gelehrter. Es traten damals aber bald Verhältnisse ein, die eine Hebung der Vermessungstechnik dringend erheischten: es galt in den meisten europäischen Staaten die hohen Kriegslasten, die durch die vielen Kriegszüge jener Zeit entstanden waren, gerecht zu verteilen, und dafür kam allein die Grundsteuer als die bedeutendste Steuer aller ackerbautreibenden Staaten in Betracht. Um sie aber gerecht zu veranlagen, mußte man den Flächeninhalt und Reinertrag der Grundstücke kennen. So begann mit dem Anfang des 19. Jahrhunderts die Zeit der Landesvermessungen und mit ihnen eine bessere Ausbildung der Landmesser und eine allmähliche Hebung der Vermessungstechnik. Mit dem Abschluß der betr. Landesvermessungen traten wiederum Stillstand und Rückschritt in der Entwicklung der Vermessungstechnik ein. Erst der Anfang der achtziger Jahre des vorigen Jahrhunderts brachte eine Wendung: die von dem preußischen Generalinspektor des Katasters F. G. Gauß bearbeiteten Katasteranweisungen VIII und IX vom 25. Oktober 1881 steigerten die Anforderungen an die Ausführung der Vermessungen gegen früher wesentlich und brachten die Fehlerausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate bei allen Triangulationen zur Anwendung; durch die preußische Landmesserprüfungsordnung vom 4. September 1882 wurde eine gründlichere und umfassendere Ausbildung der Landmesser bestimmt, indem von ihnen das erfolgreiche Studium der Geodäsie an der landwirtschaftlichen Hochschule in Berlin oder der landwirtschaftlichen Akademie in

Bonn-Poppelsdorf gefordert wurde. Seitdem haben sich unsere Hochschulen im Verein mit den leitenden Zentralbehörden und den Männern der Praxis unablässig bemüht, die Vermessungstechnik auf die Höhe zu bringen, die sie einnehmen muß, um den Forderungen unseres neuzeitlichen Wirtschaftslebens zu entsprechen. Die anderen deutschen Bundesstaaten nahmen eine ähnliche Regelung wie Preußen vor; einige von ihnen gingen in den Anforderungen an die Vorbildung der Landmesser noch weiter als dieses.

2. Überblick über die Landmessung.

Die Arbeiten, die der Landmesser auszuführen hat, sind in drei Gruppen zu zerlegen: in die Horizontal-(Lage-)Aufnahmen, die Vertikal-(Höhen-)Aufnahmen und die gemeinschaftlichen Lage- und Höhen-Aufnahmen, die man auch Tachymetrie nennt.

Was zunächst die Horizontalmessungen anlangt, so wollen wir sie in der nachfolgenden Betrachtung, entsprechend den zur Verwendung gelangenden Meßinstrumenten und dem Meßverfahren, in folgende drei Teile zerlegen:

Die Aufnahme mit einfachen Hilfsmitteln, also mit Stahlband oder Meßplatten sowie mit einem Hilfsmittel zum Abstecken rechter Winkel (S. 16);

die Aufnahme unter Benutzung polygonometrischer Punktbestimmung, bei der es außer den im Abschnitt IA genannten Instrumenten noch eines Winkelmessinstrumentes bedarf, und bei der das Hauptmessungsliniennetz in einem geschlossenen Polygon und in Polygonzügen besteht (S. 55);

die Aufnahmen größeren Umfanges, bei denen wir uns eines Dreiecksnetzes bedienen, dessen Punkte nach dem Verfahren der Triangulation bestimmt werden. Zwischen diesen Punkten werden Polygonzüge und sonstige Messungslinien angebracht, um mit ihrer Hilfe alle Einzelheiten aufnehmen zu können (S. 66).

Der Abschnitt IB ist der Beschreibung des Winkelmessinstrumentes (Theodolits) gewidmet, das bei den im Abschnitt IC und ID geschilderten Aufnahmen gebraucht wird.

Das Ergebnis der Horizontalaufnahmen wird in Karten nie-

bergelegt, deren Anfertigung einschließlich der Flächeninhaltsberechnung im Abschnitt I E besprochen wird. Allerdings werden in diesem Abschnitt nur die sog. Gemarkungs- oder Katasterkarten behandelt werden, die — je nach dem Bedürfnis — im Maßstabe 1:250 bis 1:5000 die Lage und Begrenzung jedes einzelnen Grundstücks, Kulturabschnitts, Weges, Wasserlaufs und die Lage der Gebäude nachweisen. Außer den Gemarkungskarten gibt es noch topographische Karten, deren Besprechung in Egerer, Kartenkunde I und II (ANuG Bde. 611 u. 612) erfolgt.

Im Abschnitt I F werden einige Absteckungsarbeiten: das Abstecken länger geraden Linien und von Kreisbogen behandelt. Eigentlich gehört zu den geometrischen Horizontalaufnahmen auch noch die geometrische Meßtafel Aufnahme; diese soll aber in Egerers Kartenkunde II (ANuG Bd. 612) geschildert werden.

Wenn wir einen Punkt bei den Horizontalaufnahmen der Landmessung bezeichnen wollen, so geben wir seine Koordinaten (Ordinate y und Abszisse x) an. Solche Koordinaten kennen wir schon aus der Geographie. Nur nennen wir sie dort nicht Ordinate und Abszisse, sondern geographische Breite und Länge. Dabei unterscheiden wir östliche und westliche Länge vom Nullmeridian aus (Meridian von Greenwich oder Ferro), sowie nördliche und südliche Breite vom Äquator aus. Mit der geographischen Breite $\varphi = 52^{\circ} 30' 17''$ nördlich des Äquators und der geographischen Länge $\lambda = 13^{\circ} 23' 42''$ östlich von Greenwich wird die Lage eines Punktes in Berlin (die alte Sternwarte) auf der Erdoberfläche bestimmt. Ähnlich geschieht die Bestimmung von Punkten in der Landmessung. Wir geben hier aber, da sich die Teile der Erdoberfläche auf den Gemarkungskarten und Plänen als ebene Flächen darstellen, die Abstände von den als Anfangslinien gewählten Richtungen nicht im Gradmaße, sondern im Längenmaße, also in Metern an.

Die geographischen Koordinaten φ und λ bestimmen aber einen Punkt auf der Erdoberfläche noch nicht eindeutig, da wir noch nicht wissen, in welchem Abstand der Punkt von dem Mittelpunkt des Erdsphäroids liegt. Es bedarf also noch seiner Bestimmung in vertikaler Beziehung, und dazu dienen die Höhenaufnahmen. Bei den Höhenaufnahmen fragt es sich, von welchem Punkte

aus man in vertikaler Richtung (also in der Richtung des Erdlotes) zu zählen anfangen soll. Der Mittelpunkt der Erde eignet sich als Nullpunkt nicht, weil die Erde keine Kugel ist und ihre Radien verschieden lang sind (am Äquator länger als an den Polen). Man würde hierdurch kein übersichtliches Bild von der Gestaltung der Erdoberfläche erhalten. Am besten eignet sich als Ausgangspunkt für die Zählung der Höhen die Meeresfläche, und zwar denkt man sich in der Höhe des mittleren Wasserstandes des Meeres eine Kugelschale gelegt, die man als Geoid bezeichnet und auf die — als Nullpunkt — man die Höhen bezieht. Leider haben aber die Mittelwasser der verschiedenen Meere nicht die gleiche Niveaufläche. Die internationale Vermessung bemüht sich zwar, für ganz Europa einen gemeinsamen Nullpunkt festzulegen. Vorläufig hat aber jedes Land noch seinen eigenen Nullpunkt, und zwar gilt in Deutschland der Nullpunkt des Amsterdamer Pegels, dessen Höhe mit dem Mittelwasser unserer Meere übereinstimmt, als Null für die Höhenzahlen. Um diesen Nullpunkt leichter zum Anschluß benutzen zu können, ist in Deutschland ein Normalhöhenpunkt festgelegt worden, der sich bisher in dem Nordpfeiler der Berliner Sternwarte 37 m über Normal-Null (NN) befand. Durch den Abbruch der Berliner Sternwarte ist dieser Normalhöhenpunkt verschwunden. Als Ersatz für ihn ist ein neuer Normalhöhenpunkt 39 km von dem Mittelpunkt Berlins entfernt zwischen Herzfelde und Hoppegarten von der trigonometrischen Abteilung der Preussischen Landesaufnahme geschaffen worden. Die Ergebnisse der Festlegung sind noch nicht veröffentlicht worden. Zwischen dem Normalhöhenpunkt und dem Normalnullpunkt (NN) besteht der Unterschied, daß dieser derjenige Punkt ist, von dem aus alle Höhenbestimmungen gerechnet werden, während der Normalhöhenpunkt nur zur sichtbaren Festlegung des Normalnullpunktes dient. Den hier geschilderten Landeshorizont brauchen wir nicht nur für die Höhenaufnahmen; es werden auch alle Längen auf ihn projiziert. Daß dies notwendig ist, ergibt sich aus der Überlegung, daß der Umfang des Erdellipsoids in (z. B.) 1000 m über NN erheblich größer ist als in dem Landeshorizont selbst. Es wird hiervon noch in dem Abschnitt ID 1 die Rede sein.

Die Höhenaufnahmen erfolgen entweder durch das geome-

trische Nivellement mit dem Nivellierinstrument oder auf trigonometrischem Wege durch einen mit Höhenkreis versehenen Theodolit oder mit Hilfe des Barometers. Von diesen drei Aufnahmearten soll im vorliegenden Bändchen nur das geometrische Nivellement (Hauptabschnitt II) beschrieben werden. Die trigonometrische und barometrische Höhenmessung werden in Egerers Kartenkunde II (ANuG Bd. 612) besprochen.

In manchen Fällen — z. B. bei den Vorarbeiten für den Bau von Straßen, Eisenbahnen usw. — ist es erwünscht, die Horizontal- und Vertikalaufnahme gleichzeitig vorzunehmen. Hierzu dienen die Tachymetrie (*ταχύς* = schnell), die Topographie und die Photogrammetrie. Über Tachymetrie und Topographie geben Egerers Kartenkunde I u. II (ANuG Bde. 611 und 612), über Photogrammetrie gibt Lüschers Photogrammetrie (ANuG Bd. 610) Auskunft.

3. Einiges über Beobachtungsfehler und ihre Ausgleichung.

Das Messen wäre sehr leicht, und es bedürfte nur einer elementaren Vermessungswissenschaft, wenn es keine Messungsfehler gäbe. Wir dürfen hierbei nicht an die groben Fehler denken, die z. B. beim Längenmessen dadurch entstehen, daß wir uns in der Anzahl der Lattenlagen oder der Meßbandlagen irren, oder daß wir uns beim Ablesen in der Meterzahl versehen. Gegen solche groben Fehler können wir uns durch wiederholtes Messen oder durch sonstige Meßproben leicht schützen. Der Landmesser wird seine Messung stets so einrichten, daß grobe Fehler nicht unentdeckt bleiben, und er wird diese Fehler beseitigen. Etwas schwieriger ist die Behandlung der konstanten Fehler. Darunter versteht man einseitig wirkende Fehler, welche das Messungsergebnis stets in demselben Sinne beeinflussen, z. B. bei Längenmessungen die Fehler in der ganzen Länge des benutzten Längenwerkzeugs (der Latte oder des Stahlbandes). Je nachdem, ob die Längenmaße etwas zu lang oder etwas zu kurz sind, wird man entweder stets zu kleine oder zu große Maßzahlen erhalten. Die konstanten Fehler müssen durch sorgfältige Richtigeinstellung der benutzten Werkzeuge vermieden werden. Die Länge

der Meßlatten und Meßbänder muß man ab und zu mit Hilfe der auf S. 7 genannten Gebrauchsnormale (Normalmeter) feststellen und nach Möglichkeit berichtigen. Soweit die Beseitigung der konstanten Fehler nicht oder nicht völlig möglich ist, muß man sie durch zweckmäßige Anordnung der Messung ausschneiden. Dazu dient als oberster Grundsatz der Vermessungstechnik: das Arbeiten vom Großen ins Kleine. Man bestimmt z. B. bei der Aufnahme einer Gemarkung zunächst einige wenige sog. Dreieckspunkte durch die Triangulation auf das genaueste. Zwischen sie legt man ein Netz von Polygonzügen; in diese bindet man Messungslinien für die Einzelaufnahme ein. Der Arbeitsabschnitt höherer Ordnung liefert also Maße, die in dem folgenden Arbeitsabschnitt als Sollmaße betrachtet und auf die die Messungen zurückgeführt oder abgestimmt werden.

Aber es gibt, wie die Erfahrung lehrt, noch andere Fehler. Denn wenn wir eine und dieselbe Größe mehrmals messen und die groben und regelmäßigen Fehler ausschalten, so werden noch immer Fehler vorhanden sein, die wir nicht vermeiden können. Es handelt sich dabei auch meistens nicht nur um einen Fehler, sondern um eine Reihe von Fehlern. So müssen wir z. B. beim Längenmessen mit Latten an folgende Fehler denken: Änderung der Lattenlänge infolge von Witterungseinflüssen; Abweichen der Latten von der geraden Messungslinie; Verschieben der Latten beim Aneinanderlegen; Durchbiegen der Latten, wenn nur ein Ende der horizontal gehaltenen Latte beim Messen auf geneigtem Gelände den Erdboden berührt; Staffelfehler (ebenfalls beim Messen auf geneigtem Gelände); Ablefungsungenauigkeiten usw. Diese Einzelfehler werden sich teils gegenseitig aufheben, teils summieren, und ergeben zusammen den „zufälligen“ oder „unvermeidlichen Fehler“ oder kurzweg den „Beobachtungsfehler“. Die unvermeidlichen Fehler haben ihren Grund in der Mangelhaftigkeit der Meßwerkzeuge, des Meßverfahrens, unserer Sinne und in anderen zufälligen Ursachen. Selbst wenn wir die genauesten Meßwerkzeuge verwenden, die es gibt, das beste Meßverfahren einschlagen und unsere Sinne beim Messen auf das schärfste anspannen, werden doch noch unvermeidliche Fehler vorhanden sein. Es wäre aber ganz unwirtschaftlich, wenn wir für alle Messungen die denkbar größte Genauigkeit anwenden

würden; denn je genauer wir messen, desto länger dauert die Messung, und desto größer werden die Kosten. Bei einer Heidefläche, von der 1 ha vielleicht 100 Mark kostet, brauche ich nicht die Genauigkeit anzuwenden, mit der ich eine Fläche in der Geschäftsgegend einer Großstadt auszumessen habe. Ebenso ist es ohne weiteres verständlich, daß wir bei den Arbeiten höherer Ordnung — im Sinne des Arbeitens vom Großen zum Kleinen — größere Genauigkeit anwenden als bei den Arbeiten niederer Ordnung. Aber jede Messung, die auf Glaubwürdigkeit Anspruch macht, muß, gleichviel ob sie in wertvollem oder wenig wertvollem Gelände ausgeführt wird, eine gewisse Genauigkeit besitzen, und deswegen haben die Regierungen in den einzelnen Staaten die höchstens zulässigen Fehler festgelegt. Das — sehr veraltete — preussische Feldmesserreglement vom 2. März 1871 setzt die erlaubte Fehlergrenze bei Längenmessungen auf $\frac{2}{1000}$ in günstigem und auf $\frac{3}{1000}$ in ungünstigem Gelände fest. Die preussische Katasterverwaltung hat andere Fehlergrenzen eingeführt, von denen einige hier mitgeteilt seien:

Länge:	10	50	100	200	400	600	1000 m
günstiges Gelände	0,06	0,14	0,21	0,32	0,49	0,65	0,95 m
mittleres „	0,08	0,18	0,26	0,39	0,60	0,79	1,16 „
ungünstiges „	0,09	0,20	0,30	0,45	0,69	0,92	1,34 „

Diese Fehlergrenzen sind als das Vierfache des sog. „mittleren Fehlers“ angenommen worden und stellen selbstverständlich nur die äußerstenfalls noch zulässigen Fehler dar. Bei den neueren Messungen (Stadtvermessungen und sonstigen Neumessungen) hat man ganz erheblich niedrigere Grenzen gezogen, und diese konnten ohne Genauigkeitsübertreibung und ohne besonderen Zeitaufwand innegehalten werden.

Bei der Flächenberechnung kommen erstens die Längenmessungsfehler und zweitens die etwaigen Winkelfehler in Betracht. Außerdem spielen, wenn die Flächenberechnung nicht ausschließlich aus Messungszahlen, sondern unter Benutzung der Karte ermittelt worden ist, die Fehler der Kartierung, die Veränderung des Kartenpapiers und die Fehler beim Ermitteln der Flächenberechnungsmaße eine Rolle. Die Regierungen haben auch für die Flächenberechnungen die höchstens zulässigen Abweichun-

gen festgestellt. In Preußen macht man hierbei einen Unterschied zwischen den Flächenberechnungen auf Grund derselben Vermessung und den Flächenberechnungen auf Grund verschiedener Vermessung. Für erstere darf die Abweichung der beiden Berechnungen einer Parzelle

bei einer Fläche von:	0,1	0,2	0,5	1,0	5,0	10,0	25,0	100,0	ar
betragen:	0,02	0,03	0,05	0,08	0,17	0,25	0,39	0,79	ar

Bei Flächenberechnungen nach verschiedenen Vermessungen sind nach dem Landmesserreglement: bei Flächen bis 1 ha: 1,4 qm Abweichung, von 1 bis 10 ha: 0,8 qm Abweichung, und über 10 ha: 0,7 qm Abweichung für jedes Ar zulässig.

Um die unvermeidlichen Fehler auf ein möglichst niedriges Maß zurückzuführen, führt man in vielen Fällen die Messungen nicht nur einmal, sondern wiederholt und auf verschiedenem Wege aus, oder man ermittelt zur Bestimmung der gesuchten Werte (eines Punktes, einer Linie oder einer Fläche) mehr Stücke, als zur eindeutigen Bestimmung erforderlich sind. Man kann sich das an einem Dreieck klar machen: wir können dessen sämtliche Winkel und Seiten sowie dessen Größe berechnen, wenn uns drei Stücke (z. B. 1 Seite und 2 Winkel) gegeben sind. Die Genauigkeit der Bestimmung des Dreiecks wird gesteigert, wenn wir die betr. Seite und die 2 Winkel mehrmals messen. Messen wir aber nicht nur eine Seite und zwei Winkel, sondern mehr als 3 Bestimmungsstücke, z. B. 2 Seiten und alle 3 Winkel, so ist das Dreieck nicht mehr eindeutig bestimmt, sondern es liegen „überschüssige Messungsergebnisse“ vor. Es handelt sich dann darum, bei der Berechnung der 3. Seite und der Fläche des Dreiecks alle Messungen (Beobachtungen) zu berücksichtigen und die dabei sich zeigenden Beobachtungsfehler sachgemäß „auszugleichen“. Der Landmesser wendet bei seinen Arbeiten, so weit es möglich und notwendig ist, beide Mittel zur Verminderung der unvermeidlichen Fehler (also zur Steigerung der Genauigkeit) an: er führt die Messungen wiederholt aus und ermittelt überschüssige Messungsergebnisse. Das Verfahren für die Ausgleichung der Beobachtungsfehler ist aufgebaut auf dem Grundsatz, daß die Quadratsumme der wahrscheinlichen Beobachtungsfehler so klein wie möglich, d. h. ein Minimum werden soll. Dieses Verfahren

wurde im Jahre 1795, wie schon auf S. 8 erwähnt, von dem Göttinger Mathematiker C. F. Gauß zum ersten Male eingeschlagen und 1809 in seiner *Theoria motus corporum coelestium* begründet. Legendre kam ungefähr zu der gleichen Zeit auf das Verfahren, veröffentlichte es 1806 in seiner Schrift „*Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes*“ und legte ihm den Namen der Methode der kleinsten Quadrate bei. Der Landmesser wendet die Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate hauptsächlich bei der trigonometrischen Punktbestimmung (Triangulation) und bei Nivellementsnetzen an und behilft sich in den übrigen Fällen mit einer einfacheren Verteilung der auftretenden Widersprüche. Die Ausgleichung kann in den folgenden Abschnitten aus Platzmangel nicht behandelt werden. Ihr ist ein besonderes Bändchen (Hegemann, ANuG Bd. 609) gewidmet.

I. Geometrische und trigonometrische Horizontalaufnahmen.

A. Die Aufnahme mit einfachen Hilfsmitteln.

Zu den einfachsten Hilfsmitteln bei der Horizontalaufnahme von Grundstücken gehören außer einer größeren Anzahl von Stäben: Längenmeßwerkzeuge (Latten oder Meßband), sowie Werkzeuge zum Abstecken rechter Winkel. Diese Hilfsmittel reichen nur bei Grundstücken nicht zu großen Umfanges in ziemlich ebenem und offenem Gelände aus. In gebirgigem oder bewaldetem Gelände und in geschlossen gebauten Ortschaften kommt man mit der Absteckung eines einfachen Liniennetzes und daher auch mit einfachen Hilfsmitteln namentlich dann nicht aus, wenn es sich um große Grundstücke oder um eine Gruppe von Grundstücken handelt. Messungen dieser Art werden im Abschnitt I C und I D beschrieben.

1. Längenmeßwerkzeuge.

Ich setze voraus, daß der Leser Meßlatten und Meßbänder kennt, und möchte nur erwähnen, daß die Meßbänder aus Stahl sein müssen. Meßbänder aus Leinen dehnen sich, selbst wenn

sie eine Drahteinlage haben, zu sehr aus und besitzen daher nicht den für die Landmessung erforderlichen Genauigkeitsgrad.

Das Messen langer Strecken mit vielen, vielen Latten- oder Meßbandlagen ist mühsam und zeitraubend. Man hat sich daher bemüht, es durch ein anderes einfacheres Verfahren zu ersetzen; keines von ihnen reicht aber in der Genauigkeit an das Meßband- und besonders das Lattenmessen heran. Allenfalls kommt für die Landmessung noch die Distanzmesservorrichtung des Fernrohrs (Tachymetrie) in Betracht, die in Egerer, Kartenkunde II (ANuG Bd. 612) beschrieben wird.

Jede Strecke und jede Fläche müssen in der wagerechten Ebene gemessen und dargestellt werden, d. h. sie werden auf den Horizont projiziert. Dem Laien, der sieht, daß geneigte Flächen in ihrer Horizontalprojektion vermessen werden, erscheint dies fehlerhaft; er meint, daß der Besitzer dadurch etwas an der wahren Fläche einbüße. Daß dies nicht der Fall ist, erkennt man, wenn man sich überlegt, daß Halmfrüchte, Bäume und Bauten immer, also auch auf geneigten Flächen, im Erdlot und nicht Lotrecht zur geneigten Fläche stehen, und daß alle Gewächse den gleichen Licht- und Wurzelraum verlangen wie auf wagerechtem Boden. Für den Landmesser würde es außerdem, wenn er ein geneigtes Grundstück, z. B. einen Bergkegel, nach seinen geneigten Flächen aufnehmen sollte, unmöglich sein, das Gemessene auf einem Kartenblatt im gleichen Maßstabe darzustellen. Auf geneigten Flächen mißt man die Flächen entweder sofort in der wagerechten Fläche (d. h. man staffelt, indem man die Latte bzw. das Meßband wagerecht hält und das nicht den Boden berührende Ende mit einem Sentel herunterlotet), oder man legt die Latte bzw. das Stahlband auf die geneigte Fläche und ermittelt mit einem Neigungsmesser dasjenige Stück, das man jeder Latte bzw. jedem Meßband zulegen muß, um die Berichtigung auf die Horizontalprojektion zu erhalten (Fig. 1).

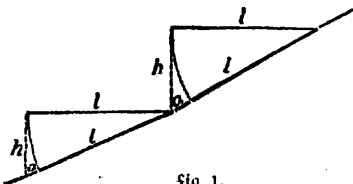


Fig. 1.

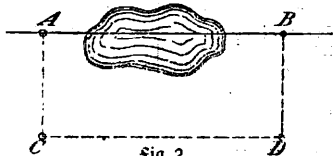
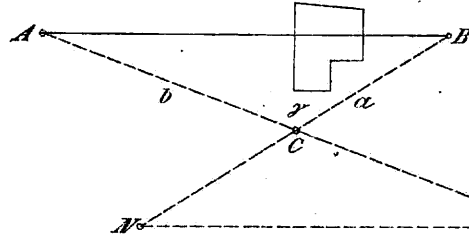


Fig. 2.

Erlauben örtliche Hindernisse nicht die unmittelbare Messung einer Länge, so muß die Messung mittelbar erfolgen. Im Falle der Fig. 2 befindet sich in der zu messenden Linie ein Teich. Man errichtet alsdann in den Punkten A und B zu AB die Senkrechten AC und BD, macht diese gleich lang und mißt die Strecke CD;



$$CD = AB.$$

Kann man von A nach B nicht sehen, wie dies in der Fig. 3 wegen eines Gebäudes oder eines Wäldchens der Fall ist, so muß

Fig. 3.

man sich in anderer Weise helfen, da man dann in A und B die Senkrechten nicht errichten kann. Man wählt in diesem Falle einen Punkt C, von dem aus man nach A und B sehen und messen kann, verlängert AC und BC über C um sich selbst bis M und N und erhält dadurch $MN = AB$.

Sind zwei Punkte A und B, deren Abstand ich messen will, durch einen langen breiten Wasserlauf getrennt, um den ich nicht wie in Fig. 2 herum messen kann, so errichte ich (Fig. 4) in B und C Senkrechte. Ich wähle E so, daß der Winkel AEC annähernd 45° ist, und weise in der Richtung auf A den Punkt D ein. Mißt man die Strecken m, g und n, so erhält man

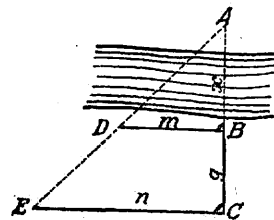


Fig. 4.

$$AB = x = m \frac{g}{n - m}.$$

2. Abstecken rechter Winkel.

In der Landmessung spielen diejenigen Werkzeuge eine wichtige Rolle, mit denen man konstante Winkel, insbesondere rechte Winkel absteckt oder mißt. Man unterscheidet hier Diopterinstrumente (Kreuzscheibe, Winkelkreuz und Winkeltrommel), Winkelspiegel und Winkelprisma. Der Landmesser wendet hauptsächlich das Winkelprisma an, weshalb hier

nur dieses beschrieben werden soll (s. Fig. 5). Das Winkelprisma ist ein senkrechttes Glasprisma, dessen Querschnitt ein rechtwinklig gleichschenkliges Dreieck ist, und bei dem die Hypotenusenfläche mit einem Spiegelbelag versehen ist. Letzterer ist zwar nicht unbedingt erforderlich, aber zur Erlangung hellerer Bilder zweckmäßig. In der Fig. 6 stellt das rechtwinklig gleichschenklige Dreieck pmn den senkrecht zu den Seitenkanten des Prismas gelegten Querschnitt dar. Der Lichtstrahl a wird bei b gebrochen, trifft die andere Kathete bei c ,

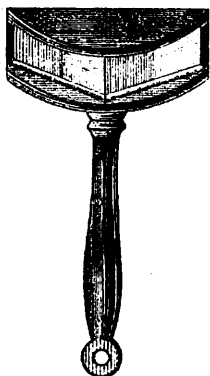


Fig. 5

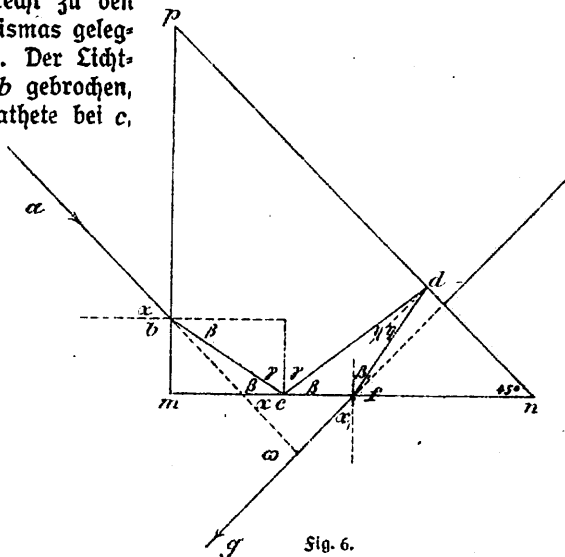


Fig. 6.

wo eine totale Reflexion stattfindet. Er geht von dort über d , wo er ebenfalls reflektiert wird, nach f und tritt nach g zu aus. In dem Dreieck cdn ist

$$\beta + \eta + 90^\circ + 45^\circ = 180^\circ, \text{ also } \eta = 45^\circ - \beta;$$

im Dreieck cdf ist $\beta + 2\eta + 90^\circ + \beta_1 = 180^\circ$; setzt man obigen Wert von η ein, so ist

$$\beta + 2(45^\circ - \beta) + \beta_1 = 90^\circ, \text{ also } \beta = \beta_1.$$

Geht ein Lichtstrahl aus einem dünneren Mittel (Luft) in ein dichteres Mittel (Glas) über, so ist

$$\alpha > \beta.$$

Mit $\frac{\sin \alpha'}{\sin \beta} = n$ bezeichnet man in der Optik den Brechungsindex für Luft und Glas. Ebenso ist auch $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = n$,

$$\text{mithin ist } \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1}.$$

Weil, wie oben nachgewiesen, $\beta = \beta_1$ ist, ist auch

$$\sin \alpha = \sin \alpha_1 \quad \text{oder} \quad \alpha = \alpha_1.$$

Als Außenwinkel ist $\omega = 90^\circ - \alpha_1 + \alpha = 90^\circ$, d. h. der Winkel,

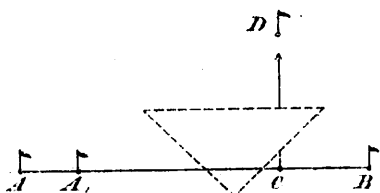


Fig. 7.

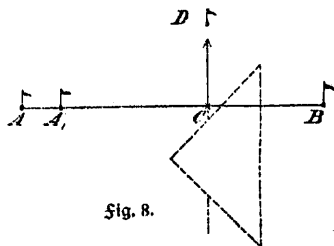


Fig. 8.

um den der Lichtstrahl abgelenkt wird, ist konstant und gleich 90° .

Voraussetzung ist hierbei, daß der Lichtstrahl die erste Kathete in der Nähe von m trifft. Trifft er sie näher bei p , so wird er im Innern des Prismas nicht zweimal, sondern nur einmal reflektiert. Es gilt dann das oben Gesagte nicht, und man wird in diesem Falle beobachten, daß sich das Bild bei einer Drehung des Prismas um die Achse des Handgriffs dreht.

Die Anwendung des Winkelprismas ergibt sich aus Folgendem (Fig. 7 und 8):

Will man in C das Lot zu AB errichten, so stellt man sich über C auf und winkt den Stab D über das Prisma hinwegsehend, in der Richtung des von A_1 ausgehenden, im Prisma zweimal gebrochenen und zweimal reflektierten Lichtstrahls ein. Man kann das Prisma, wie aus Fig. 7 und 8 ersichtlich ist, parallel oder senkrecht zu AB halten. Im ersteren Fall hat man das Bild von A_1 in der Nähe des spitzen Winkels, im letzteren Falle in der Nähe des rechten Winkels zu suchen.

Soll nicht ein Lot in einem Punkte errichtet, sondern der Fußpunkt C des von D auf AB zu fallenden Lotes gesucht werden, so stellt man sich in der Linie AB mit dem Gesicht nach AA_1 auf und schreitet in der Linie AB so lange vorwärts oder rückwärts, bis das Bild von D im Prisma genau in der Richtung der Stangen AA_1 erscheint.

Beim Gebrauch hängt man an das Prisma ein Lot an oder setzt es auf einen Lotstab. Es deckt sich dann dessen Fußpunkt zwar nicht genau mit dem Schnittpunkt der Lichtstrahlen (dem Scheitel von ω in Fig. 6). Diese kleine Abweichung kommt aber nicht in Betracht.

Die Absteckung rechter Winkel mit dem Winkelprisma kann natürlich nur dann richtig werden, wenn das Winkelprisma richtig ist. Man prüft dies dadurch, daß man sich in C aufstellt und eine Senkrechte sowohl zu AC wie zu CB fällt. Haben beide Senkrechten die Richtung nach D , so ist das Winkelprisma richtig; fallen dagegen die Senkrechten nicht in eine Linie zusammen, so ist es unrichtig und, wenn die Abweichung erheblich ist, unbrauchbar.

3. Die Aufnahme nach rechtwinkligen Koordinaten.

Was die eigentliche Vermessung von Grundstücken mit den eben beschriebenen einfachen Hilfsmitteln betrifft, so sei zunächst erwähnt, daß, wenn die Vermessung zur Ermittlung des Flächeninhaltes, zur Teilung des Grundstückes oder zu ähnlichen Zwecken erfolgt, der Vermessung die Feststellung der Eigentums Grenzen — unter Mitwirkung der Grenz Nachbarn — sowie die Vermarkung aller Bredpunkte der Eigentums Grenzen durch Grenzsteine oder andere sichere Grenzmale vorausgehen müssen. Die Aufmessung erfolgt in der Regel durch Messung der Koordinaten aller Bredpunkte in bezug auf ein rechtwinkliges Koordinatensystem, wie dies die Fig. 9 und 10 darstellen.

Von den Koordinaten war bereits in der Einleitung die Rede. Es handelt sich hier nicht um geographische Koordinaten, sondern um rechtwinklige Koordinaten, die deswegen rechtwinklige heißen, weil die Achsen des Systems senkrecht zueinander stehen. Die rechtwinkligen Koordinaten setzen sich zusammen aus der Abszisse x und der Ordinate y . Im Falle der Fig. 9 stellt AD die Abszissenachse dar; 0,0 — 14,6 — 34,7 — 41,8 — 22,6 — 10,4 sind die Abszissen der Punkte A bis F . Rechtwinklig zu ihnen sind die Ordinaten y .

3. B. heißt die zur Abszisse des Punktes *E* gehörige Ordinate 4,5. Die Ordinaten, die rechts von der Abszissenachse liegen, haben positives Vorzeichen, diejenigen links von der Abszissenachse negatives Vorzeichen. Man kann das Koordinatensystem natürlich ganz beliebig wählen. Die Abszissenachse brauchte in der Fig. 9 nicht in der Diagonale *AD* zu liegen, sondern könnte auch durch *AC* oder *FD* führen oder auch außerhalb des Grundstücks liegen. Man legt aber die Abszissenachse am praktischsten so, daß die zu messenden Strecken möglichst klein werden.

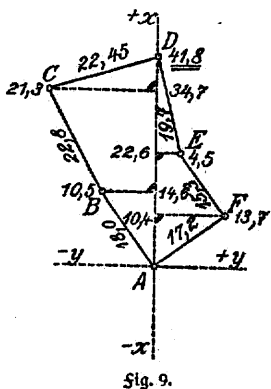


Fig. 9.

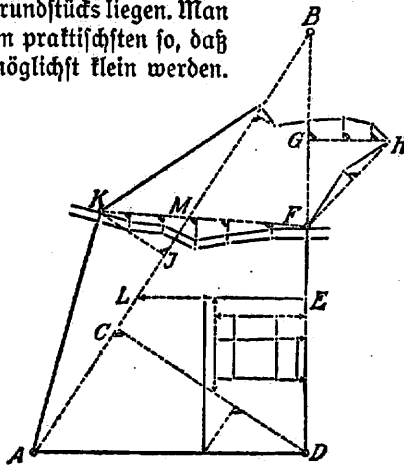


Fig. 10.

Die Bedeutung der Schreibweise der Zahlen geht aus der Fig. 9 hervor. Erwähnt sei nur, daß die Abszissenlinie durchlaufend gemessen wird, und daß die einzelnen Abszissen 10,4 — 14,6 — 22,6 — 34,7 — 41,0 immer die Entfernung vom Anfangspunkt *A* (Nullpunkt) und nicht von der vorhergehenden Abszisse angeben.

Für die Aufnahme eines jeden Grundstückes müssen Sicherungsmaße beigebracht werden, so daß etwaige Fehler in der Ableseung, in der Ermittlung der rechten Winkel usw. aufgedeckt werden können. So z. B. sichert die Hypotenuse $AF = 17,2$ die Abszisse 10,4 und die Ordinate 13,7. Die Hypotenuse 15,3 bietet eine Probe für die Abszissen und Ordinaten der Punkte *F* und *E*, denn es muß $(22,6 - 10,4)^2 + (13,7 - 4,5)^2 = 15,3^2$ sein.

Die Fig. 10 zeigt, daß nicht alle Punkte auf ein und dasselbe Koordinatensystem bezogen zu sein brauchen, sondern daß man oft mehrere

Systeme anwendet und diese miteinander verbindet. Man sieht aus der Figur auch, wie zur Aufnahme von Gebäuden, Bächen usw. weitere Messungslinien eingeschaltet werden.

Wenn es sich um sehr lange Ordinaten handelt, versagen die einfachen Werkzeuge zum Abstecken rechter Winkel. Man berechnet dann die Höhe und den Höhenfußpunkt aus dem sog. Bogenschlag. Wenn die in der Fig. 11 eingetragenen Maße gemessen sind, so kann man aus ihnen die Koordinaten der Punkte *B* und *D*, bezogen auf *AC* als Abzissenachse, berechnen.

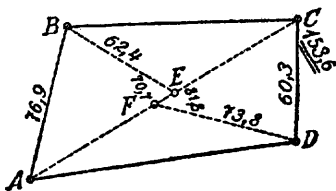


Fig. 11.

Es ist

$$p + q = a$$

$$p^2 = b^2 - h^2$$

$$q^2 = c^2 - h^2$$

$$\frac{p^2 - q^2 = b^2 - c^2}{(p + q)(p - q) = (b + c)(b - c)}$$

$$(p + q)(p - q) = (b + c)(b - c)$$

$$p - q = \frac{(b + c)(b - c)}{p + q}$$

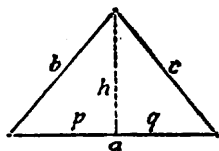


Fig. 12.

$$(1) \quad \frac{p - q}{2} = \frac{(b + c)(b - c)}{2a}$$

$$\frac{p + q}{2} = \frac{a}{2} \quad (2)$$

Aus (1) und (2) ergibt sich durch Addieren *p*. Zieht man (1) von (2) ab, so erhält man *q*.

h wird berechnet aus:

$$(3) \quad h = \sqrt{b^2 - p^2} = \sqrt{c^2 - q^2}$$

Nach den Formeln (1) bis (3) berechnet man in den Dreiecken *ABE* und *CDF* die Koordinaten der Punkte *B* und *D* zu:

$$y_b = - 55,48$$

$$x_b = + 53,25$$

$$y_d = + 52,00$$

$$x_d = + 123,07$$

Die Rechnung ist in dem trig. Formular 15 der preuß. Vermessungsanweisung IX ausgeführt.

Dreieck ABE							
$a +$	81,8	$2a +$	163,6	$\text{cpl } \log 2a$	7.78622	b^2	5913,6
$b +$	76,9	$b + c +$	139,3	$\log(b + c)$	2.14395	p^2	2835,6
$c +$	62,4	$b - c +$	14,5	$\log(b - c)$	1.16137	c^2	3893,8
$\frac{1}{2}(p+q) +$	40,90	$x_b = p +$	53,25	$\log \frac{1}{2}(p-q)$	1.09154	q^2	815,1
$\frac{1}{2}(p-q) +$	12,35	$q +$	28,55			h^2	3078,0
		$a +$	81,80				7
						$h = y_b =$	55,48
Dreieck CDF							
$a +$	82,9	$2a +$	165,8	$\text{cpl } \log 2a$	7.78042	b^2	3636,1
$b +$	60,3	$b + c +$	134,1	$\log(b + c)$	2.12743	p^2	932,1
$c +$	73,8	$b - c -$	13,5	$\log(b - c)$	1.13033 _n	c^2	5446,4
$\frac{1}{2}(p+q) +$	41,45	$p +$	30,53	$\log \frac{1}{2}(p-q)$	1.03818 _n	q^2	2742,6
$\frac{1}{2}(p-q) -$	10,92	$q +$	52,37			h^2	2704,0
		$a +$	82,90				3,8
						$h = y_d =$	52,00
$x^d = AF + q = AC - p = 70,7 + 52,37 = 153,6 - 30,53 = 123,07$							

4. Die Berechnung der Koordinaten für Bindepunkte.

Zur Aufnahme des Grundstücks in Fig. 10 dienen außer der Abzissenachse, den Ordinaten und den Hypotenusen noch einige Linien – wie MF und LE , die die Hauptmessungslinien verbinden. Die Bindepunkte solcher Messungslinien in den Hauptmessungslinien oder in anderen Messungslinien nennt man Kleinpunkte. In Fig. 10 sind also insbesondere die Punkte E , F , L und M Kleinpunkte.

In der Fig. 13 sehen wir zunächst die Abzissenachse ($+X$) und die Ordinatenachse ($+Y$). Nehmen wir an, daß die Koordinaten des Punktes A (nämlich y_a , x_a) und des Punktes E (nämlich y_e , x_e) gegeben und auf der Linie AE die Längen Δs_1 , Δs_2 und Δs_3 gemessen sind. Es sollen die Koordinaten der Punkte P_1 und P_2 berechnet werden. Wären bei der Messung keinerlei Messungsfehler vorgekommen, stimmten also $\Delta s_1 + \Delta s_2 + \Delta s_3 = s$ mit dem aus den Koordinaten berechneten Sollwert der Strecke $AE = S$ überein, so würde sich die Berechnung der Koordinaten von P_1 und P_2 ohne weiteres aus den in der Zeichnung angedeuteten ähnlichen Dreiecken ergeben, indem man die Koordinatenunterschiede zwischen P_1 und

A, sowie P_2 und P_1 berechnete und diese zu den Koordinaten von A bzw. P_1 addierte. Es wäre alsdann:

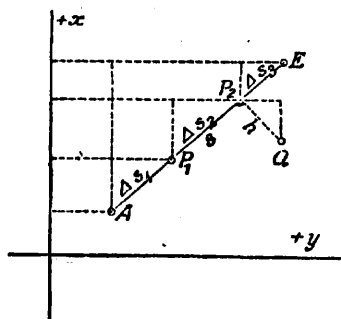


Fig. 13.

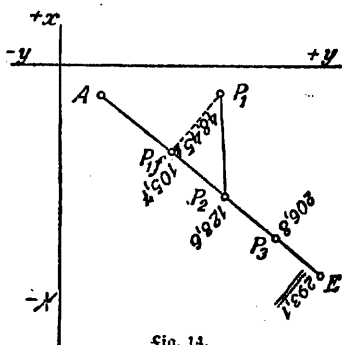


Fig. 14.

$$\Delta y_1 = y_1 - y_a = \frac{y_e - y_a}{S} \Delta s_1;$$

$$\Delta x_1 = x_1 - x_a = \frac{x_e - x_a}{S} \Delta s_1;$$

$$\text{und } y_1 = y_a + \frac{y_e - y_a}{S} \Delta s_1;$$

$$x_1 = x_a + \frac{x_e - x_a}{S} \Delta s_1;$$

ähnlich für y_2 und x_2 :

$$y_2 = y_1 + \frac{y_e - y_a}{S} \Delta s_2;$$

$$x_2 = x_1 + \frac{x_e - x_a}{S} \Delta s_2.$$

Es werden aber immer Abweichungen zwischen S und der Summe der Einzelstrecken s bestehen; wenn diese auch klein und zulässig sind, so müssen sie doch auf die einzelnen Strecken nach dem Verhältnis von deren Größe verteilt werden. Diese Verteilung ergibt sich von selbst, wenn wir in den obigen Formeln s für S setzen, also

$$y_1 = y_a + \frac{y_e - y_a}{s} \Delta s_1 \quad \text{und} \quad x_1 = x_a + \frac{x_e - x_a}{s} \Delta s_1 \quad \text{usw.}$$

Setzen wir hierin $\frac{y_e - y_a}{s} = o$ und $\frac{x_e - x_a}{s} = a$, so erhält man

$$y_1 = y_a + o \Delta s_1$$

$$x_1 = x_a + a \Delta s_1$$

$$y_2 = y_1 + o \Delta s_2$$

$$x_2 = x_1 + a \Delta s_2,$$

sowie

$$\text{als Probe } y_e = y_3 + o \Delta s_3$$

$$x_e = x_2 + a \Delta s_3.$$

Man kann nun auch die Koordinaten für solche Punkte berechnen, die wie der Punkt Q in Fig. 13 seitlich der Linie AE liegen und von ihr rechtwinklig aufgenommen sind. Nach der Fig. 13 sind

$$y_2 - y_2 = \frac{x_e - x_a}{S} h \quad \text{und} \quad x_2 - x_2 = - \frac{y_e - y_a}{S} h.$$

Nimmt man nun an, daß h verhältnismäßig mit den gleichen Messungsfehlern behaftet ist wie s , so setzt man in diesen Formeln zur Verteilung der Abweichungen wieder s statt S und erhält:

$$y_q = y_2 + ah \quad x_q = x_2 - oh.$$

Dabei muß man aber h , wenn es rechts von AE liegt, das positive, und wenn es links von AE liegt, das negative Vorzeichen geben.

In dem nachfolgenden Rechenbeispiel, das sich auf Fig. 14 bezieht, sind die Koordinaten y_a, x_a, y_e, x_e der Punkte A und E , sowie die Strecken Δs_n gegeben. Für den seitlich liegenden Punkt P_1 werden zunächst die Koordinaten des Fußpunktes P_1' , und sodann mit Hilfe der Höhe $h = \Delta \eta$ die Koordinaten des Punktes P_1 berechnet. Da P_1 links von AE liegt (von der Messungs- und Berechnungsrichtung aus betrachtet), so wird h negativ genommen. Um von P_1 weiter nach P_2 rechnen zu können, geht man zunächst auf P_1' zurück, setzt also in der Spalte $\Delta \eta$ die Höhe mit dem umgekehrten Vorzeichen ein.

Die Abzissen der Punkte sind negativ. Sie sind hier als sog. dekadische Ergänzungen geschrieben worden, die wir schon von den Logarithmen her kennen: es werden die negativen Zahlen als Differenzen dargestellt, deren Minuendus stets positiv, deren negativer Subtrahendus gleich 1 oder 10 oder einer Potenz von 10 ist, z. B.

$$-0,93 = +0,07 - 1 = +9,07 - 10 = +99,07 - 100 \text{ usw.}$$

Das Niederschreiben des Subtrahendus wird dadurch erübrigt, daß er durch ein dem positiven Minuendus vorgefügtes liegendes Kreuz \times kenntlich gemacht wird, das eine negative Einheit der Stelle bedeutet, in der es steht. Es wird daher geschrieben: $-0,93 = \times,07 = \times 9,07 = \times 99,07$. Die Abzisse des Punktes A heißt also eigentlich $-87427,51$. Der Rechnungsgang ist folgender: Man ermittelt zunächst $y_e - y_a$ und $x_e - x_a$, bildet $(y_e - y_a)^2$ und $(x_e - x_a)^2$ und berechnet daraus S . Dieses $S = 293,54$ vergleicht man mit der gemessenen Strecke $s = 293,1$; die Abweichung d beträgt $+0,44$. Da die Strecke in sehr ungünstigem Gelände liegt, ist nach der amtlichen Fehlertafel III eine Abweichung von $0,57$ zulässig. Die vorliegende Abweichung ist also erlaubt. Man berechnet sodann o und a und bildet $\Delta y_1 = o \Delta s_1$; $\Delta y_2 = o \Delta s_2 \dots$, sowie $\Delta x_1 = a \Delta s_1$, $\Delta x_2 = a \Delta s_2 \dots$. Die Rechnung von o und a ist im Beispiel mit einer Rechentafel (von Crelle) auf nur 3 Stellen ausgeführt. Infolgedessen müssen wir damit rechnen, daß die Summen der Koordinatenunterschiede $[\Delta y_n]$ und $[\Delta x_n]$ nicht mit dem Soll übereinstimmen. Die Summe der Abzissenunterschiede stimmt zufällig; aber in den Ordinatenunterschieden tritt eine Abweichung von $0,19$ m auf, die nach dem Verhältnis der Einzelstrecken Δs_n verteilt wird. Die gleiche Verbesserung muß natürlich auch bei der Höhe angebracht werden; sie erscheint aber bei dieser nicht im Ordinatenunterschied, sondern im Abzissenunterschied, da ja dieser

aus dem ungenauen o hergeleitet ist. Hätte man o und a sofort auf 5 Stellen berechnet, so hätte die Summe der Koordinatenunterschiede genau mit dem Soll übereinstimmen müssen. Größere Vermessungsbureaus besitzen eine Rechenmaschine und berechnen mit ihr o und a auf 5 Stellen.

Der Vordruck entspricht dem trig. Formular 22 der preuß. Katasteranweisung IX.

$\frac{H_a}{x_a}$		\pm	o d	Strecken ΔS_n Meter	$\Delta \eta$ Meter		Δy_n y_n Meter		Δx_n x_n Meter		Nr. des Punktes P_n
H_e x_e	S				\pm	$+$	$-$	\pm	\pm	\pm	
							31 154,39		\times 12572,49	<u>A</u>	
+ 243,76	59 419	+ 0,831		105,7			7				
- 163,54	26 745	- 0,558					+ 87,84	-	58,98		
293,54	86 164	+ 0,44 (1110,57)					31 242,30		\times 12513,51	$P_{1,1}$	
						48,45	+ 27,03	+ 40,26			
							31 269,33		\times 12553,80	P_1	
						48,45	- 27,03	- 40,26			
							31 242,30		\times 12513,51	$P_{1,1}$	
				22,9			1				
							+ 19,03	- 12,78			
							31 261,34		\times 12500,73	P_2	
				78,2			5				
							+ 64,98	- 43,63			
							31 326,37		\times 12457,10	P_3	
				86,3			6				
							+ 71,72	- 48,15			
							31 398,15		\times 12408,95	<u>E</u>	
		$s =$	293,1	48,45	48,45		+ 243,76	- 163,54			
							+ 243,57	- 163,54			
							+ 0,19				

Eine in der Landmessung häufig vorkommende Aufgabe ist die Berechnung der Koordinaten des Schnittpunktes zweier Messungslinien. Aus Raummangel kann hier nicht näher

auf sie eingegangen werden. Aus dem gleichen Grunde kann hier auch nicht die Umformung der Koordinaten, die der Landmesser sehr oft vorzunehmen hat, behandelt werden. Wer sich hierfür interessiert, wird das Nötige in jedem Handbuch über Vermessungskunde, insbesondere in Jordans Vermessungskunde, Eggerts Einführung in die Geodäsie und F. G. Gauß' Teilung der Grundstücke finden.

5. Die Berechnung der Flächeninhalte.

Man kann den Flächeninhalt eines Grundstücks auf verschiedene

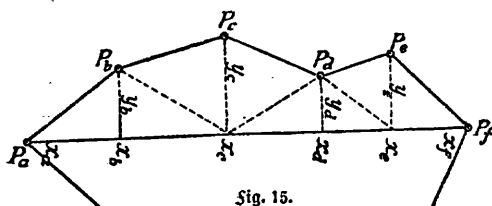


Fig. 15.

Weise ermitteln: a) unmittelbar aus den bei der Aufnahme eines Grundstücks ermittelten Messungszahlen oder b) auf graphischem Wege (mit Zirkel und Maßstabe oder anderen

Hilfsmitteln) auf der Karte oder c) auf graphischem Wege unter teilweiser Benutzung der Messungszahlen.

Das Verfahren zu a) ist natürlich das genaueste; denn bei der graphischen Flächenermittlung ist man einerseits von der Genauigkeit der Kartierung (Kartenanfertigung) abhängig, andererseits kann die Ermittlung von Maßen auf einer Karte, namentlich wenn diese in kleinem Maße gezeichnet ist, nicht so genau erfolgen wie in der Örtlichkeit.

a) Flächenberechnung aus Messungszahlen. Der doppelte Flächeninhalt F des Vielecks $P_a P_b P_c P_d P_e P_f$ ergibt sich aus Fig. 15:

$$(1) \quad 2F = x_b \cdot y_b + (x_c - x_b)(y_b + y_d) + (x_d - x_c)(y_c + y_d) + (x_e - x_d)(y_d + y_e) + (x_f - x_e)y_e.$$

Aus der Zeichnung ergibt sich auch

$$(2) \quad 2F = y_b \cdot (x_c - x_a) + y_c(x_d - x_b) + y_d(x_e - x_c) + y_e(x_f - x_d).$$

Gleichung (2) kann auch in der allgemein gültigen Form geschrieben werden (Fig. 16):

$$(3) \quad 2F = y_a(x_n - x_b) + y_b(x_a - x_c) + y_c(x_b - x_d) + \dots \\ + y_{n-1}(x_{n-2} - x_n) + y_n(x_{n-1} - x_a)$$

oder (nach Umformung)

$$(4) \quad 2F = x_a(y_b - y_n) + x_b(y_c - y_a) + x_c(y_d - y_b) + \dots \\ + x_{n-1}(y_n - y_{n-2}) + x_n(y_a - y_{n-1}).$$

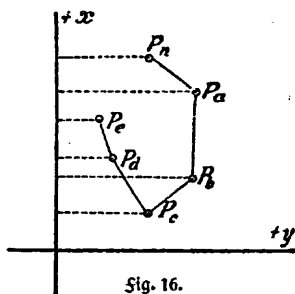
Man nennt die Formeln (3) und (4) nach C. F. Gauß die Gauß'schen Flächenformeln. Sie gelten auch für verschränkte Vielecke; es ist aber auch hier auf die richtige Reihenfolge in der Benennung der Punkte zu achten (S. 38). Man verwendet bei der Berechnung nach den Gauß'schen Formeln zweckmäßig einen Vordruck. Einige Rechenbeispiele befinden sich S. 36 bis 38.

Bei den vielen Multiplikationen, die in der Landmessung vorkommen, kann man von der sog. Neunerprobe vorteilhaft Gebrauch machen, um zu ermitteln, ob und wo Rechenfehler untergelaufen sind. Die Probe besteht darin, daß man von jedem Faktor den bei der Division durch 9 bleibenden Rest bildet, diese Reste miteinander multipliziert und von dem Ergebnis nur den Neunerrest beibehält, der gleich dem Neunerrest des Produktes sein muß. Ist das nicht der Fall, so liegt ein Rechenfehler vor. Umgekehrt kann man, wenn die Gleichheit vorhanden ist, nicht mit Sicherheit, aber mit großer Wahrscheinlichkeit annehmen, daß ein Rechenfehler nicht vorgekommen ist. Der Neunerrest einer Zahl ist gleich dem Neunerrest der Quersumme ihrer Ziffern, ist also leicht zu bilden.

Beispiel: $10\ 502 \times 13\ 412 = 140\ 852\ 824$
 Neunerrest der Quersumme 8 2 7
 $8 \times 2 = 16$; Neunerrest 7 = 7.

Die Neunerprobe bietet insofern keine Sicherheit, als sie den etwaigen fehlerhaften Stellenansatz nicht erkennen läßt. Auch kann es vorkommen, daß sich ein Rechenfehler in der Multiplikation mit einem anderen in der Neunerprobe aufhebt.

Für das Dreieck und Viereck ziehen sich die Formeln wie folgt zusammen:



Sig. 16.

Dreieck:

$$(5) \quad 2F = (y_a - y_b)(x_c - x_b) + (y_b - y_c)(x_a - x_b)$$

$$(6) \quad = (y_b - y_c)(x_a - x_c) + (y_c - y_a)(x_b - x_c)$$

$$(7) \quad = (y_c - y_a)(x_b - x_a) + (y_a - y_b)(x_c - x_a).$$

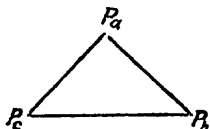


Fig. 17.

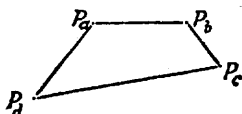


Fig. 18.

Viereck:

$$(8) \quad 2F = (y_a - y_c)(x_d - x_b) + (y_b - y_d)(x_a - x_c).$$

Auch hier muß darauf geachtet werden, daß die Punkte wie die Zahlen auf den Zifferblättern unserer Uhren, d. h. recht-läufig gezählt oder benannt werden.

Für das Dreieck werden neben den obigen Formeln, die den Flächeninhalt aus Koordinaten ergeben, noch die anderen bekannten Formeln angewendet:

$$(9) \quad 2F = g \cdot h \quad (g = \text{Grundlinie, } h = \text{Höhe}) \quad \text{und}$$

$$(10) \quad 2F = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad \text{worn } s = \frac{a+b+c}{2} \text{ ist;}$$

ferner für das Viereck:

$$(11) \quad 2F = \text{Diagonale} \times \text{Summe der Höhen nach den anderen Eckpunkten.}$$

b) Flächenberechnung auf graphischem Wege. Bei der Flächeninhaltsberechnung auf Grund einer Karte zerlegt man die zu berechnende Fläche in Dreiecke und Vierecke und wendet Formel (9) bzw. (11) an, indem man die betreffenden Maße auf der Karte mit Hilfe eines Maßstabes ermittelt. Sehr zweckmäßig bedient man sich hierbei einer mit einem eingezähten Millimeter-Quadratnetz überzogenen Quadratglastafel, da man dann die Höhen auf der Karte nicht besonders zu zeichnen braucht, vielmehr — ebenso wie die Grundlinie bzw. die Diagonale — sofort auf der Quadratglastafel ablesen kann. Selbstverständlich muß dabei der Maßstab der Karte berücksichtigt werden. Ist die Karte im Maßstab 1:500 gezeichnet, so entspricht 1 mm der Glastafel 0,5 m auf der Karte.

Bei Vielecken benutzt man die planimetrischen Sätze über Verwandlung von Figuren, indem man die gegebene Fläche in ein Dreieck oder Viereck verwandelt. So kann das in Fig. 19 dargestellte Siebeneck 1, 2... 7 dadurch in ein Viereck verwandelt werden, daß man zunächst 1 mit 3 verbindet und durch 2 die Parallele $a2$ zieht. $\triangle 123 = \triangle 1a3$

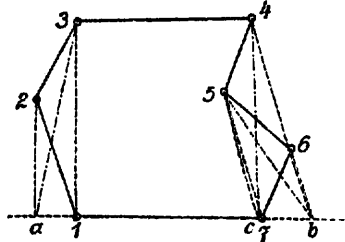


Fig. 19.

(Dreiecke von gleicher Grundlinie und gleicher Höhe). Verbindet man sodann 7 mit 5, zieht durch 6 die Parallele $b6$, verbindet b mit 4 und zieht durch 5 die Parallele $5c$, so erhält man schließlich das Viereck $a34c$, das die gleiche Fläche hat wie das Siebeneck 1, 2... 7.

Zur graphischen Flächenberechnung verwendet man außer der Quadratglastafel noch andere Hilfsmittel, so die Planimeterharfe, besonders geeignet für langgestreckte, unregelmäßige Figuren, wie Wege; ferner das Schiebepanometer von Mönkemöller, sowie Kloths Hyperbeltafel. Am bequemsten läßt sich die graphische Flächenermittlung mit dem in Fig. 20 dargestellten Umfahrungsplanimeter ausführen. Will man mit ihm den Flächeninhalt einer Figur berechnen, so drückt man die unter dem Pol b befindliche kleine Nadel fest in das Papier und wählt auf der Grenze der Figur einen Punkt, auf dem die Umfahrung beginnen soll. Auf diesem Punkte setzt man den Fahrstift f an und liest an der Scheibe und der Rolle (bzw. dem Nonius) ab. Nun umfährt man die Grenzen der Figur im rechtsläufigen Sinne (also im Uhrzeigerdrehungsinne) bis zum Ausgangspunkte und liest wieder ab. Die Differenz der beiden Ablesungen multipliziert man mit dem Werte der Ableseungseinheit, die je nach der Länge des Fahrarmes A und dem Maßstab der Karte verschieden ist. Man stellt den Fahrarm stets so ein, daß der Wert

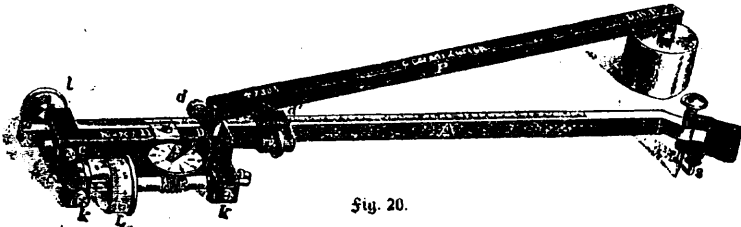


Fig. 20.

der Ablefungseinheit eine runde Zahl ergibt, z. B. 10 qm. Betrag die Differenz der Ablefungen z. B. 430, so ist der Flächeninhalt der umfahrenen Figur = 4300 qm. Die Kürze des zur Verfügung stehenden Raumes und der Zweck des Büchleins verbieten es, auf die Theorie des Umfahrungsplanimeters einzugehen. Es ist in seiner Urform 1814 von Hermann erfunden worden. Amsler erfand 1854 das Polarplanimeter, das dem in Fig. 20 dargestellten schon ziemlich ähnelt und größte Verbreitung fand. Die Fig. 20 gibt ein Kompensationsplanimeter wieder, das die Werkstätte C. Coradi-Zürich nach den Anregungen des Landmessers Lang (1893) gebaut hat.

c) Graphische Flächenberechnung unter Mitbenutzung von Messungszahlen. In manchen Fällen, z. B. bei größeren zusammenhängenden Neuvermessungen, ist es ausgeschlossen, die Messung so auszuführen, daß man die Flächenberechnung eines jeden Grundstücks völlig aus Messungszahlen vornehmen kann. Man mißt dann aber wenigstens bei langgestreckten Figuren die Breiten und verwendet diese bei der Flächenberechnung. Die genaue Ermittlung der Breiten ist nämlich für die Flächenberechnung erheblich wichtiger als die der Längen. Ein Fehler in der kurzen Breite ist von größerem Einfluß auf den Flächenfehler als ein Fehler in der Länge, denn der Fehler in der Breite wird mit der ganzen Längsseite multipliziert, ein Fehler in dieser aber nur mit der kurzen Breite. Die zu der Breite gehörige Höhe ermittelt man auf der Karte an einem Maßstab oder mit Hilfe der unter b beschriebenen Quadratglastafel. So berechnet man den Inhalt des Grundstücks 1, 2, 3 . . . 6 in Fig. 21, indem man die Figur in die Dreiecke 1, 2, 6 und 2, 3, 4 sowie das Viereck 2, 4, 5, 6 zerlegt. In den beiden Dreiecken sind die Grundlinien 1-6 und 3-4, in dem Viereck die Diagonale 2-5 gemessen. Die zugehörigen Höhen werden aus der Karte entnommen: zur Grundlinie 1-6 im Dreieck 1, 2, 6 gehört die Höhe $a - 2$; zur Grundlinie 3-4 im Dreieck 2, 3, 4 gehört die Höhe $b - 2$; im Viereck ermittle ich zur Basis 2-5 die Summe der Höhen von den Dreiecken 2, 4, 5 und

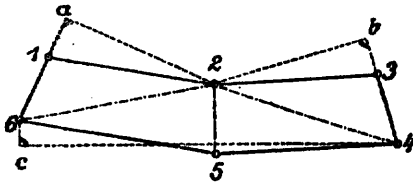


Fig. 21.

2, 5, 6, indem ich zu 2–5 eine Parallele durch 6 lege und auf sie von 4 aus die Senkrechte $c - 4$ fälle. Man ermittelt diese Höhen, wie erwähnt, am besten mit einer Quadratlastafel.

6. Die Teilung der Grundstücke.

Die Aufgabe der Grundstücksteilung begegnet dem Landmesser sehr oft bei Erbschaftsregelungen, beim Verkauf eines Grundstücksteils, bei Geradelegung von Wegen, bei Grenzverlegungen usw. In vielen Fällen zeigen die Beteiligten dem Landmesser die Lage der neuen Grenzen an, so daß er — abgesehen von der späteren Berichtigung des Katasters und der Erteilung der Auffassungsschriften — das Teil- und Restgrundstück nur aufzumessen und ihren Flächeninhalt zu berechnen hat. In vielen Fällen hat aber der Landmesser die Lage der Teilungsgrenze so abzustechen, daß eine bestimmte Fläche (z. B. ein Morgen = 25,53 ar oder die Hälfte des ganzen Grundstücks) abgeteilt wird, und daß die Teilungslinie noch gewisse andere Bedingungen erfüllt. Nach diesen Bedingungen zerlegt man die Teilungen in folgende Gruppen: a) Teilungen aus einem gesuchten Punkte; b) Teilungen aus einem gegebenen Punkte; c) Parallelteilungen, wobei die Teilungslinien parallel mit einer Seite des Stammgrundstücks oder auch mit einer beliebigen anderen Geraden zu führen sind; d) Proportionalteilungen, wobei sich die eine abgeschnittene Seite der gesuchten Fläche zu der bezüglichen der Stammsfläche verhält, wie die andere abgeschnittene Seite der gesuchten Fläche zu der anderen bezüglichen Seite der Stammsfläche; e) senkrechte Teilungen, wobei die Teilungslinien senkrecht zu einer Seite der Stammsfläche oder zu einer beliebigen anderen Geraden zu ziehen sind; f) Teilungen von Grundstücken verschiedener Wertes (verschiedener Bonität).

Man könnte zwar die Teilungen — den gestellten Bedingungen entsprechend — auf der Karte ausführen und sie dann in die Örtlichkeit übertragen. Eine solche zeichnerische (graphische) Bestimmung besitzt aber bei weitem nicht den Genauigkeitsgrad, den die Bestimmung aus Messungszahlen besitzt. Es werden deshalb die Teilungen, wo es geht, unmittelbar auf Zahlen gegründet.

Die Teilung geradlinig begrenzter Flächen ist fast überall auf die

Teilung von Dreiecken und Vierecken zurückzuführen, so daß nur solche Figuren behandelt zu werden brauchen. Soll z. B. das Siebeneck in Fig. 22 so zur Hälfte geteilt werden, daß die Teilungslinie $P_m P_n$ senkrecht zu $P_a P_b$ steht, so führt man die Aufgabe auf die Teilung des Vierecks $P_a P_b P_c P_d$ zurück. Zu diesem Zwecke berechnet man zunächst die Koordinaten des Punktes P_c als des Schnittpunktes der Linie $P_d P_f$ mit der Verlängerung der Linie $P_a P_e$ und berücksichtigt, daß der Flächeninhalt des Vierecks $P_a P_m P_n P_c$

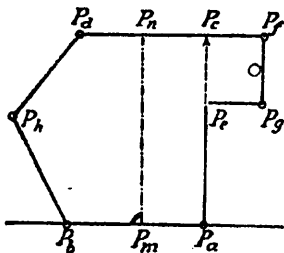


Fig. 22.

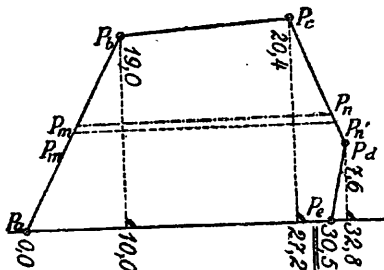


Fig. 23.

zusammen mit dem des Vierecks $P_c P_f P_g P_e$ gleich der Hälfte der Fläche des Siebenecks sein soll.

Im folgenden soll eine ganz einfache Parallelteilung behandelt werden, bei der die Messungslinie in derjenigen Grenze liegt, zu der die neue Grenze parallel verlaufen soll.

Aufgabe: Von dem Fünfeck in Fig. 23 soll die Fläche $F = 300$ qm so abgeteilt werden, daß $P_m P_n \perp P_a P_e$ ist.

Lösung: Man berechnet zunächst den Flächeninhalt U des Fünfecks $P_a P_b P_c P_d P_e$ nach den Gaußschen Formeln (3) und (4) – S. 29.

Die weitere Lösung erfolgt am einfachsten nach dem sog. Näherungsverfahren: Man berechnet die ungefähre Lage der Teilungslinie, d. h. einen genäherten Wert für die Höhe des abzutrennenden Teilgrundstückes $h = \frac{F}{P_a P_e} = \frac{300}{30,5} = 9,8$.

h ist gleich $\eta_{m'}$ und $\eta_{n'}$, also gleich den Ordinaten der Punkte $P_{m'}$ und $P_{n'}$. Die zugehörigen Abszissen erhält man aus

$$\varphi = \frac{x_b - x_a}{H_b} \quad \text{und} \quad \xi_{m'} = x_a + \varphi \eta_{m'}$$

sowie $\psi = \frac{x_d - x_c}{y_d - y_c} \quad \text{und} \quad \xi_{n'} = x_d - \psi (y_d - \eta_{n'})$,

Nummer des Punktes	y_n	x_n	$\Delta y_n =$		$\Delta x_n =$		$y_n \Delta x_n$		$x_n \Delta y_n$	
	\pm	\pm	$+ y_{n+1}$	$- y_{n-1}$	$- x_{n+1}$	$+ x_{n-1}$	$+$	$-$	$+$	$-$
P_a	0,0	0,0								
P_b	19,0	10,0			20,4		516,80			204,00
P_c	20,4	27,2	11,4			27,2	465,12		310,08	
P_d	7,6	32,8	20,4			22,8	25,08		669,12	
P_e	0,0	30,5	7,6		32,8				231,80	
P_a	0,0	0,0			19,0	20,5				
P_b	19,0	10,0								
			39,4	39,4	53,3	53,3	1007,00		1211,00	204,00
									1007,00	
also $2U = 10 \text{ a } 07 \text{ qm}$ und $U = 5 \text{ a } 03,5 \text{ qm}$										

$$\varphi = \frac{10,0}{-19,0} = -0,526; \xi_{n'} = 0,0 + (-0,526)(-9,8) = +5,15,$$

$$\psi = \frac{+5,6}{+12,8} = +0,438; \xi_n = 32,8 - (+0,438)(-7,6 + 9,8) = 31,84.$$

Nunmehr ermittelt man den doppelten Inhalt des Fünfecks $P_a P_m'$, $P_n' P_d P_e$.

Nummer des Punktes	y_n	x_n	$\Delta y_n =$		$\Delta x_n =$		$y_n \Delta x_n$		$x_n \Delta y_n$	
	\pm	\pm	$+ y_{n+1}$	$- y_{n-1}$	$- x_{n+1}$	$+ x_{n-1}$	$+$	$-$	$+$	$-$
P_a	0,0	0,0								
P_m'	9,8	5,15			9,8	31,84	312,03			50,47
P_n'	9,8	31,84	2,2			27,65	270,97		70,05	
P_d	7,6	32,8	9,8		1,34			10,18	321,44	
P_e	0,0	30,5	7,6		32,80				231,80	
P_a	0,0	0,0			9,8	25,35				
P_m'	9,8	5,15								
			19,6	19,6	59,49	59,49	583,00	10,18	623,29	50,47
							572,82		572,82	

Während also nach der Aufgabe 300 qm abgesteckt werden sollten, sind nur 286 qm abgesteckt worden. Die Differenzfläche f beträgt: $f = F - P_a P_m P_n P_d P_e = 300 - 286 = 14$ qm. Man berechnet nun die Verbesserung v , um die h berichtigt werden muß:

$$v = \frac{f}{\xi_n - \xi_m} = \frac{14}{26,69} = 0,52,$$

$$h = h + v = + 9,8 + 0,52 = 10,32,$$

$$y_n = y_a = - 10,32,$$

$$x_m = x_a + \varphi y_m = 0,00 + (- 0,526)(- 10,32) = + 5,43,$$

$$x_n = x_d - \psi (y_d - y_n) = 32,8 - (+ 0,438)(- 7,6 + 10,32) = 31,61.$$

Zum Schluß berechnet man den Inhalt des Grundstücks $P_a P_m P_n P_d P_e$:

Nummer des Punktes	y_n	x_n	$\Delta y_n =$		$\Delta x_n =$		$y_n \Delta x_n$		$x_n \Delta y_n$	
	\pm	\pm	$+ y_{n+1}$	$- y_{n-1}$	$- x_{n+1}$	$+ x_{n-1}$	$+$	$-$	$+$	$-$
			$+$	$-$	$+$	$-$	$+$	$-$	$+$	$-$
P_a	0,0	0,0								
P_m	- 10,32	5,43		10,32		31,61	326,22			56,04
P_n	10,32	31,61	2,72			27,37	282,46		85,98	
P_d	- 7,6	32,80	10,32		1,11		8,44	338,50		
P_e	0,0	30,50	7,60		32,80			231,80		
P_a	0,0	0,0		10,32		25,07				
P_m	- 10,32	5,43								
			20,64	20,64	58,98	58,98	608,68	8,44	656,28	56,04
							600,24		600,24	
			also $F = 300$ qm							

Schwieriger liegt der Fall, wenn die Messungslinie nicht in der Grenze liegt, zu der die neue Grenze parallel führen soll, sondern so, wie es in Fig. 24 dargestellt ist. Der Grundgedanke der Auflösung derartiger Aufgaben ist der, daß man für jede Bedingung, die die Aufgabe enthält, eine Gleichung aufstellt und aus den erhaltenen Gleichungen die Unbekannten berechnet. Die Schwierigkeit besteht dann hauptsächlich darin, die Gleichungen in eine für die Rechnung brauchbare Form zu bringen. Soll von dem Viereck $P_a P_b P_c P_d$ in Fig. 24 eine Fläche $F = 100$ qm abgeschnitten werden, und die neue Teilungslinie $P_m P_n \parallel P_a P_c$ laufen, so liegen folgende Bedingungen vor:

1. Die Flächenbedingung, die sich nach (8) (S. 30) in der Gleichung $2F = (y_a - y_n)(x_c - x_m) + (y_m - y_c)(x_a - x_n)$ ausdrückt,

2. Die Bedingung der Parallelität: $\frac{y_n - y_m}{x_n - x_m} = \frac{y_c - y_a}{x_c - x_a}$,

3. P_m soll in der Geraden $P_a P_b$ liegen: $\frac{y_m - y_a}{x_m - x_a} = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a}$,

4. P_n soll in der Geraden $P_c P_d$ liegen: $\frac{y_n - y_c}{x_n - x_c} = \frac{y_d - y_c}{x_d - x_c}$.

In diesen 4 Gleichungen sind 4 Unbekannte y_m, x_m, y_n, x_n vorhanden; diese lassen sich also aus den 4 Gleichungen berechnen. Nach § 45 des Buches von S. G. Gauß, Die Teilung der Grundstücke, das eine erschöpfende Behandlung aller möglichen Teilungsaufgaben enthält, kann die Aufgabe, wie folgt, gelöst werden.

Aufgabe: Von dem Viereck $P_a P_b P_c P_d$ in Fig. 24 soll eine Fläche $F = 100 \text{ qm}$ so abgetrennt werden, daß $P_m P_n \parallel P_a P_c$ läuft.

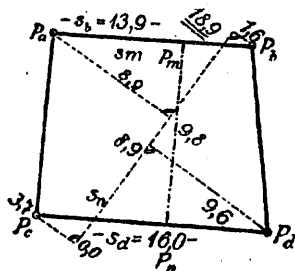


Fig. 24.

Lösung: Berechnung des Flächeninhalts des Vierecks $P_a P_b P_c P_d$

$$2V = (y_a - y_d)(x_c - x_b) + (y_b - y_c)(x_a - x_d) = 354,42 \text{ qm},$$

also $V = 177 \text{ qm}$.

Es werden nun die folgenden 3 Hilfsgrößen eingeführt:

$$A = (y_a - y_b)(x_d - x_c) + (y_c - y_d)(x_a - x_b) = + 27,58,$$

$$B = (y_a - y_b)(x_a - x_c) + (y_c - y_a)(x_a - x_b) = - 150,22,$$

$$C = (y_d - y_c)(x_a - x_c) + (y_c - y_a)(x_d - x_c) = + 176,62.$$

Rechenprobe: $A - B + C = 2V = 354,42$.

$$M = \frac{C}{A} = + 6,404; \quad N = \frac{M}{B} \cdot 2F = - 8,526,$$

$$m = -M \pm \sqrt{M^2 - N} = + 0,634,$$

$$n = m \frac{-B}{C} = + 0,540,$$

$$s_m = m s_b = 8,81,$$

$$s_n = n s_d = 8,64,$$

$$y_m = y_a + m(y_b - y_a) = - 2,24, \quad x_m = x_a + m(x_b - x_a) = + 15,57,$$

$$y_n = y_c + n(y_d - y_c) = + 3,48, \quad x_n = x_c + n(x_d - x_c) = + 4,81.$$

Rechenproben:

$$\frac{y_n - y_m}{x_n - x_m} = \frac{y_c - y_a}{x_c - x_a}; \quad -0,531 = -0,531 \quad (\text{Parallelität}),$$

$$\frac{y_b - y_m}{x_b - x_m} = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a}, \quad 1,153 = 1,154 \quad (\text{Gradlinigkeit}),$$

$$\frac{y_d - y_n}{x_d - x_n} = \frac{y_d - y_c}{x_d - x_c}; \quad 1,496 = 1,495 \quad (\text{Gradlinigkeit}),$$

$$2F = (y_a - y_n)(x_o - x_m) + (y_m - y_c)(x_a - x_n) = 200,05 \quad (\text{Fläche}),$$

$$s_m = \sqrt{(y_m - y_a)^2 + (x_m - x_a)^2} = 8,81,$$

$$s_n = \sqrt{(y_n - y_c)^2 + (x_n - x_c)^2} = 8,64.$$

7. Grenzveränderung durch Ausgleichung.

Der Landmesser steht oft vor der Aufgabe, gebrochene Grenzlinien – ohne Veränderung des Flächeninhaltes der beiderseitigen Grundstücke – zu begradigen.

Rechenbeispiel.

Aufgabe: Die in Fig. 25 dargestellte gebrochene Grenze $P_b P_c P_d P_e$ soll unter Flächenaustausch so geregelt werden, daß die neue Grenze senkrecht zu $P_o P_h$ liegt.

Lösung: Man steckt eine Näherungsausgleichende $P_a P_f$ senkrecht zu $P_o P_h$ aus, mißt von ihr aus die gebrochene Grenze auf und berechnet den Inhalt f des verschränkten Vielecks $P_a P_b P_c P_d P_e P_f$ nach den Gaußschen Formeln (3) und (4) auf S. 29.

Nummer des Punktes	y_n	x_n	$\Delta y_n =$		$\Delta x_n =$		$y_n \Delta x_n$		$x_n \Delta y_n$	
			$+ y_{n+1}$	$- y_{n-1}$	$- x_{n+1}$	$+ x_{n-1}$	+	-	+	-
	\pm	\pm	+	-	+	-	+	-	+	-
P_a	0,0	0,0								
P_b	3,4	0,0								
P_c	3,6	9,0	5,5	3,6		9,0	30,60			
P_d	2,1	10,4	1,8			10,4	37,44			
P_e	1,8	19,0		2,1		10,0		21,00		18,72
P_f	0,0	19,0	1,8			8,6	15,48			39,90
P_a	0,0	0,0		3,4		19,0				34,20
P_b	3,4	0,0				19,0				
			9,1	9,1	38,0	38,0	83,52	21,00	102,42	39,90
							62,52		62,52	

Da der Inhalt f des verschränkten Vielecks gleich 31,26 qm ist, muß die Näherungsausgleichende $P_a P_f$ um v verschoben werden, damit der Flächeninhalt gleich 0 wird.

$$v = \frac{f}{P_a P_f} = 1,65.$$

Verschiebt man die Näherungsausgleichende $P_a P_f$ um 1,65, so erhält man die Ausgleichende $P_m P_n$.

Der Inhalt des verschränkten Vielecks $P_m P_b P_c P_d P_e P_n$ muß gleich 0 sein.

Wenn die ausgleichende Gerade nicht senkrecht zu einer Seitengrenze, sondern parallel zu einer anderen Grenze liegen soll, so steckt man die Näherungsausgleichende parallel zu dieser ab. Im übrigen bleibt die Lösung die gleiche.

Soll, wie in Fig. 26, der Grenz zug $P_a P_b P_c P_d$ unter Flächen-austausch so begradigt werden, daß die Grenze durch einen gegebenen Punkt P_m geht, so legt man sich auch hier eine ungefähr ausgleichende Gerade $P_m P_{n'}$, mißt von ihr aus den Grenzzug $P_a P_b P_c P_d$ auf und berechnet nach den Gaußschen Formeln den Inhalt des verschränkten Vielecks $P_{n'} P_m P_a P_b P_c P_d$. Ist er nicht gleich 0, sondern gleich f , so erhält man die Höhe h des Dreiecks $P_{n'} P_m P_n$ aus $h = \frac{2f}{P_m P_{n'}}$ und $P_{n'} P_n = P_{n'} P_e \frac{h}{y_e}$, worin P_e einen beliebigen Punkt der Seitengrenze bedeutet, den man von $P_{n'}$ P_m aus aufgemessen hat.

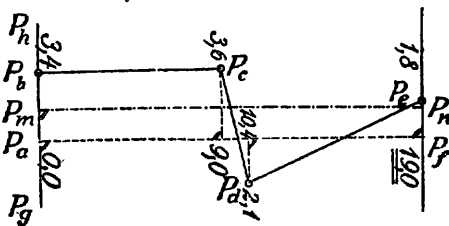


Fig. 25.

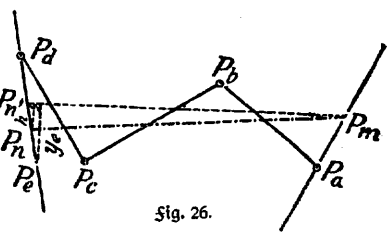


Fig. 26.

B. Der Theodolit.

1. Allgemeine Beschreibung des Theodolits.

Handelt es sich um Vermessungen in unebenem Gelände oder in enggebauten Ortschaften oder um Vermessungen größeren Umfanges, so genügen die im Abschnitt I A beschriebenen einfachen

Hilfsmittel nicht. Es muß dann noch ein Winkelmesswerkzeug, der sog. Theodolit verwendet werden. Der Theodolit dient in erster Linie zum Messen von Horizontalwinkeln, d. h. von Winkeln zwischen den Vertikalebene der Zielpunkte. Er kann auch zum Messen von Vertikalwinkeln gebraucht werden, wenn er nicht nur einen Horizontalkreis, sondern auch einen Vertikal- (Höhen)-kreis besitzt.

Der Theodolit besteht in der

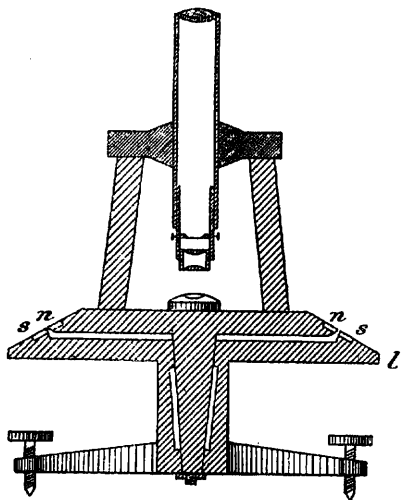


Fig. 27.

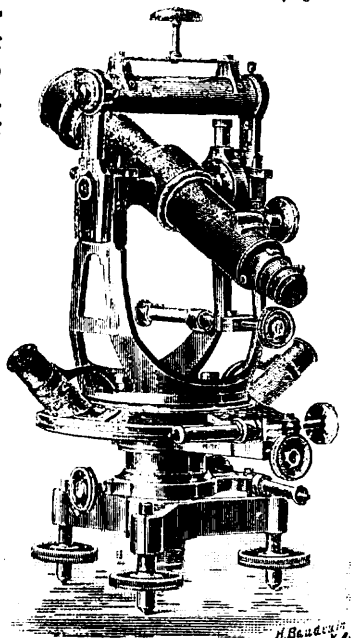


Fig. 28. (12 cm Rep.-Theodolit von Th. Rosenberg, Berlin 61.)

Hauptfache aus einem eingeteilten Kreise, der horizontal auf einem Dreifuß steht, und einem Zielfernrohr. Die Fig. 27 stellt einen einfachen Theodolit in seinem Vertikalschnitt dar, während wir in der Fig. 28 einen sog. Repetitionstheodolit vor uns haben.

Auf dem Dreifuß, von dem wir in Fig. 27 nur zwei Füße sehen, erhebt sich eine konisch ausgebohrte Hohlachse (Büchse), die am oberen Ende — rechtwinklig zur Achsenmittellinie — den Horizontalkreis *l* trägt. Dieser hat einen Silberring (den Limbus) *ss*, auf dem die Kreisteilung angebracht ist. Der Durchmesser des Limbus schwankt bei den verschiedenen Theo-

doliten zwischen 8 und 28 cm. Der Kreis ist nicht nur in einzelne Grade, sondern auch in Teile eines Grades geteilt, so daß der Zwischenraum zwischen zwei Teilstrichen je nach der Größe des Kreises 30' bis 10' beträgt. In der Limbusbüchse sehen wir einen kegelförmigen Zapfen, der am oberen Ende ebenfalls eine Kreisscheibe trägt. An ihrem Rande befinden sich zwei diametral einander gegenüber liegende Zeiger (Nonien) auf eingelegten Silberplättchen *n*. Diese Zeiger, von denen S. 46 noch näher die Rede sein wird, ermöglichen eine Ableseung von 1' bis 10'', je nach der Größe des Limbustreifes. Zur genaueren Ableseung an den Nonien sind, wie Fig. 28 zeigt, Lupen angebracht. Manche (insbesondere größere) Theodolite haben statt der Nonien Ablesemikroskope, durch die eine noch genauere Ableseung (bis zu 1'') ermöglicht wird. Die Scheibe mit den Nonien (bzw. den Ablesemikroskopen) nennt man die Alhidade. Auf ihr stehen die Fernrohrträger mit dem Fernrohr. Das Fernrohr ruht mit einer Welle in den Lagern der Fernrohrträger und läßt sich um diese Welle, die Fernrohrkippachse, in vertikaler Richtung auf- und niedertippen. Diese Kippvorrichtung ist deswegen von großer Bedeutung, weil wir die Winkel nicht in geneigten Ebenen, sondern in Horizontalebene messen wollen. Durch die Kippachsen- vorrichtung werden die Winkel selbsttätig auf den Horizont projiziert. Die Vorgänger des Theodolits: Astrolabium und Bordascher Repetitionskreis haben diese Kippvorrichtung nicht gehabt. Man maß mit ihnen die Winkel in der schiefen Ebene und reduzierte sie durch Messung der Zenitdistanzen oder der Höhenwinkel auf den Horizont. Auch mit dem Spiegelsextant mißt man die Winkel in der schiefen Ebene.

Außer der Fernrohrkippachse spielen beim Theodolit noch zwei Achsen eine wichtige Rolle:

Die Vertikal- oder Stehachse, die durch den Zapfen der Alhidade und die Limbusbüchse führt (s. Fig. 32 u. 33) und die Visierachse (die optische Achse des Fernrohrs, s. S. 44).

Zur Lotrechtstellung der Stehachse dienen die Stellschrauben des Dreifußes und die in Fig. 27 sichtbare Dosenlibelle. Manche Instrumente haben an Stelle der Dosenlibelle zwei senkrecht zu einander stehende Röhrenlibellen oder auch nur eine Röhrenlibelle auf der Alhidade oder an einem der Fernrohrträger. Der

Theodolit in Fig. 28 hat außerdem noch eine sog. Reiterlibelle, die auf der Fernrohrtippachse sitzt.

Der Theodolit wird beim Gebrauch meistens auf ein Stativ gesetzt und auf diesem mit einer Federschraube befestigt. Die Fig. 29 stellt den Vertikalschnitt eines Repetitionstheodolits und

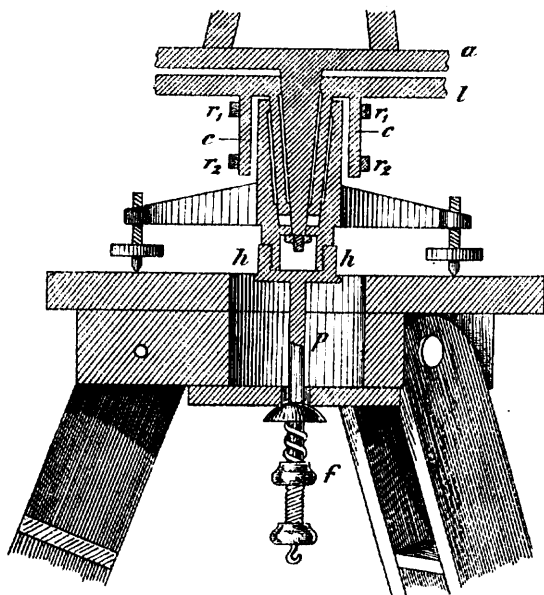


Fig. 29.

eines Stativkopfes mit der Federschraube f , der Herzschraube h und dem Stengelhaken p dar. Am unteren Ende des Stengelhafens wird eine Schnur mit einem Lot angebracht, um den Theodolit auf dem Stativ senkrecht über dem Beobachtungspunkt aufstellen zu können (Zentrieren).

Im großen und ganzen spielt sich die Winkelmessung folgendermaßen ab: man richtet das Fernrohr auf ein Ziel und liest die Richtung an den beiden Zeigern ab. Be-

wegt man nun das Fernrohr nach dem andern Ziel, so dreht sich mit dem Fernrohr auch der mit ihm fest verbundene Zeigerkreis (die Alhidade), während der Limbuskreis unverändert bleibt. Hat man das Fernrohr auf das zweite Ziel eingestellt, so liest man wieder an beiden Zeigern ab. Die Differenz der Ablesungen für das erste und zweite Ziel gibt den Winkel an, um den die Alhidade gedreht wurde, und zugleich den Winkel zwischen den beiden vertikalen Diszierebenen nach dem ersten und zweiten Ziel.

Die genaue Einstellung des Fadent Kreuzes des Fernrohrs wird erleichtert durch die zwei Schrauben, die wir in der Fig. 28 vorn an der Alhidade sehen. Die vordere der beiden Schrauben

dient dazu, die Alhidade mit dem Limbus fest zu verbinden, so daß die Alhidade nicht mehr für sich gedreht werden kann. Durch die andere, quer zu der ersteren befindliche Schraube ist aber noch eine kleine Verschiebung (Feinbewegung) der Alhidade gegen den Limbus möglich. Diese beiden Schrauben sind nicht nur am Repetitionstheodolit, sondern auch am einfachen Theodolit vorhanden; in Fig. 27 sind sie allerdings nicht dargestellt. Der Repetitionstheodolit hat aber außer diesem Schraubenpaar noch ein anderes, das der einfache Theodolit nicht besitzt, und das dazu dient, den Limbus, der sich beim Repetitionstheodolit in der Dreifußbüchse drehen läßt, fest mit dieser zu verbinden bzw. ihn ein wenig gegen sie zu verschieben. Wir sehen diese Schrauben in Fig. 28 unmittelbar über dem Dreifuß. Man braucht sie insbesondere, wenn man einen Winkel mehrere Male hintereinander messen und gewissermaßen aneinander legen will, so daß man das Vielfache des Winkels erhält. Dieses Verfahren, das man „repetieren“ nennt, wird S. 53 beschrieben.

Die Herkunft des Wortes „Theodolit“ ist zweifelhaft. Der Name findet sich zuerst bei L. Digges um 1570. In seiner jetzigen Gestaltung kam der Theodolit um die Mitte des 18. Jahrhunderts aus England zu uns. Das Wort „Alhidade“ stammt aus dem Arabischen und bedeutet Lineal, Diopterlineal. „Limbus“ heißt einfassender Saum, Rand.

2. Das Fernrohr.

Das Fernrohr des Theodolits ist ein astronomisches oder Keplersches, in dem das Bild des beobachteten Gegenstandes umgekehrt erscheint — im Gegensatz zum terrestrischen Fernrohr, das aufrechte Bilder ergibt. Es besteht aus einem Metallrohr; an seinem hinteren Ende sitzt das Objektiv. Am vorderen Ende bewegt sich in dem Objektivrohr die Okularröhre mit dem Okular. Das Objektiv besteht aus einer Doppellinse, deren einer Teil aus Kronglas und deren anderer Teil aus Flintglas hergestellt ist. Die Kronglaslinse ist gewöhnlich bikonvex, die Flintglaslinse konkav-konvex. Sie berühren einander unmittelbar. Bei einer derartigen Doppellinse werden die sphärischen und chromatischen Abweichungen, die bei stark gekrümmten Linsen bestehen, nach Möglichkeit aufgehoben. Die

Objektivlinse erzeugt von dem Gegenstande ein umgekehrtes wirkliches Bild, das durch die Okularlinse, wie durch eine Lupe betrachtet, dem Beobachter vergrößert, aber umgekehrt erscheint. Da das Bild des Gegenstandes je nach dessen Entfernung bald in geringerer, bald in größerer Entfernung vom Objektiv entsteht, so muß sich das Okular der Objektivlinse bald nähern, bald von ihr entfernen lassen. Dazu dient der Okulartrieb. Für entferntere Gegenstände ist die Okularröhre hineinzuschieben, für näher gelegene herauszuschieben. Das Okular besteht aus zwei

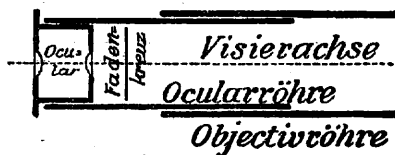


Fig. 30.

plankonvergen Linsen, die ihre erhabenen Flächen einander zuehren. Um einen einzigen Punkt im Gesichtsfelde des Fernrohrs unabhängig von dem Orte des Auges festlegen zu können, besitzt jedes zu Meßzwecken verwendete Fernrohr

ein Fadentkreuz. Es besteht aus zwei sich senkrecht schneidenden Geraden, die entweder auf einer dünnen Glasplatte eingerissen sind, oder durch zwei zarte Spinnfäden dargestellt werden. Man kann das Fadentkreuz mit dem Visier des Gewehrs vergleichen; dem Korn des Gewehres entspricht dann der optische Mittelpunkt des Objektivs. Das Fadentkreuz und der optische Mittelpunkt des Objektivs ergeben die Visierachse des Fernrohrs. Das Fadentkreuz muß mit der Ebene des vom Objektiv erzeugten Bildes zusammenfallen, sonst entsteht die sog. Parallaxe, die sich darin zeigt, daß sich bei Bewegung des Auges vor dem Okular das Fadentkreuz gegen das Bild zu verschieben scheint. Wie aus Fig. 30 ersichtlich, ist das Okular in der Okularröhre verstellbar. Die Einrichtung ist mit Rücksicht auf die Verschiedenheit des Auges bei den verschiedenen Beobachtern getroffen worden. Der Beobachter richtet vor Beginn der Arbeit das Fernrohr gegen den freien Himmel und verschiebt das Okular in der Okularröhre, bis das feststehende Fadentkreuz scharf sichtbar ist. Bei der Einstellung auf die einzelnen Ziele wird dann die Okularröhre in der Objektivröhre verschoben, bis auch das Bild deutlich erscheint und keine Parallaxe vorhanden ist.

Das Zielfernrohr mit dem Fadentkreuz ist 1640 von Gascoigne erfunden worden.

3. Die Libellen.

Die Libellen (Wasserwagen) dienen zur Bestimmung vertikaler und horizontaler Richtungen. Man unterscheidet zwei verschiedene Libellenformen: die Röhrenlibellen und die Dosenlibellen.

Die Röhrenlibelle (erfunden 1660 von Thévenot in Paris) besteht zur Hauptsache aus einer in Metall gefaßten, zylindrischen Glasröhre, die innen nach einem flachen Kreisbogen tonnenförmig ausgeschliffen ist. Der Radius des Kreises schwankt zwischen 5 m und 500 m. Je größer er ist, desto empfindlicher ist die Libelle, d. h. desto mehr wird sich beim Neigen der Libelle die Luftblase bewegen. Die Röhre ist mit Weingeist oder Äther gefüllt, bis auf einen kleinen Rest, der Dämpfe der Flüssigkeit enthält, die sog. Luftblase. Die Enden der Röhre sind zugeschmolzen oder zugekittet. Um den Stand der Luftblase beobachten zu können, ist die Außenseite der Röhre mit einer Teilung versehen, deren Striche eine Pariser Linie = 2,256 mm voneinander entfernt sind.¹⁾ Der Mittelpunkt der Teilung heißt der Spielpunkt der Libelle. Ist die Libelle horizontal, so muß die Mitte der Luftblase im Spielpunkt stehen. Man sagt dann: die Libelle spielt ein. Die Tangente im Spielpunkt an den Ausschleifungsbogen heißt Libellenachse; sie liegt horizontal, wenn die Libelle einspielt. Der Winkel, um den man eine Libelle neigen muß, damit die Luftblase sich um einen Strich der Teilung bewegt, bezeichnet die Empfindlichkeit oder Angabe der Libelle. Die feinsten Libellen haben 1 bis 2" Empfindlichkeit. Bei den Theodoliten und Nivellierinstrumenten beträgt sie 5 bis 60". Ihrer äußeren Form nach unterscheidet man bei den Röhrenlibellen: Sehlbibellen und Reiterlibellen. Eine Reiterlibelle ist in Fig. 28 auf der Fernrohrlippachse dargestellt. Außerdem gibt es noch Doppelschliffbibellen (auch Wendelibellen oder Reversionslibellen genannt); das sind Libellen, deren Fassung den Libellenkörper an zwei entgegengesetzten Seiten freiläßt, so daß man an ihnen die Stellung der Luftblase ablesen kann, wenn sie sich über dem Fernrohr,

1) Es gibt neuerdings auch Röhrenlibellen (Zwidg), deren Glasrohr nur eine Strichmarke trägt, und bei denen über dem Rohr eine verschiebbare Skala angebracht ist.

und wenn sie sich unter dem Fernrohr befinden. Sie sind zum erstenmal 1859 von Amsler in Schaffhausen angewendet worden. Doppelschlifflibellen werden nur an Nivellierinstrumenten angebracht.

Will man eine Ebene mit einer Röhrenlibelle wagerecht stellen, so muß man zuvor untersuchen, ob die Libellenachse parallel der durch den Libellenfuß bestimmten Ebene liegt, d. h. man muß die Libelle justieren. Zu diesem Zwecke ist an dem einen Ende der Libelle ein kleines Schraubchen (Justierschraubchen) angebracht, mit dessen Hilfe man die Libelle heben oder senken kann (s. Fig. 28). Man bringt die zu untersuchende Libelle des Instruments parallel zu zwei Fußschrauben, läßt sie einspielen und dreht das Instrument um 180° . Ergibt sich hierbei ein Ausschlag, so entspricht dieser dem doppelten Fehler der Libelle. Er wird zur Hälfte an den Fußschrauben, zur Hälfte an der Libellenjustierschraube beseitigt. Die besseren Libellen haben nicht nur eine solche Schraube, sondern mehrere, die gegen einander wirken (Zug- und Druckschraube); siehe die Reiterlibelle in Fig. 28.

Die Dosenlibelle besteht aus einer Metalldose, die oben mit einem kugelig ausgeschliffenen Deckel verschlossen, und die — bis auf die sog. Luftblase — mit Alkohol oder Äther gefüllt ist. Im Scheitelpunkt der Kugelfläche liegt die Mittelmarke (der Spielpunkt). Zur Justierung der Dosenlibelle sind drei Schraubchen angebracht. Die Justierung wird in ähnlicher Weise vorgenommen wie die der Röhrenlibellen. Mit einer Dosenlibelle läßt sich eine Ebene zwar leichter horizontal stellen als mit einer Röhrenlibelle; aber die Dosenlibellen sind weniger empfindlich als die Röhrenlibellen. Sie dienen daher hauptsächlich nur dazu, das Instrument näherungsweise horizontal zu stellen.

4. Die Ablesevorrichtungen.

Der Limbustreis ist in 360° (bei der sogenannten neueren Teilung in 400°) geteilt; jeder Grad ist je nach der Größe des Instrumentes und dem Durchmesser des Limbustreises in 2 Teile ($\frac{1}{2}^\circ = 30'$), 3 Teile ($\frac{1}{3}^\circ = 20'$), 6 Teile ($\frac{1}{6}^\circ = 10'$) oder 12 Teile ($\frac{1}{12}^\circ = 5'$) geteilt. Um in einer solchen Teilung die Stellung des Zeigers (also der Alhidade) zum Limbus scharf zu bestimmen, dienen zweierlei Ablesehilfsmittel: Der Nonius oder ein Ablesemikroskop. Diese

Vorrichtungen haben also den Zweck, noch kleinere Teile, als die direkte Ableseung sie angibt, abzulesen zu können.

In Fig. 31 ist ein Teil einer Kreisteilung mit dem darüber befindlichen Nonius dargestellt. Der Nonius ist etwa 1542 von Nunes vorgeschlagen und 1631 von Vernier veröffentlicht worden. Die Grade der Kreisteilung (also der unteren Teilung in Fig. 31) sind durch längere Striche kenntlich gemacht; die kürzeren

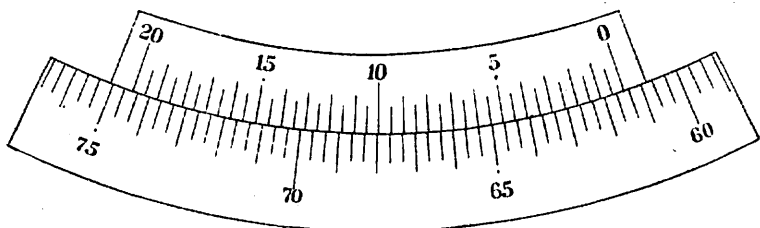


Fig. 31.

Striche geben in der Figur Abstände von je $20'$ an. Die Teilung an dem Nonius ist derartig eingerichtet, daß n ihrer Teile $n - 1$ Teilen der Hauptteilung entsprechen; in der Figur entsprechen 40 Teile des Nonius 39 Teilen der Hauptteilung. Bezeichnet man die Teilungseinheit des Limbus mit L und diejenige des Nonius mit N , so erhält man für ihren Unterschied $L - N = a = \frac{L}{n}$, womit man die Angabe des Nonius bezeichnet. Diese Angabe beträgt in der Fig. $\frac{20'}{40} = 30''$. Durch den Nonius wird also im vorliegenden Beispiel die Limbusteilungseinheit von $20'$ in 40 Teile zerlegt, so daß man auf $\frac{1}{40}$ der Limbusteilungseinheit, also auf $30''$ abzulesen kann. Um die Teilung des Nonius übersichtlicher zu machen, sind die Striche, die die Minuten abgrenzen, länger als diejenigen, die nur halbe Minuten abgrenzen, gezeichnet. Man liest mit Hilfe des Nonius ab, indem man zunächst diejenige Strichmarke des Limbus abliest, die vor dem Noniusnullstrich liegt (in der Figur $61^{\circ} 20'$). Sodann sucht man denjenigen Noniusstrich, der mit einem Limbusstrich zusammenfällt: das ist in der Figur bei $6'$ des Nonius der Fall. Die Ableseung lautet daher $61^{\circ} 26' 00''$. Um die Ableseung am Nonius und Limbus bequem vornehmen zu können, ist über dem Nonius eine Lupe angebracht.

Was die Ablesemikroskope betrifft, so gibt es Skalenmikroskope und Schraubenmikroskope. Sie zu beschreiben, geht über den Rahmen des Bändchens hinaus. Sie gestatten noch eine genauere Ableseung als die Nonien: mit Hilfe eines Schraubenmikroskopes kann man bis auf 1" oder 2" genau ablesen. Alle größeren Theodolite, also diejenigen, die bei den Triangulationen (namentlich höherer Ordnung) angewandt werden, sind mit Schraubenmikroskopen ausgerüstet. Bei den übrigen Winkelmessungen (Triangulierungen niederer Ordnung, Polygonisierungen usw.) spielt die Ablesegenauigkeit keine so erhebliche Rolle, da bei ihnen die genaue Zentrierung des Instrumentes, die lotrechte Stellung der Basen auf den anzuzielenden Punkten und anderes die Güte der Arbeit mehr beeinflussen als allein die Ableseung der Winkel. Bei diesen Winkelmessungen verwendet man daher besser Theodolite mit Nonien, die wohlfeiler und nicht so leicht Beschädigungen ausgesetzt sind wie Mikroskoptheodolite.

5. Die Untersuchung und Berichtigung des Theodolits.

Im allgemeinen ist ein Theodolit nur dann zur Messung von Horizontalwinkeln brauchbar, wenn er richtig ist, d. h. wenn die folgenden drei Bedingungen erfüllt sind: a) die Stehachse muß sich senkrecht zur Libellenachse befinden; b) die Visierachse muß senkrecht zur Kippachse liegen (sonst Kollimationsfehler); c) die Kippachse muß senkrecht zur Stehachse liegen (sonst Kippachsenfehler).

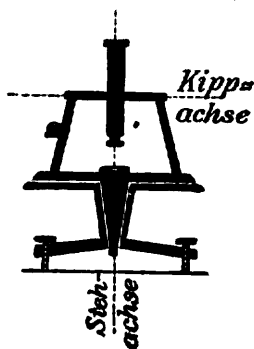


Fig. 32.

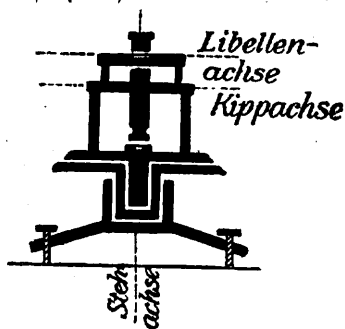


Fig. 33.

Die Untersuchung ist verschieden, je nachdem ob das Instrument eine fest mit der Alhidade verbundene Röhrenlibelle (Fig. 32) oder eine auf der Kippachse aufgesetzte Reiterlibelle (Fig. 33) hat.

a) Die Libelle ist fest mit der Alhidade verbunden (Fig. 32). α) Um zu untersuchen, ob die Stehachse senkrecht zur Libellenachse steht, bringt man — nach allgemeiner Horizontalstellung des Instrumentes — die zu untersuchende Libelle (also in Fig. 32 die an dem linken Fernrohrträger sitzende Libelle) in die Richtung zweier Fußschrauben und läßt sie mit deren Hilfe einspielen; hierauf dreht man die die Libelle tragende Alhidade um 180° . Zeigt die Libelle dann einen Ausschlag, so entspricht er dem doppelten Libellenfehler und wird deshalb zur einen Hälfte mittels der beiden Fußschrauben und zur anderen Hälfte mit der Libellenjustierschraube beseitigt. Hierauf dreht man die Alhidade um 90° , bringt die Libelle mit Hilfe der 3. Fußschraube zum Einspielen und wiederholt den ganzen Vorgang.

β) Zur Feststellung und Beseitigung des Kollimationsfehlers wird ein ferner Punkt angezielt und das Fernrohr in den Achslagern umgelegt. Steht die Visierachse nicht senkrecht zur Kippachse, so wird das Ziel nach dem Umliegen des Fernrohrs nicht mehr im Sadenkreuz liegen, sondern seitlich von ihm. Die Hälfte des Ausschlages wird mit Hilfe der Justierschrauben des Sadenkreuzes beseitigt. Nötigenfalls wiederholt man das Verfahren. Ist das Fernrohr nicht zum Umliegen eingerichtet, so wendet man folgendes Verfahren an: man zielt nach Lotrechtstellung der Alhidadenachse einen fernen Punkt an und liest an den Zeigern (Nonien) ab; man schlägt dann das Fernrohr durch, stellt nochmals (und zwar durch Drehen um die Alhidadenachse) auf den Punkt ein und liest wieder an den Zeigern ab. Die Differenz der Ableesungen minus $2R$ ergibt den doppelten Fehler. Man stellt nun die Zeiger mit Hilfe der Feinbewegung auf das Mittel der Ableesungen ein und verschiebt mit Hilfe der Justierschraube das Sadenkreuz auf das Ziel.

γ) Um den Kippachsenfehler zu beseitigen, stellt man, nachdem man den Kollimationsfehler entfernt hat, die Stehachse mit der Libelle scharf lotrecht, zielt eine lange Lotschnur oder eine Hauskante an und beobachtet, ob das Sadenkreuz beim Kippen des Fernrohrs auf der lotrechten Schnur bzw. Kante bleibt. Der Ausschlag wird durch Heben oder Senken des Fernrohrslagers mittels der an ihm befindlichen Justierschraube beseitigt.

Zum Schluß berichtigt man die Dosenlibelle nach der Röhrenlibelle und zwar in zwei um 90° voneinander verschiedenen Lagen der Röhrenlibelle.

b) Der Theodolit hat eine Reiterlibelle (Fig. 28 u. 33). α) Untersuchung, ob die Achse der Reiterlibelle parallel zur Kippachse ist: man läßt (nach allgemeiner Horizontalstellung des Instrumentes) die über zwei Fußschrauben gestellte Libelle mit Hilfe der Fußschrauben einspielen und setzt sie auf der Kippachse um. Der etwaige Ausschlag entspricht dem doppelten Winkel zwischen Libellenachse und Kippachse und wird zur Hälfte mit der Libellenjustierschraube und zur andern Hälfte mit den Fußschrauben beseitigt.

β) Untersuchung, ob die Achse der Reiterlibelle senkrecht zur Stehachse ist: man bringt die Libelle nach allgemeiner Horizontalstellung des Instruments in die Richtung zweier Fußschrauben, läßt sie mit deren Hilfe einspielen und dreht die Alhidade um 180° . Zeigt die Libelle nun einen Ausschlag, so wird er zur Hälfte mit Hilfe der Justiervorrichtung an den Fernrohrlagern, zur Hälfte mit den Fußschrauben weggeschafft. Man dreht dann die Alhidade um 90° , bringt mit Hilfe der dritten Fußschraube die Libelle zum Einspielen und wiederholt den Vorgang.

γ) Untersuchung, ob die Visierachse senkrecht zur Kippachse liegt. Diese Untersuchung wird wie oben unter α, β) ausgeführt.

Zum Schluß werden die sonstigen am Theodolit befindlichen Libellen nach der Reiterlibelle berichtigt.

Vor Beginn der Winkelmessung stellt man fest, ob die oben genannten Fehler vorhanden sind, und beseitigt sie. Man braucht dabei aber nicht die größtmögliche Genauigkeit anzuwenden, da der Landmesser beim Winkelmessen ein Meßverfahren einschlägt, durch das, wenn nur die Stehachse genau lotrecht steht, der Kippachsenfehler und der Kollimationsfehler unschädlich gemacht werden. Das Verfahren besteht, wie wir noch auf S. 51 sehen werden, darin, daß man den Winkel in zwei Fernrohrlagen mißt, d. h., daß man nach der ersten Messung des Winkels das Fernrohr durchschlägt und die Winkelmessung in dieser Fernrohrlage wiederholt.

Außer den oben genannten Instrumentenfehlern kommt noch ein Instrumentfehler, die Exzentrizität der Alhidade, in Betracht. Sie liegt vor, wenn die Stehachse (d. h. die Drehachse der Alhidade) den Limbus nicht im Mittelpunkt des Kreises, sondern etwas exzentrisch schneidet. Der Fehler läßt sich nicht durch Justierung, sondern nur durch entsprechende Anordnung der Messung beseitigen: durch Ablesen an zwei Zeigern, die um etwa 180° voneinander entfernt sind.

Schließlich ist noch die Exzentrizität der Visierachse zu erwähnen. In der Regel wird die Stehachse die Visierachse nicht mathematisch genau schneiden, sondern etwas exzentrisch von ihr liegen. Es gibt auch Theodolite, bei denen das Fernrohr seitlich der Träger angebracht ist, so daß eine große Exzentrizität vorliegt. Diese wird unschädlich gemacht, wenn man den Winkel in zwei Lagen mißt, also das Fernrohr durchschlägt und die Messung wiederholt. Das Mittel der beiden Messungen ergibt den Winkel fehlerfrei.

6. Das Winkelmessungsverfahren.

Es kommen drei verschiedene Arten der Messung von Horizontalwinkeln in Betracht: a) die einfache Winkelmessung; b) die Messung von Richtungsflächen; c) die Einzelwinkelmessung nach dem Repetitionsverfahren.

Das Messungsverfahren ist so eingerichtet, daß die S. 48 aufgeführten Instrumentfehler, ferner die einseitigen Drehungen des Stativs oder des Beobachtungspfeilers, das Mitschleppen des Limbus sowie etwaige unregelmäßige Teilungsfehler des Limbus getilgt werden.

a) Die einfache Winkelmessung kommt vor, wenn es sich nur darum handelt, auf einem Standpunkt den Winkel zwischen zwei Zielpunkten zu messen. Man stellt die Stehachse senkrecht¹⁾, zielt den Punkt links (A) an, liest an beiden Zeigern ab, zielt den andern Punkt (B) an und liest wieder an beiden Zeigern ab. Damit ist der Winkel in einer Fernrohrlage gemessen. Man schlägt nun das Fernrohr durch, zielt zunächst B an, liest an beiden Zeigern ab, zielt sodann — mit rechtsläufiger Drehung der Alhidade — A an und liest ebenfalls an beiden Zeigern ab. Dadurch, daß man die Messung in der zweiten Fernrohrlage in umgekehrter Reihenfolge²⁾ vornimmt, werden die oben genannten einseitigen Drehungen des Stativs oder des Beobachtungspfeilers, sowie das Mitschleppen des Limbus unschädlich gemacht. Die Ablesungen in den beiden Fernrohrlagen müssen um etwa 180° voneinander abweichen, weil das Fernrohr durchgeschlagen worden ist. Man bildet — siehe das folgende Beispiel — in den Spalten 5 und 8 die Mittel aus den Ablesungen in jeder Fernrohrlage und sodann in Spalte 9 die Mittel aus beiden Fernrohrlagen. Aus der Differenz der Mittel in Spalte 9 ergibt sich in Spalte 10 der Winkel. Bei den Ablesungen am zweiten Zeiger (Spalte 4 und 7) braucht man die Gradzahlen nicht hinzuschreiben; auch verwendet

1) Bei steilen Zielungen muß die Alhidadenachse besonders scharf (mit der Röhrenlibelle) lotrecht gestellt werden.

2) Wenn auch die Punkte in umgekehrter Reihenfolge angezielt werden, so werden doch alle Bewegungen der Alhidade in rechtsläufigem Sinne (dem Sinne der Uhrzeigerdrehung) vorgenommen.

man beim Mittel aus beiden Fernrohrlagen (Spalte 9) nur die Gradzahlen der ersten Fernrohrlage.

Standpunkt	Zielpunkt	Fernrohrlage I			Fernrohrlage II			Mittel aus I und II	Reduzierte Mittel												
		Zeiger		Mittel	Zeiger		Mittel														
		A	B		A	B															
		o	'	"	'	"	'			"	o	'	"								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10												
2	1	164	24	20	24	00	24	10	344	24	40	24	20	24	30	164	24	20	0	00	00
	3	323	24	40	24	40	24	40	143	24	40	24	40	24	40	323	24	40	159	00	20

b) Die Messung von Richtungswerten kommt dann vor, wenn es sich darum handelt, auf einem Standpunkt die Winkel zwischen mehr als zwei Zielpunkten zu messen. Man zielt dann sämtliche Punkte der Reihe nach im rechtsläufigen Sinne (d. i. im Sinne der Uhrzeigerdrehung) an und liest stets an beiden Zeigern ab. Man schlägt dann das Fernrohr durch, zielt wieder alle Punkte der Reihe nach an, aber mit dem letzten beginnend und in umgekehrter Reihenfolge (die Alhidade ist bei allen Bewegungen rechtsläufig zu drehen). Hiermit hat man einen „Satz“ beobachtet. Welchen Punkt man zuerst anzielt, ist gleichgültig; man wählt hierzu einen recht scharf sichtbaren Punkt. Während der Messung des Satzes bleibt der Limbus unverändert. Das Anzielen geschieht nur durch Drehung der Alhidade. Es reicht deshalb, wenn nur ein Satz gemessen werden soll, ein einfacher Theodolit zur Messung aus. Bei allen Triangulationen müssen aber zur Verfeinerung der Messung mehrere Sätze beobachtet werden. Man mißt dann die einzelnen Sätze nicht in der gleichen Limbuslage, sondern verstellt vor jedem neuen Satz den Limbus, um die Wirkung der etwa vorhandenen Kreisteilungsfehler¹⁾ möglichst einzuschränken; und zwar verstellt man den Limbus bei n Sätzen je um annähernd $\frac{180^\circ}{n}$, also z. B. bei 3 Sätzen um je 60° . Hat

1) Die Teilung erfolgt mit einer Kreisteilmachine und ist im allgemeinen außerordentlich genau. Bei guten Teilkreisen beträgt der Fehler nicht mehr als $\frac{1}{1000}$ mm. Dabei muß man bedenken, daß der Teilungsstrich selbst wenigstens $\frac{1}{50}$ mm breit ist.

man keinen Repetitionstheodolit, sondern nur einen einfachen Theodolit, bei dem sich der Limbus also nicht verstellen läßt, so dreht man (nach Lösung der Stativschraube) das ganze Instrument auf dem Stativkopf nach jedem Saß um den oben genannten Winkel.

In dem folgenden Beispiel sind für die Richtungen nach 7 und 11 vier Sätze, dagegen sind für die Richtungen nach 17 und 18 nur drei Sätze gemessen worden, da die Punkte 17 und 18 Dreieckspunkte niederer Ordnung sind.

Standpunkt	Zielpunkt	Sternrohrlage I			Sternrohrlage II			Mittel aus I und II	Reduzierte Mittel	Mittel aus allen Beobachtungen														
		Zeiger		Mittel	Zeiger		Mittel																	
		A	B		A	B																		
		0	'	"	'	"	0				'	"	0	'	"									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11														
6. Saß 1	7	84	31	40	32	50	32	15	264	31	50	32	50	32	20	84	32	18	0	00	00	0	00	00
	11	86	56	00	57	00	56	30	266	56	10	57	00	56	35	86	56	32	2	24	14	2	24	14
	17	100	16	10	17	10	16	40	280	16	20	17	20	16	50	100	16	45	15	44	27	15	44	30
	18	113	30	10	31	00	30	35	293	30	00	31	00	30	30	113	30	32	28	58	14	28	58	14
Saß 2	7	129	40	00	41	10	40	35	309	40	20	41	10	40	45	129	40	40	0	00	00			
	11	132	04	20	05	20	04	50	312	04	20	05	30	04	55	132	04	53	2	24	13			
	17	145	24	40	25	30	25	05	325	24	30	25	40	25	05	145	25	05	15	44	25			
	18	158	38	30	39	20	38	55	338	38	20	39	20	38	50	158	38	52	28	58	12			
Saß 3	7	174	31	00	32	10	31	35	354	31	10	32	00	31	35	174	31	35	0	00	00			
	11	176	55	20	56	30	55	55	356	55	20	56	20	55	50	176	55	52	2	24	17			
	17	190	15	40	16	30	16	05	10	15	50	16	50	16	20	190	16	12	15	44	37			
	18	203	29	20	30	10	29	45	23	29	20	30	30	29	55	203	29	50	28	58	15			
Saß 4	7	219	26	10	27	10	26	40	39	26	10	27	10	26	40	219	26	40	0	00	00			
	11	221	50	20	51	20	50	50	41	50	20	51	30	50	55	221	50	52	2	24	12			

c) Die Einzelmessung nach dem Repetitionsverfahren wendet man an, wenn einzelne Winkel mit großer Schärfe zu messen sind, oder wenn das Messen von Richtungsätzen deswegen nicht durchführbar ist, weil nicht sämtliche Ziele gleichzeitig sichtbar sind. Das kommt insbesondere bei Triangulationen höherer Ordnung vor, wenn die sehr entfernt liegenden Ziele mit einem Heliotrop

(also durch Reflexion des Sonnenlichts) sichtbar gemacht werden müssen. Zur Messung von Repetitionswinkeln ist ein Repetitions-theodolit erforderlich; ein einfacher Theodolit reicht hierzu nicht aus. Das Repetitionsverfahren besteht darin, daß man einen Winkel in jeder Fernrohrlage nicht nur einmal, sondern mehrere Male mißt. Man stellt auf den Zielpunkt A (links) ein und liest an beiden Zeigern ab. Hierauf wird die Alhidadenschraube gelöst und der Punkt B (rechts) angezielt. Am besten ist es, wenn man jetzt eine Zwischenablesung vornimmt, damit man die Größe des einfachen Winkels kennen lernt. Es wird sodann bei fester Alhidade die Limbusschraube gelöst und der Punkt A durch Drehen des Limbustreifes eingestellt, so daß also die Ableseung am Teilkreis unverändert bleibt. Man zielt hierauf bei festem Limbus und nach Öffnen der Alhidadenschraube den Punkt B an. Hierdurch hat man den Winkel zweimal gemessen und die beiden Messungsergebnisse mechanisch addiert. Man wiederholt nun die Messung beliebig oft und liest, wenn man den Punkt B zum letztenmal angezielt hat, an beiden Zeigern ab. Dann schlägt man das Fernrohr durch (oder legt es um) und wendet das Verfahren in umgekehrter Reihenfolge der beiden Richtungen an.

Standpunkt	Zielpunkt	Fernrohrlage I			Fernrohrlage II			Mittel aus I und II	n-facher Winkel	Einfacher Winkel
		Zeiger		Mittel	Zeiger		Mittel			
		A	B		A	B				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
17	16	20 13 50	14 00 13 55	300 14 20	14 10 14 15	20 14 05				
	19	(42 51 00)								
	4fach	110 42 20	42 40 42 30	290 43 00	42 50 42 55	110 42 43	90 28 38	22 37 10		
	16	20 13 20	13 20 13 20	200 13 40	13 50 13 45	20 13 33				
	20	(56 15 10)								
	4fach	164 19 50	19 40 19 45	344 20 10	20 10 20 10	164 19 58	144 06 25	36 01 36		

Das Repetitionsverfahren hat den Vorzug, daß die Ablesungen ungenauigkeiten aufs äußerste beschränkt werden, und eigentlich nur die Zielfehler in Betracht kommen. Es ist daher bei kleinen Instrumenten, bei denen die Zielfehler im Verhältnis zu den Ab-

lesefehlern meist sehr klein sind, angebracht. Es wird aber bei den gewöhnlichen landmesserischen Arbeiten nur selten angewandt, weil es erheblich mehr Arbeitsaufwand erfordert als das Messen von Richtungsflächen. Bei den Triangulationen höherer Ordnung wird es aus den im Anfang des Abschnitts cS. 53 erwähnten Gründen angewandt.

Im Abschnitt ID 1 S. 71 ist noch das besondere Winkelmeßverfahren der Preuß. Landesaufnahme geschildert worden.

Was die Genauigkeit der Winkelmessung betrifft, so beträgt der mittlere Zielfehler bei besseren Theodoliten nach C. Müller (Kalender für Vermessungswesen und Kulturtechnik 1915 Teil III S. 26) erfahrungsmäßig etwa $\pm 1''$ bis $\pm 2''$ bei längeren Strahlen; bei kürzeren Strahlen (unter 1 bis 2 km) beträgt er das 2 bis 4fache. Der mittlere Ablesefehler an einem Schraubenmikroskop bei kleinen Theodoliten beträgt ebenfalls $\pm 1''$ bis $\pm 2''$. Bei zweckmäßig hergestellten Nonien kann man die Ablesefehler zu $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{3}$ der Nonienangabe annehmen.

C. Aufnahme unter Benutzung polygonometrischer Punktbestimmung (Punktbestimmung durch Theodolitzüge).

1. Polygonmessungen.

Der Abschnitt IA enthielt die Aufnahme mit den einfachsten Hilfsmitteln: Legen eines Liniennetzes und Aufmessung mit Stahlband oder Meßlatte unter Zuhilfenahme eines Werkzeuges zur Bestimmung rechter Winkel. Die Hilfsmittel versagen in unebenem Gelände und in eng bebauten Ortschaften, namentlich dann, wenn es sich um Aufnahme größerer Grundstücke oder Grundstücksgruppen handelt. In solchen Fällen muß man der Vermessung ein Polygon (Vieleck) zugrunde legen. Geschlossene Polygone kommen in der Landmessung eigentlich selten vor. Wichtigere als sie sind die Polygonzüge (Vieleckszüge), die 2 bereits bekannte Punkte verbinden, und die namentlich dort angewendet werden, wo sich die Gesamtmessung auf ein trigonometrisches Netz (S. 66) gründet, also bei größeren Aufnahmen. Sie bilden dann das Bindeglied zwischen dem Dreiecksnetz und der Einzelaufnahme. Das geschlossene Polygon soll trotzdem hier, und zwar vor den

Polygonzügen, behandelt werden, da hierdurch das Verfahren der polygonometrischen Punktbestimmung leichter verständlich wird.

Wird für die Aufnahme eines Geländes — s. Fig. 39 — ein Polygon benutzt, so handelt es sich zunächst darum, durch Messen der Winkel und Strecken die Unterlagen für die Berechnung der Koordinaten der Polygonpunkte zu erhalten. Die Einzelaufnahme erfolgt im übrigen nach den Regeln des Abschnittes IA. Die Strecken des Polygons werden mit Rücksicht auf die Wichtigkeit zweimal recht genau gemessen. Die Polygonwinkel mißt man mit einem nicht zu großen Theodolit von etwa 20 oder 30" Nonienangabe, und zwar einmal in jeder Fernrohrlage, also im ganzen auch zweimal.

2. Koordinatenberechnung.

Bevor wir die Berechnung des Dielecks behandeln, müssen wir uns mit den Grundregeln der Koordinatenberechnung beschäftigen, die der Landmesser auf Schritt und Tritt anzuwenden hat.

In der Fig. 34 seien gegeben: $y_a x_a$ die rechtwinkligen Koordinaten des Punktes P_a ,

ν der Neigungswinkel, den die Strecke $P_a P_b$ mit der Abszissenachse oder mit einer durch P_a gelegten Parallele zur Abszissenachse bildet,
 $P_a P_b = s$.

Gesucht seien die Koordinaten des Punktes P_b , also y_b und x_b .
 Es sind dann die Ordinaten- und Abszissenunterschiede

$$(1) \quad \Delta y = y_b - y_a = s \sin \nu; \quad \Delta x = x_b - x_a = s \cos \nu;$$

$$(2) \quad y_b = y_a + \Delta y; \quad x_b = x_a + \Delta x.$$

Rechenbeispiel:

$$\text{Gegeben: } y_a = +4052,96, \quad x_a = -25791,28 \\ \nu = 167^\circ 52' 12'' \quad s = 151,35.$$

Gesucht: y_b und x_b .

$$\text{Lösung: } \left. \begin{array}{l} \log \sin \nu = 9,32253 \\ \log s = 2,17998 \\ \log \cos \nu = 9,99019_n \end{array} \right\} \begin{array}{l} \log s \sin \nu = 1,50251 \\ \log s \cos \nu = 2,17017_n \end{array}$$

$$\Delta y = s \sin \nu = 31,81; \quad \Delta x = s \cos \nu = -147,97;$$

$$y_b = 4084,77; \quad x_b = -25939,25.$$

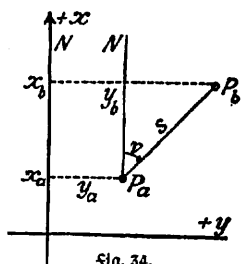


Fig. 34.

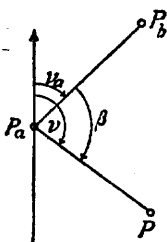


Fig. 35.

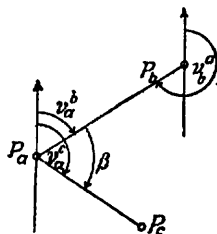


Fig. 36.

Die Vorzeichen von Δy und Δx richten sich nach dem Vorzeichen von Sinus und Cosinus und dieses wieder nach dem Quadranten, in den ν fällt.

Ist nicht ν gegeben, sondern der Neigungswinkel ν_a einer von P_a ausgehenden Strecke $P_a P_b$ und der Brechungswinkel β , den $P_a P_b$ mit $P_a P$ bildet, so ist (Fig. 35)

$$(3) \quad \nu = \nu_a + \beta.$$

Diese Formel gilt allgemein; wird $\nu_a + \beta > 2\pi$, so ist 2π abzuziehen. (Mit 2π bezeichnet man 360° .) Der Neigungswinkel ν_a der Strecke $P_a P_b$ ist in Fig. 35 im Punkte P_a genommen und wird erschöpfender mit ν_a^a bezeichnet. Nimmt man ihn im Punkte P_b , so bezeichnet man ihn mit ν_b^a und zwar ist (Fig. 36)

$$(4) \quad \nu_a^b = \nu_b^a \pm \pi; \quad \nu_b^a = \nu_a^b \pm \pi.$$

Es ist einerlei, ob man $+\pi$ oder $-\pi$ nimmt, denn $\nu_a^b + \pi$ unterscheidet sich von $\nu_a^b - \pi$ um 2π , und es sind die Funktionen zweier Winkel, deren Differenz gleich $\pm 2\pi$ ist, gleich.

Es ist ferner (Fig. 36)

$$(5) \quad \nu_a^c = \nu_a^b + \beta = \nu_b^a + \beta \pm \pi.$$

Betrachten wir nun das Polygon in Fig. 37. Gemessen seien die Brechungswinkel $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$ und die Strecken s_1, s_2, s_3, s_4 und s_5 .

Eigentlich müßte die Summe der Außenwinkel $[\beta] = (n + 2) 180^\circ$ fein; da wir aber mit unvermeidlichen Messungsfehlern rechnen müssen,

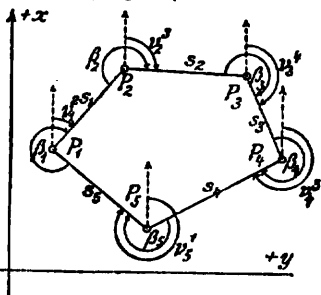


Fig. 37.

wird diese Gleichung nicht erfüllt. Wie für die Längenmessungen (Einleitung 3) ist auch für die Winkelmessungen eine Grenze der höchstens zulässigen Fehler amtlich festgesetzt: $1,5\sqrt{n}$ (in Minuten alter Teilung), worin n die Anzahl der Brechungswinkel bedeutet. Diese Grenze wird bei sorgfältiger Ausführung der Messung, insbesondere bei genauem Aufstellen über dem Punkt (Zentrieren) und bei genau lotrechten Zielbaken sehr leicht innegehalten werden. Bei neueren Neumessungen ist man etwa mit der Hälfte des zulässigen ausgetommen. Bleibt die Abweichung der Summe der Brechungswinkel vom Sollwert innerhalb der zulässigen Grenze, so wird sie zu gleichen Teilen auf die n Winkel verteilt. Geht die Abweichung über das zulässige Maß hinaus, so muß ein größerer Messungsfehler vorliegen, der durch Nachmessung zu beseitigen ist.

Sind die Brechungswinkel ausgeglichen, so kann man die Neigungswinkel berechnen, wobei wir vorläufig die Anfangsneigung ν_1 beliebig annehmen wollen.

$$\begin{aligned}
 \nu_1 &= \nu_1 \\
 \nu_2 &= \nu_1 + \beta_2 \pm \pi \quad [\text{dies ergibt sich aus (5)}] \\
 \nu_3 &= \nu_2 + \beta_3 \pm \pi \\
 \nu_4 &= \nu_3 + \beta_4 \pm \pi \\
 \nu_5 &= \nu_4 + \beta_5 \pm \pi \quad \text{und zur Probe:} \\
 \nu_1 &= \nu_5 + \beta_1 \pm \pi.
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

Die Koordinatenunterschiede können nach (1) berechnet werden:

$$\begin{aligned}
 \Delta y_1 &= y_2 - y_1 = s_1 \sin \nu_1; & \Delta x_1 &= x_2 - x_1 = s_1 \cos \nu_1 \\
 \Delta y_2 &= y_3 - y_2 = s_2 \sin \nu_2; & \Delta x_2 &= x_3 - x_2 = s_2 \cos \nu_2 \\
 & & & \text{usw.}
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Die Summe der Koordinatenunterschiede soll = 0 sein, also

$$\tag{8} \quad [\Delta y] = 0; \quad [\Delta x] = 0.$$

Wegen der unvermeidlichen Messungsfehler werden aber Abweichungen auftreten, die wir mit f_y und f_x bezeichnen wollen. Aus f_y und f_x berechnen wir den linearen Schlußfehler $f_s = \sqrt{f_y^2 + f_x^2}$. Wir vergleichen ihn mit dem höchstens zulässigen Fehler der Gesamtstrecklänge des Polygons $[s]$, den wir nach Einleitung 3 S. 14 ermitteln. Geht die Abweichung f_s über das zulässige Maß hinaus, so muß ein Rechen- oder Messungsfehler vorliegen, der zu beseitigen ist. Die Ab-

weichungen f_y und f_x müssen wir verteilen. Hierzu gibt es mehrere Verfahren, numerische wie graphische.¹⁾ Nach der preussischen Katasteranweisung IX verteilt man die Abweichungen auf die Koordinatenunterschiede nach dem Verhältnis der Streckenlängen, so daß wir erhalten:

$$(9) \quad \begin{aligned} \Delta y_1 &= s_1 \sin \nu_1 - \frac{f_y}{[s]} s_1; & \Delta x_1 &= s_1 \cos \nu_1 - \frac{f_x}{[s]} s_1 \\ \Delta y_2 &= s_2 \sin \nu_2 - \frac{f_y}{[s]} s_2; & \Delta x_2 &= s_2 \cos \nu_2 - \frac{f_x}{[s]} s_2 \quad \text{usw.} \end{aligned}$$

Hierauf können wir die Koordinaten selbst berechnen:

$$(10) \quad \begin{aligned} y_1 &= y_1 \text{ (beliebig angenommen); } & x_1 &= x_1 \text{ (beliebig angenommen)} \\ y_2 &= y_1 + \Delta y_1; & x_2 &= x_1 + \Delta x_1 \\ & \text{usw.} & & \text{usw.} \end{aligned}$$

$$y_5 = y_4 + \Delta y_4; \quad x_5 = x_4 + \Delta x_4,$$

sowie zur Prüfung für die Richtigkeit

$$y_1 = y_5 + \Delta y_5; \quad x_1 = x_5 + \Delta x_5.$$

Wir haben im Vorstehenden sowohl die Neigung ν_1 in (6) wie auch die Koordinaten y_1, x_1 in (10) beliebig angenommen. Es schwebt dann das Vieleck gewissermaßen in der Luft und hat keine Beziehung zu den Vermessungen des benachbarten Geländes. Diese Beziehung ist zu erreichen, wenn eine Landestriangulation (S. 66) besteht. In Fig. 38 stellen P_n und P_m zwei Punkte der Landestriangulation (oder einer anderen trigonometrischen Punktbestimmung) dar, deren Koordinaten gegeben seien. Aus ihnen kann man nach dem folgenden Abschnitt (S. 60) die Neigung ν berechnen. Sind nun β, β_1 und s_n gemessen, so ist der Anschluß an die Landesvermessung erreicht, und es können auf sie die Neigungen und Koordi-

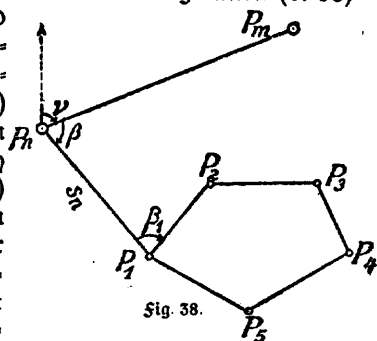


Fig. 38.

1) Eine scharfe Ausgleichung der Fehler, die in den Winkeln und Koordinatenunterschieden eines Polygonzugs auftreten, nach der Methode der kleinsten Quadrate ist wegen der Gewichtsfestsetzung für die Messungsergebnisse zu umständlich und schwierig.

naten des Polygons bezogen werden. Besteht aber keine derartige Triangulation (bzw. trigonometrische Punktbestimmung) oder kann man aus irgendwelchen Gründen die Stücke β , β_1 und s_n ohne große Schwierigkeiten und Kosten nicht messen, so kann man doch wenigstens die Mittagslinie bestimmen. (Eine geographische Ortsbestimmung kommt für kleinere landmesserische Aufnahmen natürlich nicht in Frage). Die Mittagslinie kann entweder durch Beobachtung korrespondierender Sonnenhöhen oder durch Beobachtung von Zirkumpolarsternen oder durch die Magnetnadel (unter Berücksichtigung der Mißweisung) bestimmt werden. Nach der Mittagslinie kann man die Neigungswinkel orientieren, so daß dann nur noch die Koordinaten y_1 und x_1 beliebig angenommen werden.

3. Berechnung der Winkel und Entfernungen aus den gegebenen Koordinaten.

Diese Aufgabe kommt in der Landmessung sehr oft vor.

Gegeben seien die Koordinaten y_a, x_a, y_b, x_b der Punkte $P_a P_b$ (Fig. 34).

Gesucht seien der Neigungswinkel ν der Strecke $P_a P_b$ gegen die X -Achse oder gegen die durch P_a gezogene Parallele zur X -Achse sowie die Entfernung $P_a P_b = s$.

Man erhält ν aus:

$$(11) \quad \operatorname{tg} \nu = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} \quad \text{und } s \text{ aus:}$$

$$(12) \quad s = \frac{\Delta y}{\sin \nu} = \frac{\Delta x}{\cos \nu} = \sqrt{(y_b - y_a)^2 + (x_b - x_a)^2}.$$

Die Gleichung (11) gilt für beliebige Lagen der Punkte A und B , gibt aber stets zwei um 180° voneinander abweichende Werte von ν , da die Tangenten eines Winkels im 1. und 3. Quadranten bzw. 2. und 4. Quadranten einander gleich sind; das gleiche gilt von den Kotangenten. Welchem Quadranten ν angehört, entscheidet sich aus den Vorzeichen von Δy und Δx ; denn die Vorzeichen von Δy und Δx stimmen mit denen von $\sin \nu$ und $\cos \nu$ überein, da $\Delta y = s \sin \nu$ und $\Delta x = s \cos \nu$ ist.

Eine Rechenprobe für (11) erhält man, wenn man die Gleichung in eine andere Form bringt.

$$\frac{1 + \operatorname{tg} v}{1 - \operatorname{tg} v} = \frac{x_b - x_a + y_b - y_a}{x_b - x_a - y_b + y_a} \quad \text{oder}$$

$$(13) \quad \operatorname{tg}(45^\circ + v) = \frac{\Delta x + \Delta y}{\Delta x - \Delta y}$$

Für die folgenden Rechenbeispiele ist das trig. Formular 8 der

P_b P_a	y_b y_a $\Delta y = y_b - y_a$ $\Delta x + \Delta y$	x_b x_a $\Delta x = x_b - x_a$ $\Delta x - \Delta y$	$\log(\Delta x + \Delta y)$ $\log(\Delta x - \Delta y)$ $\log \operatorname{tg}(\frac{1}{4}\pi + \frac{v}{2})$	$\log \Delta y$ $\log \Delta x$ $\log \operatorname{tg} v_a^b$ v_a^b	$\log \sin v_a^b$ $\log \cos v_a^b$ $\log s$ s
	\pm	\pm			
B A Nr. 1 (3u S. 79)	$\times 44862,03$ $\times 43178,90$ $+ 1683,13$ $+ 1859,21$	$19350,68$ $19174,60$ $+ 176,08$ $- 1507,05$	3.269328 3.178128_n 0.091200 $129^\circ 01' 40''$	3.226118 3.245710 9.980408 $84^\circ 01' 40''$	9.997636 9.017227 3.228482 $1692,32$
B A Nr. 2 (3u S. 81)	$\times 43210,38$ $\times 43114,56$ $+ 85,82$ $+ 1845,28$	$23094,54$ $21345,08$ $+ 1749,46$ $+ 1653,64$	3.266062 3.218441 0.047621 $48^\circ 08' 06''$	1.981456 3.242904 8.738552 $3^\circ 08' 06''$	8.737898 9.999349 3.243558 $1752,09$
C Q Nr. 3 (3u S. 81)	$\times 42576,18$ $\times 37838,22$ $+ 4737,96$ $+ 2937,96$	$22347,58$ $24147,58$ $- 1800,00$ $- 6537,96$	3.468046 3.815442_n 9.652604 $155^\circ 48' 08''$	3.675591 3.255273_n 0.420318 $110^\circ 48' 08''$	9.970725 9.550404 3.704866 $5068,34$
C A Nr. 4 (3u S. 81)	$\times 42576,18$ $\times 43114,56$ $- 538,38$ $+ 464,12$	$22347,58$ $21345,08$ $+ 1002,50$ $+ 1540,88$	2.666630 3.187768 9.478862 $16^\circ 45' 45''$	2.731089_n 3.001084 9.730005 $331^\circ 45' 45''$	9.674978 9.944973 3.056111 $1137,92$
C B Nr. 5 (3u S. 81)	$\times 42576,18$ $\times 43210,38$ $- 634,20$ $- 1381,16$	$22347,58$ $23094,54$ $- 746,96$ $- 112,76$	3.140244_n 2.052155_n 1.088089 $265^\circ 19' 57''$	2.802226_n 2.873297_n 9.928929 $220^\circ 19' 57''$	9.811054 9.882126 2.991171 $979,88$
B A Nr. 6 (3u S. 82)	$\times 43961,33$ $\times 43755,36$ $+ 205,97$ $+ 6996,04$	$24489,02$ $17698,95$ $+ 6790,07$ $+ 6584,10$	3.844852 3.818496 0.026356 $46^\circ 44' 15''$	2.313804 3.831874 8.481930 $1^\circ 44' 15''$	8.481736 9.999800 3.832068 74 $6793,15$

Dr. Katasteranweisung IX verwandt worden. Die 5. Spalte dient zur Berechnung von ν aus (11), die 4. Spalte zur Berechnung von $(45^\circ + \nu)$ aus (13), die 6. Spalte in Verbindung mit der 5. Spalte zur Berechnung von s aus (12). Die Rechenbeispiele gehören zu den auf S. 79 bis 82 enthaltenen Beispielen. Wegen der durch das liegende Kreuz (\times) gekennzeichneten dekadischen Ergänzungen siehe S. 26.

Der Brechungswinkel β , den die Strecken $P_a P_b$ und $P_a P_c$ in P_a miteinander bilden (Fig. 36), kann aus den Koordinaten der drei Punkte $P_a P_b P_c$, wie folgt, berechnet werden:

$$(14) \quad \operatorname{tg} \nu_a^b = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a};$$

$$(15) \quad \operatorname{tg} \nu_a^c = \frac{y_c - y_a}{x_c - x_a};$$

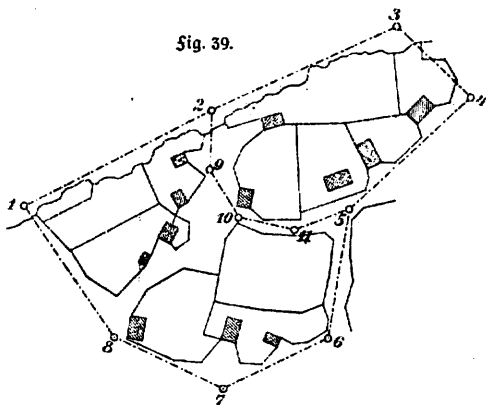
$$(16) \quad \beta = \nu_a^c - \nu_a^b.$$

4. Polygonzüge (Vieleckszüge).

Wichtiger als geschlossene Polygone sind Polygonzüge, das sind Züge, die zwei bereits bekannte Punkte miteinander verbinden. Sie kommen hauptsächlich als Bindeglied zwischen der Triangulation und der Einzelvermessung vor und gehören hiernach eigentlich erst in den Abschnitt I D. Sie kommen aber auch in geschlossenen Polygonen vor, wie aus dem in Fig. 39 dargestellten Fall ersichtlich ist. Es genügt hier das geschlossene Polygon 1, 2 . . . 8 zur Aufnahme der Ortslage nicht; auch würden gerade Verbindungslinien innerhalb des geschlossenen Polygons der Geländehindernisse wegen nicht zur Aufmessung aller Einzelheiten ausreichen. Es ist deshalb zwischen $\odot 2$ und $\odot 5$ ein Polygonzug gelegt worden. Aus der Berechnung des Polygons sind uns die Neigungswinkel für den Anschluß (ν_3^2) und für den Abschluß ν_5^4 bekannt, oder sie werden aus den gegebenen Koordinaten nach (11) berechnet. Auf $\odot 2$ ist der Brechungswinkel, den die Strecken $\odot 2 \odot 3$ und $\odot 2 \odot 9$ miteinander einschließen, gemessen; ebenso auf $\odot 5$ der Brechungswinkel zwischen Strecke $\odot 11 \odot 5$ und $\odot 5 \odot 4$. Schließlich sind auch die Brechungswinkel auf $\odot 9$, $\odot 10$ und $\odot 11$ sowie alle Strecken des neuen Zuges gemessen. Die Berechnung erfolgt nach den für geschlossene Polygone geltenden Formeln (4) bis (10). Die Neigungswinkel werden auf die Sollneigung ν_5^4 abgestimmt; die Summe der Koordinatenunterschiede $[\Delta y]$ und $[\Delta x]$

werden mit $(y_5 - y_2)$ und mit $(x_5 - x_2)$ verglichen, und es werden die hierbei auftretenden Abweichungen nach dem Verhältnis der Strecken auf die einzelnen Koordinatenunterschiede verteilt. Das nachstehend aufgeführte Rechenbeispiel des Zuges $\odot 2 - \odot 5$ ist mit der Fig. 39 Eggerts Einführung in die Geodäsie S. 95 bis 97 entnommen. Der Vordruck ist das trig. Formular 19 der Preuß. Katasteranweisung IX.

Betrachtet man die Wirkung der Winkel- und Längenmeßfehler, so kommt man zu dem Ergebnis, daß es sich bei Theodolitziügen (im Gegensatz zu den Bußsolenzügen) empfiehlt, die Strecken so lang wie möglich zu machen. Da sie aber günstig für die Einzelaufnahme liegen sollen, und man in



der Lage sein muß, jede Strecke bequem und scharf mit freiem Auge durchzurichten, nimmt man sie nicht gern länger als 200 bis 300 m. Kurze Seiten sind wegen der großen Winkelabweichungen, die auftreten können, zu vermeiden. Die Gesamtlänge der Polyzüge nimmt man nach den heutigen Erfahrungen nicht länger als 1500 m. Besondere Sorgsamkeit ist der zentralen Aufstellung des Theodolits und der Zielbaken zu widmen, da geringe Abweichungen hierin bei den kurzen Zielweiten erhebliche Winkelfehler zur Folge haben.

Bei Stadtvermessungen kommen mitunter in ganz eng gebauten Stadtteilen auch sog. tote Polyzüge vor, die von einem bereits bekannten Polyzuge ausgehen, aber nicht auf einem solchen abschließen. Für den Endpunkt des toten Zuges müssen sonstige Sicherheitsmaße ermittelt werden.

Treten in f_3 oder f_2 (s. Rechenbeispiel) unzulässige Abweichungen auf, so muß ein grober Winkel- bzw. Streckenmessungsfehler vorliegen. Den fehlerhaft gemessenen Winkel findet man, wenn man den Zug vorwärts und rückwärts

Nr. des Punktes		Brechungswinkel β_n		Höhen $\nu_n \pm \beta_n \pm \pi$		Strecke S_n		log $\sin \nu_n$ log S_n log $\cos \nu_n$		$\sin \nu_n$ $\cos \nu_n$		Ordnatenunterschied $\Delta \eta_n = S_n \sin \nu_n$		Abzissenunterschied $\Delta \xi_n = S_n \cos \nu_n$		Verbesserte Ordinatenunterschied ΔB_n und $B_n = B_{n-1} + \Delta B_n$		Verbesserte Abzissenunterschied Δx_n und $x_n = x_{n-1} + \Delta x_n$		Nr. des Punktes P_n	
0	'	0	'	0	'	Meter						\pm	Meter	\pm	Meter	\pm	Meter	\pm	Meter		
3	(224 02 25)	-21		224 02 25																	2
2	114 21 20			158 23 24		82,17	9.56618 1.91471 9.96835 _n	1.48089 1.88306 _n				+8 +30,26	+4 -76,39	+1068,44	+640,93						
9	146 59 30	-21		125 22 33		77,25	9.91136 1.88790 9.76263 _n	1.79926 1.65053 _n				+8 +62,99	+3 -44,72	+1098,78	+564,58						9
10	135 09 30	-21		80 31 42		89,47	9.99403 1.95216 9.21655	1.94619 1.16871				+8 +88,35	+4 +14,75	+63,07 +1161,85	+44,69 +519,89						10
11	145 37 10	-21		46 08 31		79,76	9.85797 1.90179 9.84065	1.75976 1.74244				+8 +57,51	+3 +55,26	+88,43 +1250,28	+14,79 +534,68						11
5	158 01 20	-21		24 09 30		328,65						+239,11 +239,43	+70,01	+57,59 +1307,87	+55,29 +589,97						5
4	924 11 15 -900 00 00											$f_y + 32$	-51,10	+239,43	+50,96						
Soll		204''		105																	

$f_s = \sqrt{f_y^2 + f_x^2} = 0.35$
 zulässig in mittlerem
 Gelände (II) 0,53 m

$n =$ der Anzahl der
 Brechungswinkel, also = 5 ist.

durchrechnet. Der Punkt, in dem der Winkelfehler begangen wurde, hat in den beiden Berechnungen annähernd übereinstimmende Koordinaten. Um eine fehlerhaft gemessene Strecke zu finden, wird der Zug mit der fehlerhaften Strecke durchgerechnet, wobei man die Koordinaten eines Endpunktes erhält, dessen Abstand vom gegebenen Endpunkt nach Neigung und Größe mit dem Streckenfehler übereinstimmt. Aus den Koordinaten des richtigen und des falschen Endpunktes ermittelt man den Neigungswinkel der Fehlerstrecke und die Größe des Fehlers. In derjenigen Strecke des Zuges, die annähernd den gleichen Neigungswinkel hat, liegt voraussichtlich der grobe Streckenmessungsfehler.

5. Knotenpunkte.

Wenn drei oder mehrere Polygonzüge sich in einem Punkte, dem Knotenpunkte, treffen, so kann man diesen Punkt

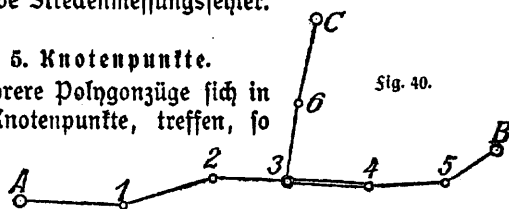
dadurch zu einem Punkte höherer Ord-

nung erheben, daß man die Messungen aller zusammenstoßenden Züge zur Berechnung seiner Koordinaten und der betr. Neigungswinkel verwertet. Statt daß man z. B. in dem Falle der Fig. 40 zunächst den Zug von A über 1, 2... 5 nach B rechnet und dann den Zug 3, 6, C, kann es zweckmäßiger erscheinen, die drei Züge von A, B und C, die sich in $\odot 3$ treffen, gleichzeitig zu berechnen unter Anwendung eines einfachen Ausgleichsverfahrens. Der Rechnungsgang ist folgender: man ermittelt aus den Anschlußneigungen und den Brechungswinkeln in jedem der drei von A, B und C ausgehenden Züge den Neigungswinkel einer von dem Knotenpunkte ausgehenden Strecke z. B. $\odot 3 - \odot 4$. Von den drei Werten dieses Neigungswinkels nimmt man nicht ohne weiteres das arithmetische Mittel, sondern gibt jedem der Werte ein Gewicht und errechnet unter Berücksichtigung dieser Gewichte einen Mittelwert der Neigung. Die Gewichte p sind umgekehrt proportional der Anzahl der Brechungswinkel, also im Beispiel

für den von A ausgehenden Zug $p = \frac{1}{4}$,

" " " B " " $p = \frac{1}{3}$,

" " " C " " $p = \frac{1}{3}$.



Nach dem hiernach sich ergebenden Mittelwerte werden die in jedem Zuge hervortretenden Winkelabweichungen auf die Brechungswinkel verteilt. Sodann berechnet man die Koordinatenunterschiede in den drei Zügen und ermittelt aus ihnen und den gegebenen Koordinaten der Anfangspunkte A , B und C die Koordinaten des Knotenpunktes Z . Die drei Werte, die man hierbei erhält, werden ebenfalls unter Einführung von Gewichten gemittelt, und zwar nimmt man hier die Gewichte gleich der reziproken Länge der Züge an, also $p = \frac{1}{[s]}$. Stehen alsdann die Koordinaten des Knotenpunktes fest, so werden die in jedem Zug auftretenden Abweichungen nach dem Verhältnis der Strecken auf die Koordinatenunterschiede verteilt und die Koordinaten der einzelnen Punkte berechnet.

D. Aufnahmen größeren Umfanges unter Benutzung trigonometrischer Punktbestimmung.

Das einfache Liniennetz und das Polygonnetz, die wir S. 16 ff. und S. 55 ff. behandelt haben, reichen wegen der Anhäufung der unvermeidlichen Messungsfehler nur für Aufnahmen geringeren Umfanges aus. Für größere Aufnahmen messen und berechnen wir statt eines Polygons Polygonzüge, deren Anfangs- und Endpunkte nach dem Verfahren der Triangulation bestimmt werden. (Triangulation = Ausmessung durch Dreiecke.) Bei der Triangulation oder trigonometrischen Punktbestimmung haben wir zwei Arten zu unterscheiden: die selbständige Triangulation und das Einschalten von neuen trigonometrischen Punkten in ein bereits bestehendes Netz von Dreieckspunkten.

1. Die selbständige Triangulation. (Die Landestriangulation.)

Selbständige Triangulationen kommen vor, wenn es sich um die Vermessung eines ganzen Landes oder eines größeren Teiles eines Landes oder um die Absteckung für längere Bauwerke (Tunnel, Kanalbauten, Stromregulierungen) handelt. Sie bestehen in ihren Grundzügen aus einer Kette von Dreiecken oder einem Netz von Dreiecken. Unter einer Dreieckskette versteht man

aneinandergereihte Dreiecke. Ein Dreiecksnetz ist eine Dreiecks-kette, in der sich außer den Seiten der aneinander gereihten Dreiecke noch andere Dreiecksseiten befinden, die sich also kreuzen. Grundsätzlich wird die Länge nur einer Seite (der sog. Grundlinie oder Basis) unmittelbar gemessen, und im übrigen werden nur noch Winkel gemessen. Hieraus lassen sich zunächst alle übrigen Seiten berechnen. Sodann kann man Koordinaten der Dreieckspunkte berechnen, indem man für einen Anfangspunkt beliebige Koordinaten und für eine von diesem ausgehende Strecke einen beliebigen Neigungswinkel (Azimut) einführt. Will man aber den Dreiecken der Kette oder des Netzes ihren Platz auf der Erdoberfläche anweisen, so muß man entweder die geographische Länge und Breite eines Dreieckspunktes und den Neigungswinkel (das Azimut) einer Dreiecksseite mit der astronomischen Nordrichtung bestimmen, oder man schafft einen Anschluß des Dreiecksnetzes bzw. der Dreieckskette an nahe gelegene, schon anderweitig bestimmte Dreieckspunkte, deren geographische Koordinaten gegeben sind. Die auf diese Weise bestimmten Dreieckspunkte bilden die Grundlage für die weitere Vermessung: es werden zwischen sie ein Netz von Polygonzügen und zwischen diese ein Netz von Bindelinien gelegt, so daß von den Polygonseiten und Bindelinien aus die ganze Einzelaufnahme erfolgen kann.

Hat die aufzunehmende Fläche nur die Größe von einigen Quadratkilometern, so kann die Vermessungsfläche als Ebene betrachtet werden. Bei größeren Vermessungen muß die Krümmung der Erdoberfläche berücksichtigt werden.

Das Dreiecksnetz (bzw. die Kette) soll aus möglichst gleichseitigen Dreiecken bestehen, da Dreiecke mit spitzen Winkeln, wie die Fehlertheorie lehrt, für die Punktbestimmung ungünstig sind. Man läßt deshalb der Arbeit eine sorgfältige Erkundung des Geländes vorausgehen. Man wählt die Punkte meist auf Anhöhen und Bergen aus und vermarktet sie durch Steine mit eingemeißeltem Kreuz, unter die man als Versicherung ein Rohr oder eine Steinplatte versenkt. Um die Punkte für die Winkelmessung sichtbar zu machen, verwendet man bei kurzen Entfernungen Baken, bei größeren Entfernungen drei- oder vierseitige Holzpyramiden. In vielen Fällen benutzt man auch Turmspitzen, Blichableiter auf Schornsteinen oder Fahnenstangen auf hohen Gebäuden

als Dreieckspunkte, hat dann allerdings meistens Schwierigkeiten bei der Winkelmessung (S. 74) zu überwinden.

a) Betrachten wir zunächst eine kleinere selbständige Triangulation, bei der die Krümmung der Erdoberfläche nicht berücksichtigt zu werden braucht:

Für die Grundlinie (Basis) wählt man möglichst ebenes Gelände aus und mißt sie besonders genau mit Meßlatten oder Stahlbändern, deren Länge man durch Gebrauchsnormale (S. 7) geprüft hat. Die Winkel mißt man mit einem Mikroskop- oder guten Nonientheodolit in etwa 4–6 Richtungsätzen (S. 52) und gleicht sie nach der Methode der kleinsten Quadrate aus (s. Hegemann, Ausgleichsrechnung, AllG Bd. 609). Hierauf werden alle Dreiecksseiten nach den Formeln der ebenen Trigonometrie berechnet. Was nun die Frage anlangt, in welchem Koordinatensystem die Triangulation berechnet werden soll, so kommt bei kleineren Triangulationen die geographische Ortsbestimmung (behufs Festlegung des Dreiecksnetzes auf der Erdoberfläche) nicht in Betracht. Wohl aber ist der Anschluß an eine benachbarte Triangulation ratsam, damit die Koordinaten der neuen Punkte in dem Koordinatensystem der Nachbartriangulation berechnet werden können. Die Verbindung läßt sich leicht auf trigonometrischem oder polygonometrischem Wege herstellen, wie dies in Fig. 38 angedeutet worden ist. Ist aber auch eine solche Nachbartriangulation nicht vorhanden, und will man das Koordinatensystem willkürlich annehmen (also eine geographische Ortsbestimmung nicht ausführen), so wird man doch wenigstens die Abzissenachse in die Nordrichtung legen. Das Verfahren hierfür ist auf S. 60 angedeutet worden. Die Koordinaten berechnet man nach dem auf S. 57 geschilderten Verfahren, also so, als hätte man die Koordinaten eines geschlossenen Polygons zu berechnen. Punkte, die innerhalb dieses Polygons liegen, behandelt man wie Polygonpunkte in Polygonzügen (S. 62). Auf diese Weise erhält man in den Anfangs- und Endpunkten Rechenproben für die Richtigkeit der Koordinatenberechnung.

Derartige selbständige Triangulationen kommen eigentlich nur in Ländern vor, die noch keine Landestriangulation haben; und man kann wohl sagen, daß heute alle Kulturländer eine solche besitzen. Für Preußen besteht die Bestimmung des Zentraldirektoriums der Vermessungen vom 29. Dezember 1879, daß jede im Auftrage oder unter Leitung von Staatsbehörden ausgeführte Spezialvermessung (Neumessung), welche in geschlossener Lage einen Flächeninhalt von 100 ha und mehr (bei Waldvermessungen: 500 ha) umfaßt, an die Triangulation der Landesausnahme angeschlossen werden muß. Aber auch die nicht im Auftrage oder unter Leitung von Staatsbehörden ausgeführten Neumessungen werden in der Regel wegen der damit verbundenen Vorteile an die Landestriangulation angeschlossen.

b) Wenden wir uns nun der Landestriangulation zu. Aus der obigen Bemerkung, daß jeder Kulturstaat eine solche besitze, darf

nicht geschlossen werden, daß in Kulturstaaten Landestriangulationen nicht mehr ausgeführt werden. Da viele Landestriangulationen aus älterer Zeit stammen und nicht einen solchen Genauigkeitsgrad haben, wie wir ihn heute verlangen, so finden Erneuerungen statt. Außerdem bieten auch unsere Kolonien dem Geodäten Gelegenheit, neue Landestriangulationen auszuführen.

Eine Landestriangulation ist in erster Linie für die Topographie des Landes (für die Aufnahme der Messtischblätter und deren Zusammentragung zu Übersichtskarten) unentbehrlich, und da die Topographie vor allen Dingen militärischen Zwecken dient, wird die Landestriangulation zumeist von dem Generalstab ausgeführt. Die Landestriangulationen dienen aber noch anderen Zwecken, insbesondere liefern sie, wie erwähnt, die Grundlage für alle Einzelvermessungen. Durch die Landestriangulation sind allerdings noch nicht so viele Dreieckspunkte gegeben, daß man bei jeder Einzelvermessung (z. B. bei der Neumessung einer Gemarkung) ohne weitere Triangulation auskäme. Man muß in solchem Falle noch eine Reihe von Dreieckspunkten in das Netz der Landesaufnahme einschalten, was auf S. 73 behandelt wird. Ein weiterer Nutzen der Landestriangulationen besteht darin, daß durch sie und zwar durch die Haupttriangulierung (I. Ordnung) besondere trigonometrische Arbeiten für die Zwecke der Erdmessung im allgemeinen erübrigt werden. Diente die Triangulation I. Ordnung nur als Gerippe für die topographischen Aufnahmen, so würde eine geringere Genauigkeit und Feinheit der Messungen genügen. Als früher die Landestriangulationen nur für rein praktisch-topographische Zwecke veranstaltet wurden, war z. B. das geodätische Institut gezwungen, für wissenschaftliche Zwecke besonders feine trigonometrische Messungen nebenher auszuführen.

Die nachstehende Schilderung der Arbeiten einer Landestriangulation bezieht sich hauptsächlich auf Preußen. Selbstverständlich sind auch in den übrigen deutschen Bundesstaaten genaue Landestriangulationen und in ähnlicher Weise ausgeführt worden.

Was zunächst die Basismessungen betrifft, so mißt man bei ihnen nicht unmittelbar eine der großen Dreiecksseiten, sondern wählt eine verhältnismäßig kurze Strecke als Basis, mißt sie nach einem besonders genauen Verfahren und verbindet sie durch ein trigonometrisches Basismetz mit dem Dreiecksnetz. Die Fig. 41 zeigt die Basis (Mednicken-Trenk) und das Basismetz, das Bessel für die ostpreussische Gradmessung 1831 bis 1836 benutzt hat. Sie lag in der Nähe von Königsberg und hatte eine Länge von etwa 1,8 km.

Bessel leitete aus ihr durch das Basismetz die Dreiecksseite Galtgarben—Condehnen und von dieser aus — mit Benutzung der gemessenen Dreieckswinkel — alle übrigen Seiten ab.

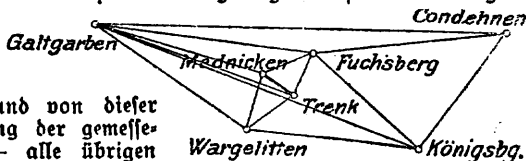


Fig. 41.

Die eigentliche Basismessung erfolgt mit besonderen Apparaten. Die Meßstangen bestehen aus Metall, sind 4 bis 5 m lang und befinden sich in einem sie umhüllenden Schutkasten aus Holz, aus dem nur die Stangenenden mit den Schneiden hervorragen. Ihre Länge ermittelt man genau nach dem Urmaß unter Berücksichtigung der Wärmeausdehnung. Sie werden nicht auf die Erde gelegt, sondern ruhen auf Gestellen; sie werden mit dem Theodolit in die Richtung angefluchtet und mit Schrauben wagerecht gestellt; man schiebt sie nicht unmittelbar aneinander, sondern es bleibt ein Zwischenraum, der mit einem sog. Meßteil gemessen wird. Die Messung der Basis wird mehrere Male wiederholt. Zum Schluß wird die ganze Basislänge auf die mathematische Erdoberfläche, den Meeresspiegel (das Geoid — siehe S. 11) projiziert. Das ist deswegen erforderlich, weil der Umfang der Erdoberfläche in einer Höhe von z. B. 1000 m über dem Meeresspiegel erheblich größer ist als in der Höhe des Meeresspiegels. Indem wir nun die Basis auf den Meeresspiegel projizieren, werden auch alle Messungen der Landesaufnahme auf sie projiziert, da sie alle von der Basis abhängen. Bezeichnet man mit B die Basislänge in der Messungshöhe H und mit R den zugehörigen Erdkrümmungsradius, so ist die projizierte Basislänge $B_0 = B \frac{R}{H + R}$. Diese auf die

mathematische Erdoberfläche reduzierte Basislänge wird in die weitere Rechnung eingeführt. Der mittlere Fehler der Besselschen Basismessung betrug $\pm 2,8$ mm auf 1 km; er bleibt bei neueren Basismessungen unter ± 1 mm auf 1 km. Neuerdings verwendet man für manche Basismessungen 24 m lange Drähte aus Nickelstahl (Invar), dessen Länge sich bei den gewöhnlichen Temperaturschwankungen fast gar nicht verändert. Die Genauigkeit derartiger Basismessungen ist fast ebenso groß wie derjenigen mit Bessels Apparat, die Messungsgeschwindigkeit ist aber 10 bis 20 mal größer als nach dem alten Verfahren.

Das gesamte Dreiecksnetz zerfällt in ein solches I., II., III. und IV. Ordnung, und zwar beginnt man mit der Messung und Berechnung des Netzes I. Ordnung, das Dreiecke mit Seiten von 30 bis 80 km umfaßt. Dieses Netz I. Ordnung besteht in Preußen aus einer Anzahl von längeren Dreiecksketten und Dreiecksnetzen an den Rändern und in der Mitte des Staatsgebietes. Im Westen haben wir die rheinisch-westfälische und die kurhessische Kette, ferner die hannoversche Gradmessung; im Norden die Haupttriangulation in Schleswig-Holstein und die Küstenvermessung; im Osten die Gradmessung in Ostpreußen, an die später Dreiecksketten durch Ost- und Westpreußen angeschlossen worden sind; außerdem das Posensche Dreiecksnetz, die märkisch-schlesische Kette, das märkische Dreiecksnetz, die Elbkette und die Verbindung der Küstenvermessung von Berlin nach Stettin. Früher verband man die Ketten durch Füllnetze; doch werden diese in neuerer Zeit weniger angewendet. Jede längere Kette oder jedes größere Netz hat eine Basis für sich. So haben wir die Grundlinie bei Königsberg (1834 Bessel 1,8 km), die bei Berlin (1846 Baeyer 2,3 km), die bei Bonn (1847 Baeyer 2,1 km), die in Schlessien (1854 Baeyer 2,7 km),

die bei Braß in Holstein (1871 v. Morozowicz 5,9 km); ferner die Grundlinien von Schubin, Gumbinnen usw.

Für die Winkelmessung dienen bei der Haupttriangulation (I. Ordnung) große Theodolite von etwa 27 cm Kreisdurchmesser mit Schraubenmikroskop (S. 48). Mit einem solchen Theodolit werden die Winkel 12mal gemessen und zwar (wegen der großen Entfernung der Zielpunkte und der Notwendigkeit, sie durch Heliotropenlicht sichtbar zu machen) nicht nach dem Verfahren der sagweisen Richtungsbeobachtungen (S. 52), sondern nach einem besonderen Verfahren: es werden immer nur zwei Richtungen zusammen beobachtet, d. h. es wird der Winkel gemessen, den diese beiden Richtungen miteinander bilden. Dabei werden aber möglichst alle $\frac{1}{2}n(n-1)$ Kombinationen der vorhandenen n Richtungen beobachtet. 3. B. werden auf einem Standpunkt mit 5 Richtungen P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 die folgenden 10 Richtungskombinationen gemessen:

$$\begin{array}{c|c|c} P_1 P_2 & P_3 P_3 & P_3 P_4 \\ P_1 P_3 & P_3 P_4 & P_3 P_5 \\ P_1 P_4 & P_3 P_5 & P_4 P_5 \\ P_1 P_5 & P_4 P_5 & \end{array}$$

Bei den Kleintriangulationen (S. 73) wird dieses Winkelmeßverfahren wegen des großen Zeit- und Geldaufwandes nicht benutzt. Die Signalisierung erfolgt mit dem schon auf S. 53 erwähnten Heliotrop. Aus der Zusammenstellung der Winkel in den Dreiecken (unter Berücksichtigung des sphärischen Erzeßes) erhält man ein Kennzeichen der Genauigkeit der

Winkelmessung. Der mittlere Winkelfehler $m = \sqrt{\frac{\sum w^2}{3n}}$ ($\sum w$ = Summe der Dreieckschlußfehler, n = Anzahl der Dreiecke) beträgt bei den neueren Arbeiten nur $\pm \frac{1}{4}''$ bis $\pm \frac{1}{2}''$.

Jedes Netz (jede Kette) wird nun einer einheitlichen Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate (s. Hegemann, Ausgleichungsrechnung, ANuG Bd. 609) auf Grund der sich ergebenden Bedingungsgleichungen unterworfen, wobei auch die sich anschließenden Netze (Ketten) berücksichtigt werden. Das Ergebnis der Ausgleichung ist, daß sich alle Winkel und Seiten ohne Widerspruch zu einem einheitlichen System zusammensetzen. Hierauf berechnet man die geographischen Koordinaten aller Eckpunkte, und zwar mit Bezug auf den astronomisch bestimmten Ausgangspunkt Berlin—Rauenberg und im Anschluß an das Azimut der Dreiecksseite Rauenberg—Berlin (Marienkirche). Die Koordinaten werden bis auf die 4. Dezimalstelle der Sekunde berechnet, so daß die Lage der Punkte auf Zentimeter genau ausgedrückt ist. Hierauf werden noch die Füllnetze ausgeglichen und berechnet.

Auf das Dreiecksnetz I. Ordnung gründen sich die Triangulationen II. bis IV. Ordnung.

In der Fig. 42 stellen die stark gezeichneten Punkte und Linien die Haupttriangulierung I. Ordnung dar, die dünngezeichneten Punkte und Linien diejenigen der Triangulierung II. Ordnung. In der Fig. 43 ist das Viereck $CDEF$ aus der Triangulation II. Ordnung (Fig. 42) dar-

gestellt. Hier geben die feingezichneten Linien die Triangulierungen III. und IV. Ordnung an. Die Punctabstände, die in der I. Ordnung etwa 50 km betragen, betragen bei der II. Ordnung noch 10–20 km, bei der III. Ordnung 5 bis 10 km, bei der IV. Ordnung etwa 3 km.

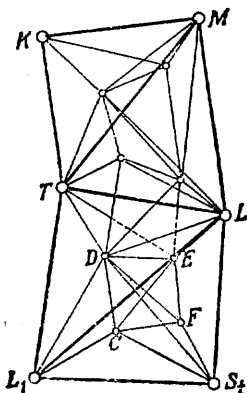


Fig. 42.

Bei der Haupttriangulation berechnet man aus der Basis und den Winkeln zunächst die Seiten der Dreiecke und dann im Anschluß an die gegebenen Koordinaten eines Ausgangspunktes und an das gegebene Azimut einer Strecke die Koordinaten der Dreieckspunkte I. Ordnung. Die Dreieckspunkte II., III. und IV. Ordnung werden dagegen — ähnlich wie die Dreieckspunkte der auf S. 73 beschriebenen Kleintriangulation — nach dem Verfahren des Vorwärts- oder Rückwärtseinschneidens (S. 79 und 80) unter Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet. Zum

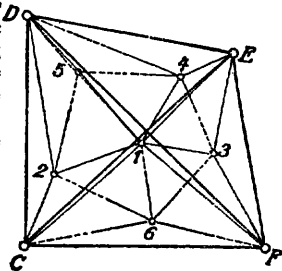


Fig. 43.

Zwecke der Fehlerausgleichung werden durch konforme Projektion der beobachteten Richtungen (zunächst auf die Kugel und von dieser auf die Ebene) ebene rechtwinklige Koordinaten berechnet. Sie drücken also die Lage der Punkte auf der Ebene aus. Der durch eine Gerade dargestellte 31. Meridian östlich von Ferro (Hauptmeridian) bildet die Abszissenachse, und der Anfangspunkt der Koordinaten ist der Schnittpunkt des Parallelkreises $52^{\circ} 42' 02,5325156''$ mit dem Hauptmeridian. Eine unmittelbare Verwendung dieser ebenen Koordinaten kann für die Zwecke der Spezialvermessungen nicht in Frage kommen. Nach Ausführung der Ausgleichungsrechnung wird die Übertragung rückwärts vorgenommen, so daß dann mit den ausgeglichenen Werten auf dem Ellipsoid die geographischen Koordinaten φ, λ berechnet werden können.

Bei der Triangulation II. bis IV. Ordnung werden nicht mehr ganz so große Theodolite wie bei derjenigen I. Ordnung angewandt, aber doch noch solche mit Schraubenmikrostopfen. Die Winkel werden — je nach der Ordnung der Punkte — etwa 8 bis 4 mal gemessen.

Durch das Arbeiten vom Großen ins Kleine, das bei allen geodätischen Arbeiten oberster Grundsatz ist, wird es erreicht, daß die Genauigkeit der Punktbestimmung bei allen Ordnungen gleich groß bleibt. Der mittlere Punktfehler beträgt bei den Dreieckspunkten der preussischen Landesaufnahme etwa $\pm 0,06$ m. Die preussische Landesaufnahme hat auf diese Weise das ganze Staatsgebiet trianguliert, und zwar entfallen auf 100 qkm rund 20 Punkte. Die Ergebnisse der Landestriangulation sind in den sog. Abrissen zusammengestellt. In ihnen sind die beobachteten

und die ausgeglichenen Richtungswinkel sowie die zugehörigen Logarithmen der Entfernungen enthalten. Unter den Richtungswinkeln der Abrisse und ebenso unter den angegebenen Entfernungen sind nicht die ebenen, sondern die auf das Besselsche Ellipsoid zurückübertragenen zu verstehen. Die Landestriangulierung genügt — wie schon erwähnt — für die Zwecke der Einzelvermessung noch nicht. Es müssen bei Einzelvermessungen noch so viele Dreieckspunkte (Neupunkte) in das Netz der Landesaufnahme eingeschaltet werden, daß ihre Entfernung voneinander nur etwa 1 km beträgt (S. 79).

2. Das Einschalten von neuen trigonometrischen Punkten (die Kleintriangulation).

Die Punktbestimmung der Kleintriangulation erfolgt nach dem Verfahren des sog. **Einschneidens** (Vorwärtsabschneiden, Seitwärtsabschneiden, Rückwärtsabschneiden — s. S. 79), d. h. die neuen Punkte werden durch Strahlen, die von den gegebenen (oder ihrer Lage nach bereits berechneten) Punkten aus nach den Neupunkten oder umgekehrt von diesen nach jenen geführt werden, bestimmt, gleichviel ob diese Strahlen unter sich oder mit gegebenen Netzlinien Dreiecke bilden oder nicht.

Während nun die Punkte der Landestriangulation in geographischen Koordinaten, also in Winkelmaß, ausgedrückt sind, rechnet man in der niederen Geodäsie stets mit Linien. Man hat daher für jedes Land ein oder mehrere rechtwinklige Koordinatensysteme eingeführt, deren X-Achse in der Regel mit dem Meridian des Nullpunktes zusammenfällt. Preußen ist im ganzen in 40 Koordinatensysteme eingeteilt, deren Nullpunkte von Koordinaten I. Ordnung gebildet werden. Innerhalb dieser Systeme, deren Ausdehnung seitlich der Abszissenachse etwa je 60 km nach Osten und Westen beträgt, ist die Abweichung der rechtwinklig-sphärischen Koordinaten von den rechtwinklig-ebenen Koordinaten so gering, daß sie unbeachtet bleiben kann, und man nur noch mit ebenen Koordinaten zu rechnen braucht.

Will man für eine Kleintriangulation die von der Landesaufnahme durch geographische Koordinaten gegebenen Punkte innerhalb eines der eben genannten Koordinatensysteme verwenden, so müssen zunächst aus den geographischen Koordinaten die rechtwinklig-sphärischen (eigentlich sogar sphäroidischen) Koordinaten berechnet werden. Diese werden bei der weiteren Berechnung

in ihrer wirklichen Länge als gerade Linien, als sog. ebene Koordinaten betrachtet. Bei der Umrechnung, für die es verschiedene Wege gibt, verwendet man entweder die Tafeln des Generals Schreiber („Rechnungsvorschriften für die trig. Abteilung der Landesaufnahme“, Verlag E. S. Mittler & Sohn) oder die Tafeln von F. G. Gauß in seinem Buch „Die trig. und polyn. Rechnungen in der Feldmessaunst“.

Die örtlichen Arbeiten beim Einschalten von neuen trigonometrischen Punkten beginnen mit der sorgfältigen Erkundung des Geländes, der Auswahl der Dreieckspunkte, deren Vermarkung und Signalisierung. Die Winkelbeobachtung erfolgt mit einem Mikroskoptheodolit oder — nicht zu kleinen — Nonientheodolit in drei Richtungsätzen. Wie bei der Landestriangulation arbeitet man auch bei der Kleintriangulation vom Großen ins Kleine und zwar nach einem bestimmten Berechnungsplan.

3. Hilfsmessungen und Hilfsrechnungen zur Triangulierung.

a) Berechnung einer unzugänglichen Entfernung. Der eigentlichen Berechnung der trigonometrischen Punkte gehen oft Nebenrechnungen voraus, da es nicht immer möglich ist, den Theodolit auf dem trigonometrischen Punkt selbst aufzustellen (z. B. bei Kirchtürmen), oder da manchmal wegen örtlicher Hindernisse nicht die Richtung auf ein Ziel, sondern nur auf einen Nebenzielpunkt gemessen werden kann. Letzterer Fall liegt z. B. dann vor, wenn die angezielte Spitze einer Signalpyramide sich nicht genau über dem eigentlichen Dreieckspunkt befindet, sondern sich durch den Wind u. dgl. etwas verschoben hat, oder dann, wenn ein gegebener Punkt, der für weitere Punktbestimmung nutzbar gemacht werden muß, in einem hohen Holzbestande liegt, und ein hohes Signal zu teuer werden würde. Man wird dann möglichst nahe an dem Punkte in der Krone eines hohen Baumes eine Signalstange befestigen und als Nebenzielpunkt verwenden. Bei diesen Nebenrechnungen muß man zunächst die Exzentrizität, also die Entfernung des Standpunktes bzw. des Nebenzielpunktes von der Mitte des trigonometrischen Punktes messen. Diese Entfernung kann in vielen Fällen nicht unmittelbar gemessen werden, so daß sie aus Hilfsmessungen abgeleitet werden muß.

Nehmen wir an, der Knopf eines Kirchturmes bildete den

trigonometrischen Punkt, und wir könnten uns auch nicht lotrecht unter diesem Punkt im Kirchturm aufstellen, sondern hätten die Messungen — statt im Zentrum Z — seitlich in S (Fig. 44) ausgeführt. Die Entfernung $ZS = e$ kann, wie wir weiter annehmen wollen, nicht unmittelbar gemessen werden, ist also unzugänglich. Man legt dann eine Grundlinie AB , deren Länge g man scharf ermittelt, und mißt in A und B die Winkel $\gamma_1, \gamma_2, \beta_1$ und β_2 .

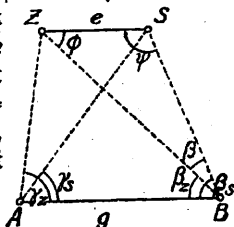


Fig. 44.

Man bildet alsdann zunächst

$$(1) \quad \beta = \beta_1 - \beta_2 \quad \text{ sowie } \quad \beta_2 + \gamma_2 \quad \text{ und } \quad \beta_1 + \gamma_1.$$

Dann ist

$$(2) \quad \frac{1}{2}(\varphi + \psi) = 90^\circ - \frac{\beta}{2} = 90^\circ - \frac{1}{2}\beta_1 + \frac{1}{2}\beta_2 \quad (\text{als Probe}).$$

Ferner ist: im $\triangle AZB$ im $\triangle ASB$

$$\frac{BZ}{\sin \gamma_2} = \frac{g}{\sin(\beta_2 + \gamma_2)} \quad \frac{BS}{\sin \gamma_1} = \frac{g}{\sin(\beta_1 + \gamma_1)}$$

$$\text{oder} \quad BZ = g \frac{\sin \gamma_2}{\sin(\beta_2 + \gamma_2)} \quad BS = g \frac{\sin \gamma_1}{\sin(\beta_1 + \gamma_1)}.$$

Setzt man

$$(3) \quad \frac{\sin \gamma_2}{\sin(\beta_2 + \gamma_2)} = m_2 \quad \frac{\sin \gamma_1}{\sin(\beta_1 + \gamma_1)} = m_1,$$

$$\text{so ist} \quad BZ = gm_2 \quad BS = gm_1.$$

Sodann ist im $\triangle SBZ$:

$$(4) \quad \operatorname{tg} \mu = \frac{BZ}{BS} = \frac{gm_2}{gm_1} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{\sin \gamma_2 \cdot \sin(\beta_1 + \gamma_1)}{\sin \gamma_1 \cdot \sin(\beta_2 + \gamma_2)} = \frac{\sin \psi}{\sin \varphi}$$

$$1 + \operatorname{tg} \mu = 1 + \frac{\sin \psi}{\sin \varphi}$$

$$1 - \operatorname{tg} \mu = 1 - \frac{\sin \psi}{\sin \varphi}$$

$$\frac{1 + \operatorname{tg} \mu}{1 - \operatorname{tg} \mu} = \frac{1 + \frac{\sin \psi}{\sin \varphi}}{1 - \frac{\sin \psi}{\sin \varphi}} = \frac{\sin \varphi + \sin \psi}{\sin \varphi - \sin \psi} = \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\varphi + \psi) \operatorname{ctg} \frac{1}{2}(\varphi - \psi).$$

Da $\frac{1 + \operatorname{tg} \mu}{1 - \operatorname{tg} \mu} = \operatorname{tg}(\frac{1}{2}\pi + \mu)$ ist, so ist

$$\operatorname{tg} \left(\frac{1}{2} \pi + \mu \right) = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} (\varphi + \psi)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} (\varphi - \psi)}$$

$$(5) \text{ oder } \operatorname{tg} \frac{1}{2} (\varphi - \psi) = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} (\varphi + \psi)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} (\pi + \mu)}$$

Aus (2) und (5) erhält man $\frac{1}{2}(\varphi + \psi)$ und $\frac{1}{2}(\varphi - \psi)$, woraus man durch Addieren bzw. Subtrahieren von (2) und (5) φ und ψ berechnen kann.

Probe: $\varphi + \psi + \beta = 180^\circ$ und $\sin \psi : \sin \varphi = \operatorname{tg} \mu$.
e erhält man nun aus

$$(6) \quad e = g \cdot \sin \beta \frac{m_s}{\sin \varphi} = g \sin \beta \frac{m_z}{\sin \psi} \quad (\text{als Probe}).$$

Für das nachfolgende Rechenbeispiel ist das trig. Formular 3 der preuß. Katasteranweisung IX benutzt worden. Gegeben sind $\beta_z, \beta_s, \gamma_z, \gamma_s$ und g . Der Rechnung liegen die obigen Gleichungen (1) bis (6) zugrunde.

β_z	55	54	10	$\log \sin \gamma_z$	9.80156	$\log \sin \gamma_s$	9.76950
β_s	57	51	04	cpl $\log \sin (\beta_z + \gamma_z)$	0.00178	cpl $\log \sin (\beta_s + \gamma_s)$	0.00100
β	1	56	54	$\log m_s$	9.80334	$\log m_z$	9.77050
$\frac{1}{2} \beta$	0	58	27	$\log \operatorname{tg} \mu$	0.03284	cpl $\log \sin \varphi$	0.40366
γ_z	39	17	18	μ	47° 09' 51''	$\log g$	1.97875
γ_s	36	01	37	$\frac{1}{2} \pi + \mu$	92° 09' 51''	$\log \sin \beta$	8.53146
$\beta_z + \gamma_z$	95	11	28	$\log \operatorname{ctg} \left(\frac{1}{2} \pi + \mu \right)$	8.57738 _n	cpl $\log \sin \psi$	0.37082
$\beta_s + \gamma_s$	93	52	41	$\log \operatorname{tg} \frac{1}{2} (\varphi + \psi)$	1.76945	$\log m_z$	9.80334
$\frac{1}{2} (\varphi + \psi)$				$\log \operatorname{tg} \frac{1}{2} (\varphi - \psi)$	0.34683 _n	$\log e$	0.68437
$= \frac{1}{2} \pi - \frac{1}{2} \beta$	89	01	33				
$\frac{1}{2} (\varphi - \psi)$	65	46	28				
$\varphi = \frac{1}{2} (\varphi + \psi)$				g	95,22	e	4,835
$+ \frac{1}{2} (\varphi - \psi)$	23	15	05				
$\psi = \frac{1}{2} (\varphi + \psi)$							
$- \frac{1}{2} (\varphi - \psi)$	154	48	01				

b) Umrechnen exzentrisch beobachteter Richtungen. Wenn die Winkelmessung nicht auf dem Zentrum Z des trigonometrischen Punktes (Turmspitze, Blitzableiter), sondern auf einem exzentrischen Hilfsstandpunkt S ausgeführt ist, so muß man die Winkelmessung auf das Zentrum Z umrechnen. In Fig. 45 stelle OS die Nullrichtung des

Theodolits dar, d. h. die Sicht, bei deren Einstellung O abgelesen wurde. SZ sei scharf ermittelt; ZP sei wenigstens näherungsweise (event. durch Abgreifen von einem Meßtischblatt oder aus einer vorläufigen Koordinatenberechnung) bekannt; QZ sei $\parallel OS$.

Es ist dann

$$(1) \quad QZP = OSP + \delta.$$

Hierin wird δ aus

$$(2) \quad \sin \delta = \frac{e \sin \varepsilon}{s}$$

oder annäherungsweise aus

$$(3) \quad \delta'' = 206\,265'' \frac{e \sin \varepsilon}{s} \text{ Sek.}$$

berechnet.

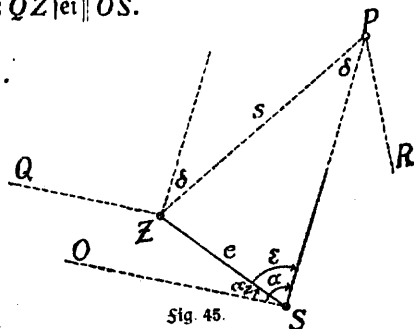


Fig. 45.

Die Gleichung (3) erhält man aus

folgender Betrachtung: Ein Bogenstück b eines Kreises verhält sich zum Kreisumfang $2r\pi$ wie der Zentriwinkel φ des Bogenstückes zum ganzen Zentriwinkel 360° , also $b : 2r\pi = \varphi^\circ : 360^\circ$; hieraus erhält man

$$b = \frac{2\pi}{360^\circ} \varphi^\circ \cdot r; \quad \varphi^\circ = \frac{360^\circ}{2\pi} \cdot \frac{b}{r}; \quad r = \frac{360^\circ}{2\pi} \cdot \frac{1}{\varphi^\circ} b.$$

Den konstanten Faktor $\frac{360^\circ}{2\pi}$ hat man ein für allemal berechnet; es ist

$$\frac{360^\circ}{2\pi} = 57,296^\circ = 3438' = 206\,265'' = \rho.$$

ρ ist also der Reduktionsfaktor für Winkel und Bogen, mit dessen Hilfe man Winkelgröße in Bogenlänge und umgekehrt verwandelt. Bei sehr kleinen Winkeln kann $b = \sin \varphi = \text{tg } \varphi$ gesetzt werden. Es ist z. B. $\sin 13' = \text{tg } 13' = 0,003\,782$; ebenso ist für $r = 1$ der zu $13'$ gehörige Bogen

$$b = \frac{13}{\rho} = \frac{13}{3438} = 0,003\,782. \text{ Nach der gleichen Überlegung ist für kleine}$$

$$\text{Winkel } \sin x'' = x \sin 1'' = \frac{x}{206\,265}.$$

Die Formel (3) ist anwendbar, wenn SZ höchstens $\frac{3}{100}$ der Entfernung ZP ausmacht. In der Regel wird dieses Verhältnis längst nicht erreicht.

In dem nachfolgenden Rechenbeispiel, für welches das trig. Formular 4 der preuß. Katasteranweisung IX benutzt worden ist, sind die „beobachteten Richtungen“ α sowie die Entfernungen e und s gegeben.

Zielpunkte P_n	Beobachtete Richtungen α		Auf SZ reduzierte Richtungen $\varepsilon = \alpha - \alpha_z$		Entfernungen e und s	$\log e$	$\log \delta'' = \log \frac{\sin \varepsilon}{s}$	δ	Zentrierte Richtungen $A = \alpha + \delta$					
	o	'	''	o		'				''	o	'	''	
Zentrum 16 19 25 12	Standpunkt 17					4,44	0.6471 5.3144 5.9615							
	178	17	43	0	00	00	8.4735 _n	0.9944 _n	—	10 359 59 50				
	0	00	00	181	42	17	2758 6.5594 _n 9.6152 _n							
	22	38	50	204	21	07	2652 6.5765 _n 9.7748	2.1532 _n	—	2 22 22 36 28				
	321	45	06	143	27	23	1188 6.9252 9.7122	2.6615	+	7 39 321 52 45				
	327	15	53	148	58	10	3058 6.5146	2.1883	+	2 34 327 18 27				
	Probe:					$\left[\log \frac{\sin \varepsilon}{s} \right]$	4.1514	7.9974	+	10 13 — 7 41				
	$[\alpha] = 57 32$ $[\varepsilon] = 28 57$					$+ n \cdot \log e''$	3.8460				—	2 32	+	17 43
	$n \cdot \alpha_z = 28 35$					$\log \delta''$	7.9974				+	7 41		57 32
	$[\alpha] = 57 32$					Probe:		$\left[\log \frac{\sin \varepsilon}{s} \right] + n \cdot \log e'' = [\log \delta'']$		Probe:				
										$[A] - [\delta] = [\alpha] - \alpha_z$				

Nach demselben Verfahren, nach dem die in exzentrischer Aufstellung gemessenen Richtungen auf das Zentrum der Station reduziert werden, werden auch die nach Nebenzielpunkten beobachteten Punkte auf die wirklichen Punkte reduziert. Die Fälle, in denen diese Aufgabe vorkommt, sind unter a aufgeführt. Nehmen wir an, in P wären Richtungen mit dem Anfangsschenkel PR beobachtet und unter anderm der Punkt S statt des Zentrums Z eingestellt worden, so ist

$$RPZ = RPS + \delta,$$

worin δ wie oben berechnet wird.

4. Das Einschneiden.

Die Bestimmung der trigonometrischen Neupunkte erfolgt entweder durch das Vorwärtsabschneiden oder das Seitwärtseinschneiden oder das Rückwärtseinschneiden.

a) Das Vorwärts- und Seitwärtseinschneiden.

Gegeben seien die Koordinaten der Punkte P_a und P_b (Fig. 46):

$$y_a = \times 43\,178,90 \quad x_a = 19\,174,60$$

$$y_b = \times 44\,862,03 \quad x_b = 19\,350,68$$

sowie $\alpha = 59^\circ 37' 16''$

$$\beta = 43^\circ 54' 56''$$

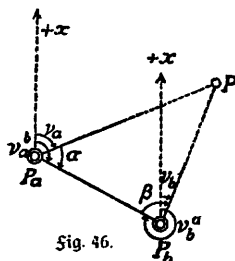


Fig. 46.

Gesucht sind die Koordinaten y, x des Neupunktes P (Vorwärtsabschnitt).

Lösung: Man berechnet

$$(1) \quad \operatorname{tg} \nu_a^b = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} \quad (2) \quad P_a P_b = \frac{y_b - y_a}{\sin \nu_a^b} = \frac{x_b - x_a}{\cos \nu_a^b}$$

$$\nu_a^b = 84^\circ 01' 40'' \quad P_a P_b = 1692,32.$$

(Die Berechnung ist auf S. 61 im trig. Formular 8 Nr. 1 ausgeführt.)

$$(3) \quad \begin{cases} P_a P = \frac{P_a P_b \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{1692,32 \sin 43^\circ 54' 56''}{\sin 103^\circ 32' 12''} = 1207,32 \\ P_b P = \frac{P_a P_b \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{1692,32 \sin 59^\circ 37' 16''}{\sin 103^\circ 32' 12''} = 1501,68 \end{cases}$$

$$(4) \quad \nu_a = \nu_a^b - \alpha = 24^\circ 24' 24''; \quad \nu_b = \nu_b^a + \beta = 307^\circ 56' 36''.$$

Nach den Gleichungen (1) und (2) auf S. 56 ist

$$y = y_a + P_a P \sin \nu_a = \times 43\,178,90 + 498,88 = \times 43\,677,78$$

$$x = x_a + P_a P \cos \nu_a = 19\,174,60 + 1099,43 = 20\,274,03$$

und als Probe:

$$y = y_b + P_b P \sin \nu_b = \times 44\,862,03 - 1184,25 = \times 43\,677,78$$

$$x = x_b + P_b P \cos \nu_b = 19\,350,68 + 923,35 = 20\,274,03.$$

Die Punktbestimmung des Seitwärtseinschneidens unterscheidet sich von der des Vorwärtsabschneidens nur dadurch, daß die Winkelmessung nicht auf P_a und P_b , sondern auf P_a und dem Neu-

punkt P oder auf P_b und P stattgefunden hat. Die Berechnung schließt sich der vorhergehenden eng an. Nehmen wir an, daß die Koordinaten von P_a und P_b sowie die Winkel α und γ gegeben sind, so ermittelt man zunächst aus den Anschlußneigungen und der Winkelmessung die Neigung ν_a^p .

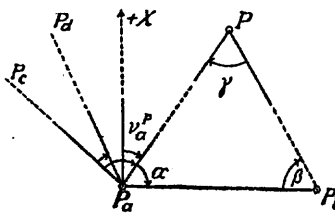


Fig. 47.

Es ist $\nu_p^a = \nu_a^p + 180^\circ$ und

$$\nu_b^p = \nu_p^b + 180^\circ = \nu_a^p - \gamma,$$

sowie $\beta = \nu_b^p - \nu_b^a$, ferner — wie beim Vorwärtsabschnidern —

$$P_a P = P_a P_b \frac{\sin(\alpha + \gamma)}{\sin \gamma}; \quad P_b P = P_a P_b \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}$$

$$y_p = y_a + P_a P \sin \nu_a^p = y_b + P_b P \sin \nu_b^p$$

$$x_p = x_a + P_a P \cos \nu_a^p = x_b + P_b P \cos \nu_b^p.$$

b) Das Rückwärtseinschnidern (Lösung von Collins).

Gegeben sind die Koordinaten der drei Festpunkte P_a , P_b und P_c . Gemessen sind α und β auf Punkt P .

Gesucht werden die Koordinaten von P .

Zur Lösung benutzt man den Collins'schen Hilfspunkt Q , den Schnittpunkt der Linie PP_c mit einem um $P_a P_b P$ beschriebenen Kreise. Da in dem $\Delta P_a Q P_b$ auch die Winkel α und β auftreten (Peripheriewinkel über den gleichen Kreisbögen), können die Koordinaten von Q als Vorwärtsabschnitt von P_a und P_b aus berechnet werden. Aus den Koordinaten von Q und P_c berechnet man dann

den Neigungswinkel ν_q^c , der gleich dem Neigungswinkel ν_c^p ist. Damit ist die Aufgabe auf die des Seitwärtseinschniderns zurückgeführt.

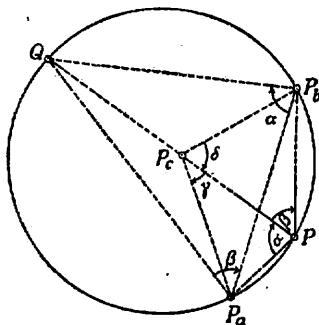


Fig. 48.

Rechenbeispiel:

Gegeben:

$$y_a = +43\,114,56 \quad x_a = 21\,345,08$$

$$y_b = +43\,210,38 \quad x_b = 23\,094,54$$

$$y_c = +42\,576,18 \quad x_c = 22\,347,58$$

$$\text{Gemessen: } \alpha = 97^\circ 57' 19''$$

$$\beta = 65^\circ 09' 37''.$$

Man berechnet zunächst ν_a^b und $P_a P_b$. (Die Berechnung ist S. 61 im trig. Formular 8 Nr. 2 ausgeführt):

$$\nu_a^b = 3^0 08' 06''; \quad P_a P_b = 1752,09.$$

$$P_a Q = \frac{P_a P_b \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{1752,09 \sin 97^0 57' 19''}{\sin 163^0 06' 56''} = 5974,42.$$

$$P_b Q = \frac{P_a P_b \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{1752,09 \sin 65^0 09' 37''}{\sin 163^0 06' 56''} = 5474,39.$$

$$\nu_a^? = \nu_a^b - \beta = 297^0 58' 29''; \quad \nu_b^? = \nu_b^a + \alpha = 281^0 05' 25''.$$

$$\Delta y_a^? = P_a Q \sin \nu_a^? = -5276,34; \quad \Delta x_a^? = P_a Q \cos \nu_a^? = +2802,50.$$

$$\Delta y_b^? = P_b Q \sin \nu_b^? = -5372,16; \quad \Delta x_b^? = P_b Q \cos \nu_b^? = +1053,03.$$

$$y_? = y_a + \Delta y_a^? = \times 37838,22; \quad x_? = x_a + \Delta x_a^? = 24147,58.$$

$$y_? = y_b + \Delta y_b^? = \times 37838,22; \quad x_? = x_b + \Delta x_b^? = 24147,57!$$

$$\nu_c^? = \nu_c^c = 110^0 48' 08''$$

$$\nu_a^c = 331^0 45' 45'' \quad \log P_c P_a = 3.056111$$

$$\nu_b^c = 220^0 19' 57'' \quad \log P_b P_c = 2.991171$$

Berechnung S. 61
trig. Formular 8
Nr. 3, 4 und 5.

$$\gamma = \sphericalangle P P_c P_a = \nu_c^a - \nu_c^? = 40^0 57' 37''.$$

$$\delta = \sphericalangle P_b P_c P = \nu_c^? - \nu_c^b = 70^0 28' 11''.$$

$$P_c P = \frac{P_b P_c \sin(\beta + \delta)}{\sin \beta} = \frac{P_c P_a \sin(\alpha + \gamma)}{\sin \alpha} = 755,06.$$

$$\Delta y = P_c P \sin \nu_c^? = 755,06 \sin 110^0 48' 08'' = +705,85.$$

$$\Delta x = P_c P \cos \nu_c^? = 755,06 \cos 110^0 48' 08'' = -268,16.$$

$$y = y_c + \Delta y = \times 43282,03; \quad x = x_c + \Delta x = 22079,42.$$

Es gibt für den Rückwärtseinschnitt noch einige andere Lösungen. Siehe hierüber Gauß, Die trig. und polng. Rechnungen S. 88f., Eggert S. 133, und Kalender für Vermessungswesen und Kulturtechnik III S. 84.

Beim Rückwärtseinschnitt werden am zweckmäßigsten zwei sich möglichst günstig schneidende Richtungen nach naheliegenden Punkten und eine Richtung nach einem entfernteren Punkte verwendet. Dadurch wird der für die Punktbestimmung ungünstigste Fall vermieden, daß der zu berechnende Punkt in oder nahe an den Kreis fällt, der durch die drei gegebenen Punkte geht.

c) Gleichzeitiges Einschneiden für mehrere Punkte. (Aufgabe der beiden Punktpaare oder Hansen'sches Problem.)

Gegeben sind die beiden Punkte A und B

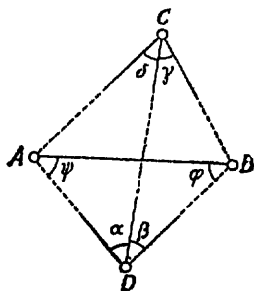


Fig. 49.

$$y_a = \times 43755,36; \quad x_a = 17698,95;$$

$$y_b = \times 43961,33; \quad x_b = 24489,02.$$

Zu bestimmen sind die Neupunkte C und D, auf denen die Winkel α , β , γ und δ gemessen sind:

$$\alpha = 52^{\circ} 04' 32''; \quad \gamma = 47^{\circ} 41' 14'';$$

$$\beta = 58^{\circ} 52' 03''; \quad \delta = 64^{\circ} 37' 38''.$$

Die von dem Astronomen Hansen gegebene Lösung der Aufgabe erinnert an die Berechnung der unzugänglichen Entfernung (S. 74).

Man berechnet zunächst $v_a^b = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} = 1^{\circ} 44' 15''$ und

$$AB = \frac{y_b - y_a}{\sin v_a^b} = \frac{x_b - x_a}{\cos v_a^b} = 6793,15.$$

(Die Berechnung ist auf S. 61 im trig. Formular 8 Nr. 6 ausgeführt.)

Unter Anwendung eines Hilfswinkels λ erhält man

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{\sin \gamma \cdot \sin(\alpha + \delta)}{\sin \delta \cdot \sin(\beta + \gamma)} = \frac{\sin 47^{\circ} 41' 14'' \cdot \sin 116^{\circ} 42' 10''}{\sin 64^{\circ} 37' 38'' \cdot \sin 106^{\circ} 33' 17''}.$$

$$\lambda = 37^{\circ} 20' 06''.$$

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\varphi - \psi) = \operatorname{ctg} \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \operatorname{tg}(45^{\circ} - \lambda) = \operatorname{ctg} 55^{\circ} 28' 17'' \cdot \operatorname{tg} 7^{\circ} 39' 54''.$$

$$\frac{1}{2}(\varphi - \psi) = 5^{\circ} 17' 25''.$$

$$\frac{1}{2}(\varphi + \psi) = 2q \cdot \pi + \frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}(\alpha + \beta), \text{ worin } q = 0 \text{ oder } 1 \text{ ist,}$$

je nachdem $\alpha + \beta$ kleiner oder größer als 180° ist.

$$\frac{1}{2}(\varphi + \psi) = 90^{\circ} - 55^{\circ} 28' 17'' = 34^{\circ} 31' 43''.$$

$$\varphi = \frac{1}{2}(\varphi + \psi) + \frac{1}{2}(\varphi - \psi) = 39^{\circ} 49' 08''.$$

$$\psi = \frac{1}{2}(\varphi + \psi) - \frac{1}{2}(\varphi - \psi) = 29^{\circ} 14' 18''.$$

Serner ist

$$AD = AB \frac{\sin \varphi}{\sin(\alpha + \beta)} = 6793,15 \frac{\sin 39^{\circ} 49' 08''}{\sin 110^{\circ} 56' 35''} = 4657,79$$

$$BD = AB \frac{\sin \psi}{\sin(\alpha + \beta)} = 6793,15 \frac{\sin 29^{\circ} 14' 18''}{\sin 110^{\circ} 56' 35''} = 3552,78;$$

hierzu als Rechenprobe: $\frac{BD}{AD} = \operatorname{tg} \lambda$. Sodann ist

$$DC = AD \frac{\sin(\alpha + \delta)}{\sin \delta} = 4657,79 \frac{\sin 116^\circ 42' 10''}{\sin 64^\circ 37' 38''} = 4605,26$$

$$= BD \frac{\sin(\beta + \gamma)}{\sin \gamma} = 3552,78 \frac{\sin 106^\circ 33' 17''}{\sin 47^\circ 41' 14''} = 4605,26.$$

$$\nu_a^d = \nu_a^b + \psi = 1^\circ 44' 15'' + 29^\circ 14' 18'' = 30^\circ 58' 33'';$$

$$\nu_d^c = \nu_d^a + \alpha = 210^\circ 58' 33'' + 52^\circ 04' 32'' = 263^\circ 03' 05'';$$

$$y_d = y_a + AD \cdot \sin \nu_a^d = \times 43755,36 + 2397,26 = \times 46152,62;$$

$$x_d = x_a + AD \cdot \cos \nu_a^d = 17698,95 + 3993,51 = 21692,46;$$

$$y_c = y_d + DC \cdot \sin \nu_d^c = \times 46152,62 - 4571,43 = \times 41581,19;$$

$$x_c = x_d + DC \cdot \cos \nu_d^c = 21692,46 - 557,14 = 21135,32.$$

Rechenproben:

$$\operatorname{tg} \nu_d^b = \frac{y_b - y_d}{x_b - x_d} = \operatorname{tg}(\nu_d^a + \alpha + \beta) = 321^\circ 55' 08'' \\ = 210^\circ 58' 33'' + 110^\circ 56' 35'';$$

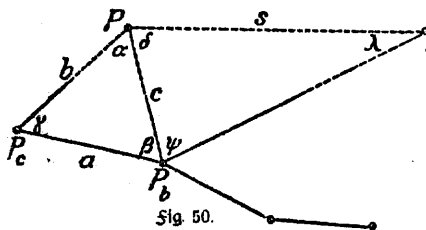
$$\operatorname{tg} \nu_c^b = \frac{y_b - y_c}{x_b - x_c} = \operatorname{tg}(\nu_c^d - \gamma) = 35^\circ 21' 49'' \\ = 83^\circ 03' 05'' - 47^\circ 41' 14'';$$

$$\operatorname{tg} \nu_c^a = \frac{y_a - y_c}{x_a - x_c} = \operatorname{tg}(\nu_c^d + \delta) = 147^\circ 40' 43'' \\ = 83^\circ 03' 05'' + 64^\circ 37' 38''.$$

Die auf S. 79 f. dargestellte trigonometrische Punktbestimmung behandelt nur den Fall der eindeutigen Bestimmung des Neupunktes, d. h. den Fall, daß nur so viele Messungsstücke zur Bestimmung des Neupunktes gegeben sind, wie erforderlich sind. Wir wissen aber, daß alle unsere Messungen oder Beobachtungen mit Fehlern mannigfacher Art behaftet sind. Um uns gegen sie zu sichern, und außerdem um die Genauigkeit der Punktbestimmung zu steigern, messen wir mehr Stücke, als zur eindeutigen Festlegung erforderlich sind. Ziel der Rechnung ist es nun, die sämtlichen Messungsstücke zu berücksichtigen und aus ihnen die wahrscheinlichen Werte für den Neupunkt abzuleiten. Dies geschieht mit Hilfe der „Ausgleichsrechnung“. Es soll in diesem Bändchen nicht näher auf sie eingegangen werden, da ihr ein besonderes Bändchen: Hegemann, Ausgleichsrechnung (ANuG Bd. 609) gewidmet ist.

5. Der Anschluß der Polygonzüge.

Mit der trigonometrischen Bestimmung einer Anzahl von Dreieckspunkten ist die Grundlage für die weitere Vermessung geschaffen. Zwischen die Dreieckspunkte legt man ein Netz von Polygonzügen und in diese bindet man so viele Linien ein, daß man alle Einzel-



heiten des Geländes aufmessen kann. Die Polygonzüge sind bereits auf S. 62 behandelt worden. Wir müssen hier hauptsächlich noch ihren Anschluß an das Dreiecksnetz betrachten. Wird der Anfangspunkt eines Polygonzuges durch die Spitze eines Turmes

oder in ähnlicher unzugänglicher Weise gebildet, so daß man weder den Anschlußwinkel δ noch die erste Polygonseite $PP_b = c$ messen kann, so müssen diese Stücke durch Rechnung bestimmt werden. Man legt sich zu diesem Zweck ein Hilfsdreieck PP_bP_c , mißt die Hilfslinie a und die Winkel β , γ und ψ . P_b muß so liegen, daß man von ihm aus nicht nur den Dreieckspunkt P , sondern noch einen anderen trigonometrischen Punkt P_n sehen kann. Den Hilfspunkt P_c wählt man so, daß α ungefähr 90° beträgt. Da die Sichten in P_b und P_c nach P hin meistens sehr steil sein werden, ist die Stehachse des Theodolits mit der Röhrenlibelle scharf lotrecht zu stellen.

Man erhält zunächst c aus $c = a \frac{\sin \gamma}{\sin(\beta + \gamma)}$. δ berechnet man wie folgt: aus den Koordinaten von P und P_n ermittelt man zunächst s und ν_{P_n} , berechnet dann λ aus

$$\sin \lambda = \frac{c \sin \psi}{s} \quad \text{und erhält somit } \delta \text{ aus } \delta = \pi - (\psi + \lambda).$$

Diese Stücke führt man in die Rechnung des Polygonzuges ein. Eine wertvolle Probe wird erlangt, wenn auch auf P_c eine Richtung nach einem trigonometrischen Punkte beobachtet und hiernach δ nochmals berechnet wird. (Vgl. Gauß, Die trig. und polyg. Rechnungen I § 110 Nr. 1).

E. Die Anfertigung der Karte und die Flächeninhaltsberechnung.

1. Die Anfertigung der Karte.

Es soll hier nur von der Anfertigung solcher Karten die Rede sein, die auf Grund der geschilderten Messungen angefertigt werden können. Die Anfertigung der topographischen Karten wird in Egerer, Kartenkunde (AlluG Bd. 611 u. 612) behandelt.

Bei der Kartierung muß man sich zunächst darüber entscheiden, in welchem Maßstabe die Karte dargestellt werden soll, und zwar wählt man den Maßstab 1:2000, wenn die Parzellen durchschnittlich mehr als 50 ar enthalten, den Maßstab 1:1000, wenn die Parzellen einen Flächeninhalt von durchschnittlich 50 ar bis 5 ar haben, und den Maßstab 1:500 bei noch kleineren Parzellen, also namentlich in Städten, Flecken und Dörfern. Für eng bebaute und klein parzellierte Städtelagen wählt man neuerdings sogar den Maßstab 1:250.

Liegt das Maßstabsverhältnis fest, so muß geprüft werden, ob die aufgenommene Fläche auf einem Kartenblatt dargestellt werden kann, oder ob dazu mehrere Kartenblätter nötig sind. Die Größe der Gemarkungskarten beträgt 1000 mm in der Länge und 666 mm in der Breite. Früher wandte man erheblich größere Bögen an; solche Karten waren nicht nur unhandlich, sondern wurden auch durch die ungleiche Ausdehnung oder Zusammenziehung des Kartenpapiers (infolge der Witterungseinflüsse) wellig und ungenau. Kann das aufgemessene Gelände nicht auf einem Kartenblatt von 1000 × 666 mm dargestellt werden, so wird die Karte in mehrere Blätter zerlegt.

Um die Koordinaten der Punkte auftragen zu können, fertigt man bei größeren Vermessungen zunächst ein Quadratnetz, dessen Seiten den Koordinatenachsen parallel und von ihnen um runde Werte entfernt sind. Die einzelnen Quadrate erhalten eine Seitenlänge von 1 dm. In der Regel fertigt man das Quadratnetz dadurch an, daß man zwei sich unter einem möglichst großen Winkel schneidende Linien zeichnet und auf ihnen vom Schnittpunkt aus nach allen vier Richtungen gleiche Längen abträgt, so daß man durch die Verbindung der vier gefundenen Punkte

ein Rechteck erhält. Soll das Quadratnetz annähernd parallel zu den Blatträndern liegen, so wählt man als die erwähnten, sich schneidenden Linien, auf denen gleiche Längen abgetragen werden sollen, die Diagonalen des Kartenblattes. Mitunter kann man aber nur dadurch die ganze Fläche auf einem Kartenblatt darstellen, daß man das Quadratnetz nicht parallel zu den Blatträndern zeichnet, sondern verschwenkt. In diesem Falle kann man nicht die Diagonale des Kartenbogens als Grundlage für die Herstellung des Quadratnetzes verwenden. Als Hilfsmittel bei der Anfertigung des Quadratnetzes benutzt man ein mit Teilung versehenes Sägeblattlineal. Auf den oben erwähnten Rechteckseiten trägt man dann die Quadratnetzteilung ab und verbindet die zusammengehörigen Teilpunkte. Nach Fertigstellung des Quadratnetzes werden die Koordinaten der Dreiecks-, Polygon- und Kleinpunkte aufgetragen. Diesem Zwecke dient das Quadratnetz in erster Linie. Daneben wird es bei der Flächeninhaltsberechnung (großen Massenberechnung) verwendet. Schließlich bietet es auch den Vorteil, daß man später den Papierschwund genau feststellen kann. Bei umfangreichen Neuaufnahmen verwendet man zur Herstellung der Quadratnetze und zum Kartieren der Dreiecks-, Polygon- und Kleinpunkte einen Koordinatographen (von Coradi-Zürich).

Ist das Liniennetz aufgetragen, so erfolgt die Einzelkartierung der Grundstücksgrenzen, Gebäude usw. Sind sehr viele Punkte von den Messungslinien aus durch rechtwinklige Koordinaten aufgenommen, so bedient man sich bei der Einzelkartierung zweckmäßig eines Kartierungsinstrumentes. Andernfalls verwendet man nur Zirkel und Transversalmaßstab oder einen Zeichenmaßstab, an dessen abgeschrägter Teilungskante die einzelnen Punkte mit einer feinen Nadel eingestochen werden. Letzterem Maßstab gibt man neuerdings vor dem Transversalmaßstab den Vorzug.

Nach der Kartierung wird die Karte ausgezeichnet unter Anwendung der vorgeschriebenen Zeichen.

Handelt es sich nicht um die Kartierung größerer Vermessungen, sondern nur um die Kartierung einer kleinen, lediglich durch einfache Messungen aufgenommenen Fläche, wie in Fig. 51, so zeichnet man zunächst die Hauptabszissenachse AB und trägt

auf ihr die Höhen nach *C, D* und *E* mit Hilfe rechtwinkliger Dreiecke und eines Maßstabes ab. Alsdann werden von den Linien *AC, CB, BE, ED* und *DA* aus die einzelnen Punkte kartiert.

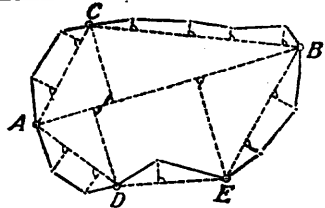


Fig. 51.

Zur Übertragung einer Karte aus einem Maßstab in einen andern bedient man sich verschiedener Hilfsmittel. Als solche kommen neben Umwandlungszirkel, Umwandlungslineal und Umwandlungsdiagramm vor allem die Pantographen und photographischen Einrichtungen in Betracht. Selbstverständlich kann von einer solchen mechanischen Vergrößerung einer Kartierung nicht eine genauere Darstellung als von der Urzeichnung erwarten; im Gegenteil, die Fehler, die der Kartierung anhaften, werden bei der Vergrößerung auch vergrößert, und es kommen noch die unvermeidlichen Fehler hinzu, die das Vergrößerungsverfahren mit sich bringt.

Der Pantograph oder Storchschnabel ist 1631 von dem Jesuitenpater Scheiner beschrieben worden. Die Fig. 52 zeigt einen freischwebenden Präzisionspantographen (von Coradi-Zürich), der aus hohlen Metallstangen besteht und vor dem Kriege etwa 270 bis 360 M. kostete. Die geringeren Pantographen zum Preise von etwa 10 M. bestehen nur aus Holz und haben Borlöcher für die häufiger vorkommenden Umwandlungsverhältnisse.

PZF bleibt stets eine Gerade, wie man das Gestänge auch bewegt, *Z* und *F* beschreiben ähnliche Figuren, deren Seiten sich wie $PZ:PF=BZ:BA$ verhalten.

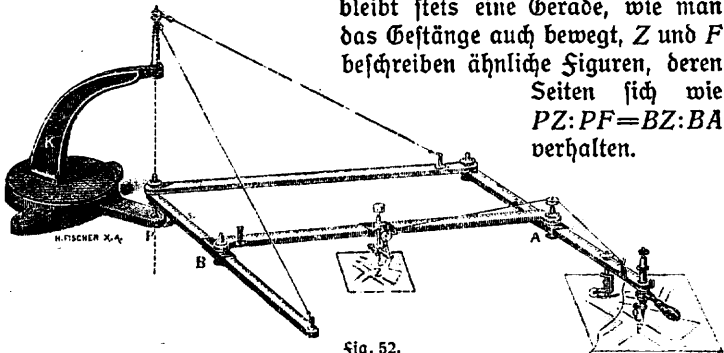


Fig. 52.

2. Die Flächeninhaltsberechnung.

An die Kartierung schließt sich die Flächeninhaltsberechnung, deren Grundlehren schon auf S. 28 behandelt worden sind. Man teilt die Flächeninhaltsberechnungen bei den größeren Neumessungen ein in die Einzelberechnung, die kleine Massenberechnung und die große Massenberechnung.

Die Einzelberechnung ist für jede Parzelle zweimal auszuführen, und zwar einmal tunlichst mit Benützung der Messungszahlen (Urmaße) und einmal graphisch, d. h. unter Anwendung von Planimeter oder Zirkel und Maßstab, Quadratglastafel, Hyperbeltafel usw.

Bei der kleinen Massenberechnung werden mehrere Parzellen zusammengenommen. Sie wird auf graphischem Wege ausgeführt und hat den Zweck, die Einzelberechnung insbesondere darauf zu prüfen, daß nicht einzelne Parzellen oder Teile von ihnen zu berechnen übersehen sind.

Die große Massenberechnung hat den Zweck, den Sollflächeninhalt des Kartenblattes zu bestimmen; auf ihn werden die Ergebnisse der Einzelberechnung abgestimmt. Die große Massenberechnung wird auf der Grundlage des Quadratnetzes ausgeführt, und zwar so, daß man

a) die mit Parzellenzeichnung voll ausgefüllten inneren Netzquadrate zählt und nach ihrem aus dem Abstände der Netzlinien sich ohne weiteres ergebenden Flächeninhalt ansieht, daß man

b) für die nur teilweise mit Parzellenzeichnung bedeckten Netzquadrate (Randquadrate) den Flächeninhalt des bedeckten Teiles ermittelt, und daß man

c) aus den Flächeninhalten von *a* und *b* den Gesamtinhalt des Kartenblattes zusammensetzt.

Das Färben einzelner Teile der Karte (wie der Wege, Bäche und Gebäude) nimmt man erst nach Fertigstellung der Flächeninhaltsberechnung vor, damit deren Genauigkeit nicht durch die beim Färben entstehende Ausdehnung des Papiers beeinträchtigt wird.

F. Absteckungsarbeiten.

Umfangreiche Absteckungsarbeiten kommen namentlich dann vor, wenn es sich darum handelt, den Entwurf einer Eisenbahn, Straße oder eines Wasserlaufs aus der Zeichnung in die Örtlichkeit zu übertragen. Diese Arbeit ist von der Art und der Beschaffenheit der Karten, die dem Entwurf zugrunde gelegt worden sind, abhängig. Liegt ihm eine neuere gute Karte zugrunde, so ist die Übertragung meistens sehr einfach. Dagegen bereitet die Absteckung nach alten Karten oft Schwierigkeiten. Diese bestehen hauptsächlich darin, genügend viel Punkte in der Örtlichkeit zu finden, die mit ihrer Darstellung in der Karte genau übereinstimmen, und von denen aus der Entwurf, und zwar hauptsächlich die Achsen des Bauwerks, abgesteckt werden können. Man steckt zunächst die Hauptpunkte der Achsen ab. Unter den Hauptpunkten der Achsen versteht man die Punkte, in denen gerade Strecken endigen und in einen Kreisbogen übergehen, oder in denen Kreisbögen ihren Radius wechseln.

Nachstehend sollen nur das Ausrichten langer gerader Linien mit dem Theodolit und das Abstecken von Kreisbögen behandelt werden.

1. Ausrichten langer gerader Linien mit dem Theodolit.

Nehmen wir zunächst den Fall an, daß wir von dem einen Endpunkt der Geraden A nach dem andern Endpunkte E sehen können, so stellen wir den Theodolit in A auf, zielen E an und weisen die Zwischenpunkte ein. Muß hierbei das Fernrohr auf und nieder gekippt werden, so ist darauf zu achten, daß die Stehachse genau lotrecht steht. Auch ist dann das Fernrohr durchzuschlagen und das Verfahren zu wiederholen. Bei Abweichungen ist die Mittellage der Punkte zu nehmen.

Sind die Endpunkte gegenseitig nicht sichtbar, so flüchtet man einen Punkt etwa in der Mitte der Linie näherungsweise ein und mißt den Winkel ECA scharf (Fig. 53).

Es ist dann der doppelte

Inhalt des Dreiecks ACE

$$| 2J = AC \cdot CE \sin ECA$$



Fig. 53.

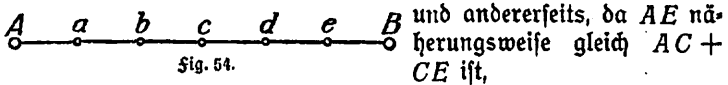


Fig. 54.

und andererseits, da AE näherungsweise gleich $AC + CE$ ist,

$$2J = (AC + CE)h, \text{ mithin } h = \frac{AC \cdot CE}{AC + CE} \sin ECA$$

$$\text{oder } h = \frac{(180^\circ - ECA) \text{ in Sek.} \cdot \frac{AC \cdot CE}{AC + CE}}{206265}$$

Die Entfernungen braucht man nur näherungsweise zu kennen durch Abschreiten oder aus einer Karte.

Es kommen auch viele Fälle vor, in denen man nur einzelne kurze Zielungen nehmen kann, durch die man sich rückwärts verlängert, z. B. beim Durchhauen von Wäldern, bei Tunnelabstecungen usw. Nehmen wir an, wir hätten eine Strecke Aa (Fig. 54) und sollten sie allmählich bis B verlängern. Man stellt dann den Theodolit in a auf und hat die Aufgabe, aA rückwärts nach ab zu verlängern. Würden wir dann das Fernrohr nur durchschlagen, so brächten wir den doppelten Kollimationsfehler (S. 48) in die Rückverlängerung. Wir machen uns hiervon unabhängig, wenn wir das Fernrohr durchschlagen und umlegen.

2. Abstecung von Kreisbögen.

Das Absteden von Kreisbögen zerfällt in das Absteden der sog. Hauptpunkte und der Einzelpunkte. Als Hauptpunkte bezeichnet man die Berührungspunkte mit den Tangenten und die Bogenmitte. Die übrigen zwischen den Hauptpunkten liegenden, nach den jeweiligen Bedürfnissen abzustecenden Bogenpunkte nennt man Einzelpunkte oder Kleinpunkte des Bogens.

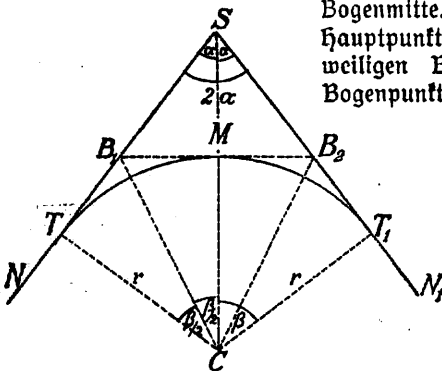


Fig. 55.

a) Die Abstecung der Bogenhauptpunkte sei an den beiden folgenden Beispielen gezeigt.

α) Gegeben sind die Geraden SN und SN_1 , sowie der Halbmesser $r = 500 \text{ m}$ und $2\alpha = 97^\circ 14' 20''$.

Gesucht sind T , T_1 und M .

Lösung: Es ist

$$ST = ST_1 = \frac{r}{\operatorname{tg} \alpha} = 440,50;$$

$$SB_1 = SB_2 = ST - r \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = 251,66,$$

worin $\beta = 90^\circ - \alpha$ ist.

M findet man als Mittelpunkt der Strecke $B_1 B_2$.

Proben:

$$B_1 B_2 = 2r \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = 377,68;$$

$$SM = SC - r = \frac{r}{\cos \beta} - r = 166,36;$$

SM wird auf der Halbierungslinie von 2α abgemessen und muß denselben Punkt M ergeben.

β) Gegeben sind die beiden Geraden SN und SN_1 sowie der Halbmesser r . Der Schnittpunkt S ist nicht zugänglich.

Gesucht werden T , T_1 und M .

Lösung: Zur Bestimmung des nichtmeßbaren Winkels 2α in S wählt man auf den beiden Geraden TS und $T_1 S$ die Punkte A und B und mißt die Winkel φ und ψ sowie die Strecke $AB = a$. Dann ist

$$2\alpha = \varphi + \psi - 180^\circ$$

$$SA = a \frac{\sin \psi}{\sin 2\alpha};$$

$$SB = a \frac{\sin \varphi}{\sin 2\alpha};$$

$$AT = \frac{r}{\operatorname{tg} \alpha} - SA;$$

$$BT_1 = \frac{r}{\operatorname{tg} \alpha} - SB;$$

$$AP = AT - r \operatorname{tg} \frac{\beta}{2};$$

$$BQ = BT_1 - r \operatorname{tg} \frac{\beta}{2},$$

worin $\beta = 90^\circ - \alpha$.

b) Abstecken der Einzelpunkte. Man steckt zwischen die unter a) behandelten Hauptpunkte so viele Einzelpunkte ab, daß sich die entstehenden einzelnen kleinen Vielecksseiten nicht mehr von Kreisbogenteilen unterscheiden; die Zahl hängt daher von der Größe des Radius ab.

c) Abstecken durch rechtwinklige Koordinaten von der Tangente aus. Die Absteckung wird entweder mit runden unter

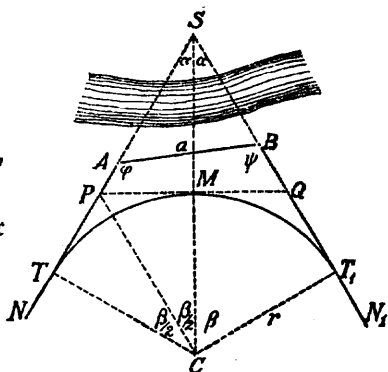


Fig. 56.

sich gleichen Abzissenabständen (z. B. von 5 oder 10 m) oder bei runden unter sich gleichen Kleinbogen vorgenommen.

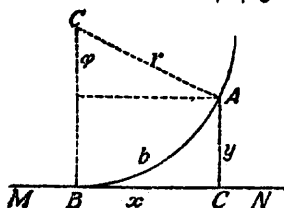


Fig. 57.

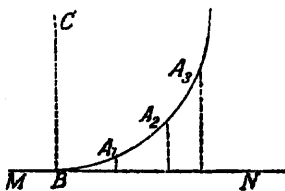


Fig. 58.

Gegeben ist die Tangente MN und der Berührungspunkt B (Fig. 57 und 58).

Gesucht sind die Punkte A des Bogens mit ihren

rechtwinkligen Koordinaten x und y in bezug auf die Tangente BN .

Lösung: Nimmt man die Abzissen x gleich runden Zahlen an, so berechnet man

$$y = r - \sqrt{r^2 - x^2} = r - r \sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}} = r - r \left(1 - \frac{x^2}{r^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

oder nach Anwendung des binomischen Lehrsatzes:

$$y = \frac{x^2}{2r} + \frac{x^4}{8r^3} + \dots \quad \text{oder näherungsweise} \quad y = \frac{x^2}{2r}.$$

Wenn z. B. $r = 100$ m ist, so ist für

$x = 5$ m	$y = 0,13$ m
$x = 10$ m	$y = 0,50$ m
$x = 15$ m	$y = 1,13$ m
$x = 20$ m	$y = 2,02$ m
$x = 25$ m	$y = 3,18$ m usw.

Eine für die meisten Zwecke ausreichende Tafel der Ordinatenwerte y für gleichförmig wachsende Abzissen x befindet sich in Jordans Vermessungskunde, Band II, 7. Aufl., S. 36–38. Ein weitergehendes Werkchen dieser Art sind „Kreiskoordinaten für 200 Radien von Jordan, Leipzig 1881“.

Will man die Absteckung nicht mit runden, unter sich gleichen Abzissenabständen vornehmen, sondern so, daß die abgesteckten Punkte gleiche Kleinbogenstücke (b) ergeben, so ist

$\varphi = \frac{b}{r}$ (φ siehe S. 77); $x = r \sin n\varphi$; $y = r - r \cos n\varphi$, wo man für n der Reihe nach die Werte 1, 2, 3 ... einsetzt.

Auch hierfür sind Tafeln berechnet worden, so von H. Kröhnke, „Handbuch zum Abstecken von Kurven auf Eisenbahn- und Wegelinien“, Leipzig, 14. Aufl., 1902. Weiterer Tafelnachweis ist in Jordans Vermessungskunde, Teil II, 7. Aufl., S. 888, enthalten.

β) Abstecken mit rechtwinkligen Koordinaten von der Sehne aus.

Gegeben sind die Endpunkte A und B sowie der Halbmesser r .

Gesucht die Punkte P mit ihren rechtwinkligen Koordinaten von der Sehne AB aus.

Lösung: Man berechnet x und y aus

$$x = \frac{s}{2} - x'; \quad y = h - y',$$

worin x' und y' die Koordinaten von P in bezug auf die Tangente in der Bogenmitte M sind. Damit ist dann diese Aufgabe auf diejenige zu α zurückgeführt.

Es gibt noch viele andere Verfahren zur Berechnung und Absteckung der Einzelpunkte, so insbesondere das Abstecken mit Peripheriewinkeln. Siehe hierüber Jordan, Vermessungskunde, Bd. II, 7. Aufl., S. 865, sowie Müller im Kalender für Vermessungswesen und Kulturtechnik 1915, Teil III, S. 123 f. Dasselbst sind auch verschiedene Verfahren zur Absteckung kürzerer Kreisbögen (z. B. bei Wege- und Wasserbauten) ohne Theodolit angegeben.

II. Nivellieren.

Die Höhenaufnahmen werden nach drei Verfahren vorgenommen, und zwar durch

- das geometrische Nivellement,
- die trigonometrische Höhenmessung und
- die barometrische Höhenmessung.

Die Genauigkeit, mit der die Höhenaufnahmen ausgeführt werden können, ist bei den drei Verfahren sehr verschieden; sie ist am größten beim geometrischen Nivellement und am geringsten bei

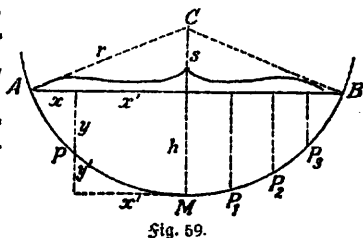


Fig. 59.

der barometrischen Höhenmessung. Dementsprechend ist auch Zeit- und Kostenaufwand beim geometrischen Nivellement am größten und bei der barometrischen Höhenmessung am niedrigsten.

In dem vorliegenden Bändchen soll nur das geometrische Nivellement behandelt werden. Die trigonometrische und barometrische Höhenmessung werden in Egerers Kartenkunde II (ANuG Bd. 612) besprochen.

1. Die Grundzüge des Nivellierens.

Das geometrische Nivellement beruht auf dem in der Fig. 60

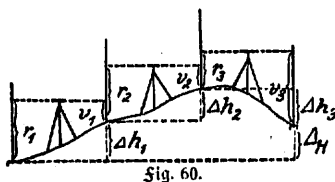


Fig. 60.

veranschaulichten Grundgedanken, nach dem der Höhenunterschied benachbarter Punkte durch wagerechtes Zielen nach lotrechten Maßstäben (Latten) bestimmt wird. Durch dieses Verfahren kann also der Höhenunterschied beliebig weit entfernter Punkte

ermittelt werden. Wie schon in der Einleitung dargetan worden ist, ist die Höhe H eines Punktes sein in der Lotlinie gemessener Abstand von der Vermessungsgrundfläche NN , die für Deutschland durch den Nullpunkt des Amsterdamer Pegels gegeben ist. Kennt man die Höhe (über NN) des Ausgangspunktes A des Nivellements, so erhält man aus ihr und den durch das Nivellement ermittelten Höhenunterschieden die Höhen der angezielten Punkte.

Das Verfahren des geometrischen Nivellements ist nur mit kurzen Zielweiten ausführbar. Denn erstens werden lange Sichten bei unebenem Gelände entweder unter dem Lattenfuß in den Erdboden schneiden oder über das obere Lattenende hinweglaufen. Außerdem würden bei langen Sichten Fehler durch die Erdkrümmung und die atmosphärische Strahlenbrechung entstehen. Die Erdkrümmung ruft bei einer Zielweite von 1000 m schon einen Fehler von 79 mm, bei einer Zielweite von 200 m einen solchen von 3 mm, bei einer Zielweite von 100 m noch einen Fehler von fast 1 mm und bei einer Zielweite von 50 m einen solchen von 0,2 mm hervor.¹⁾ Deshalb nimmt man beim geome-

1) Berechnet aus der Näherungsformel $h = \frac{e^2}{2r}$, worin e die Zielweite und r den Erdradius gleich etwa 6 380 000 m bedeutet.

trischen Nivellement die Zielweiten nicht länger als 50 m. Man hat also in Abständen von rund 100 m Wechsellpunkte, in denen die Nivellierlatte lotrecht aufgehallen wird. In der Mitte zwischen je zwei Wechsellpunkten stellt man das Nivellierinstrument auf. Man liest in ihm bei einspielender Libelle im Rückblick und Vorblick an der Latte ab und erhält jedesmal den Abstand der Visierhöhe vom Fußpunkt (Nullpunkt) der Latte, also beim Rückblick die Höhe r , beim Vorblick die Höhe v . Aus $\Delta h_1 = r_1 - v_1$ erhält man den Höhenunterschied zwischen dem Anfangspunkt und dem ersten Wechsellpunkt. Bei der folgenden Aufstellung hat man $\Delta h_2 = r_2 - v_2$ und so fort, so daß schließlich der gesamte Höhenunterschied $\Delta H = \Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 + \dots$ ist. Bei diesem Verfahren spielt also die Instrumentenhöhe keine Rolle.

Indem man beim geometrischen Nivellement eine Aufstellung an die andere reiht, kann man den Höhenunterschied von Punkten, die viele 100 km auseinander liegen, bestimmen. Der Laie befürchtet, daß durch diese Aneinanderreihung vieler Einzelbeobachtungen eine schlimme Fehleranhäufung und Ungenauigkeit eintreten würde. Das Nivellierverfahren ist aber so verfeinert worden, daß diese Befürchtung nicht zutrifft. Der mittlere Fehler der Nivellements, welche die Landesaufnahme 1873 bis 1894 auf einer Strecke von 16 000 km ausführte, betrug nach der Ausgleichung rund ± 2 mm für 1 km. Bei den neueren Arbeiten, die nach einem weiter verbesserten Verfahren ausgeführt werden, bleibt der direkte Messungsfehler sogar unter ± 1 mm. Eine ähnliche Genauigkeit wurde bei den Eisenbahnnivellements und sonstigen Feinnivellements erreicht. Selbst bei einfachen Nivellements, die mit kleinen Instrumenten ausgeführt werden, kann ein mittlerer Kilometerfehler von 1 cm bequem innegehalten werden.

Betrachten wir nun zunächst das Nivelliergerät, also das Nivellierinstrument (mit Stativ), zum Herstellen wagerechter Ziellinien und die Nivellierlatten zur Herstellung der lotrechten Linien, aus denen sich die Höhen zusammensetzen.

2. Nivellierinstrumente.

Das Nivellierinstrument besteht (abgesehen von dem Stativ) aus dem Unterbau, dem Fernrohr und der Libelle. Fernrohr und Libelle sind bereits auf S. 43 und 45 besprochen worden. Der

Unterbau setzt sich zusammen aus dem Dreifuß mit den Fußschrauben und der Vorrichtung, die das Fernrohr trägt. Diese Vorrichtung besteht in der Hauptsache aus einer Büchse, in der sich ein Zapfen um seine Achse, die Stehachse des Instruments,

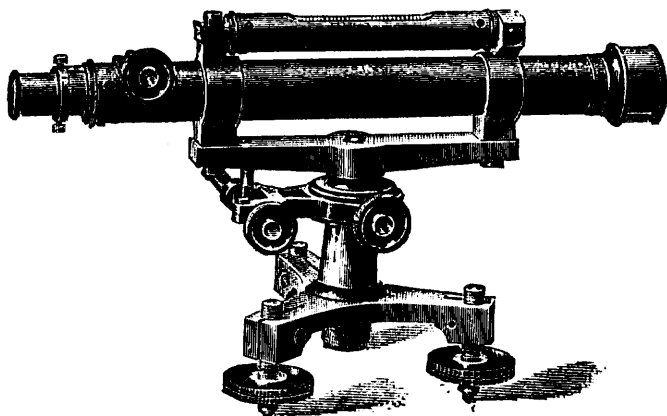


Fig. 61.

drehen läßt. Der Zapfen ist entweder unmittelbar am Fernrohr (Fig. 66) oder an dem Fernrohrträger (Fig. 61, 62 und 63) befestigt. Manche Instrumente besitzen zur Erleichterung der Aufstellung eine Dosenlibelle (Fig. 62). Beim Gebrauch wird das Fernrohr auf ein Stativ gesetzt.

Nach der Verbindung von Röhrenlibelle mit Fernrohr und von Fernrohr mit Unterbau unterscheidet man dreierlei Bauarten des Nivellierinstrumentes.

a) Das Fernrohr und die Libelle sind untereinander und mit dem Unterbau fest verbunden: norddeutsche Form des Nivellierinstrumentes oder Nivellierinstrument mit festem Fernrohr genannt (Fig. 61 und 66).

Zu dieser Art von Nivellierinstrumenten gehört auch das in Fig. 62 dargestellte Instrument (sog. Sickersche Form), bei dem das Fernrohr nebst Libelle vermittlels einer links unter dem Fernrohr sichtbaren Kippschraube etwas geneigt werden kann.

b) Die Libelle ist mit dem Fernrohr fest verbunden, dieses ist jedoch in den Fernrohrträgern um seine Längsachse drehbar. Die

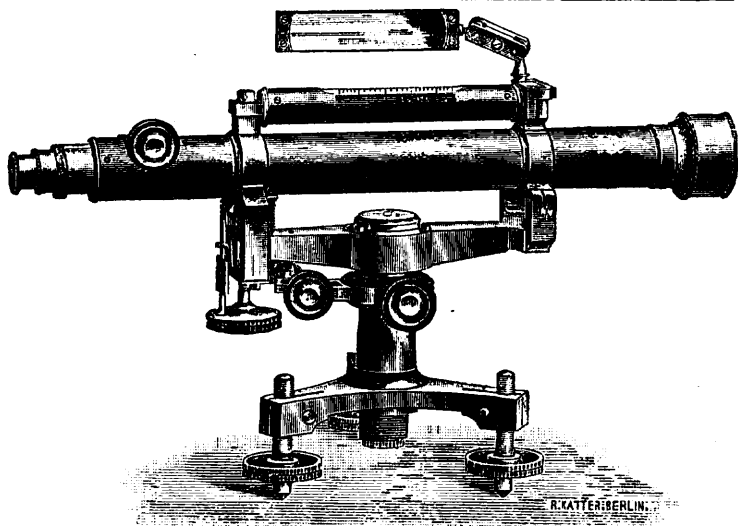


Fig. 62.

Libelle ist eine sog. Wendelibelle, deren Fassung den Libellentkörper an zwei entgegengesetzten Seiten freiläßt (S. 45), so daß man an ihr die Stellung der Luftblase ablesen kann, wenn sie sich über dem Fernrohr, und wenn sie sich unter dem Fernrohr befindet. Diese Art Instrumente nennt man Nivellierinstrumente mit drehbarem Fernrohr und Wendelibelle.

c) Die Libelle ist vom Fernrohr abnehmbar, und das Fernrohr läßt sich in den Fernrohrträgern umlegen: Nivellierinstrument mit umlegbarem Fernrohr (Fig. 63).

Bestimmend für die Güte des Nivellierinstrumentes sind die Fernrohrvergrößerung und die Empfindlichkeit (Angabe) der Libelle. Für gewöhnliche Arbeiten kommen hauptsächlich die unter a und b genannten Instrumente in Betracht, während man Instrumente mit umlegbarem Fernrohr nur bei feineren Messungen anwendet.

Schließlich sind noch die Taschen- und Freihandnivellierinstrumente zu erwähnen, die nur zu flüchtigen Messun-

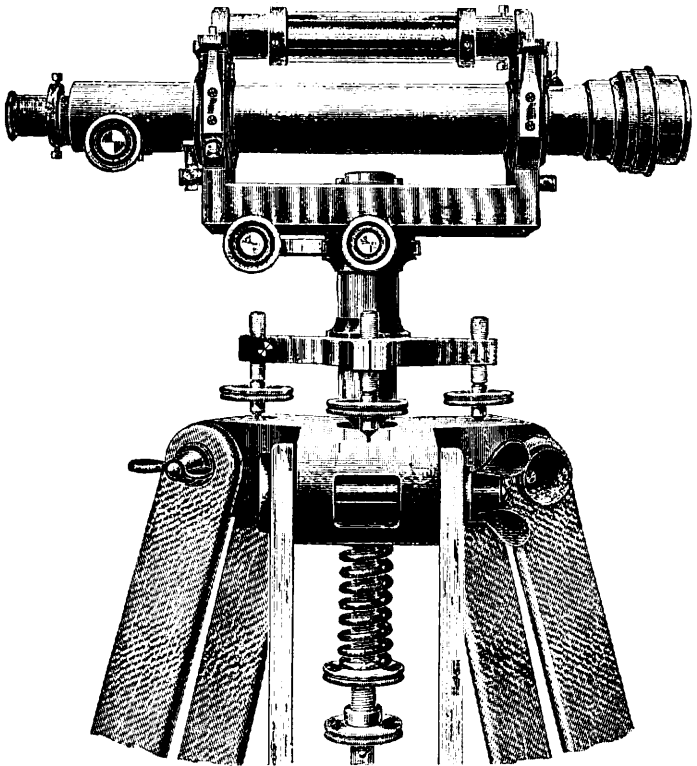


Fig. 63.

gen, genäherten Querprofilaufnahmen, zum Einwägen von Straßenhöhen gegen benachbarte Höhenpunkte usw. gebraucht werden können. Als einfachstes Nivellierinstrument sei hier zunächst die geschlossene Kanalwage genannt, bestehend aus einem zu einem geschlossenen Rechteck von 10×20 cm zusammengebogenem Glasrohr, das etwa zur Hälfte mit gefärbtem Alkohol gefüllt ist. Der Gebrauch der Kanalwage besteht darin, daß man sie mit der Hand vor das Gesicht hält und über die beiden Oberflächen der Flüssigkeit hinweg an einer in der geteilten Nivellierlatte abliest. Man kann auf diese Weise den Höhenunterschied verschie-

dener Punkte ermitteln, also ein oberflächliches Nivellement ausführen. Etwas besser sind die Kanalwagen, die auf einem Stoßstativ drehbar befestigt sind (Fig. 64). Aber auch mit solchen Kanalwagen kann man nur Arbeiten ausführen, bei denen es nicht auf größere Genauigkeit ankommt. Etwas höheren Anforderungen genügen die Taschen-nivellierinstrumente,

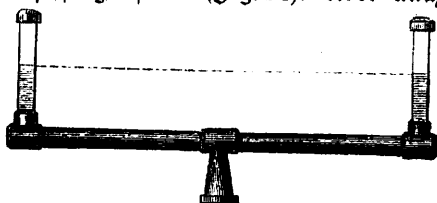
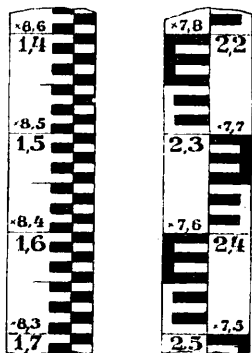


Fig. 64.

die mit einer Libelle versehen sind und entweder auf einem Stoß oder einem leichten Stativ aufgestellt werden. Damit das Instrument auch freihändig gebraucht werden kann, ist ein Spiegel angebracht, mit dessen Hilfe man im Fernrohr die Libellenblase gleichzeitig mit dem Ziel erkennen kann. Manche Instrumente haben statt des Spiegels eine Pendelvorrichtung. Aber das Anwendungsgebiet aller dieser Instrumente ist ein sehr beschränktes.

3. Nivellierlatten.

Die Nivellierlatte besteht aus Holz und ist ein 2 bis 4 m langer, geteilter Maßstab, der an den Endflächen mit Metallbeschlägen besetzt, und der zum Schutz gegen die Feuchtigkeit mit Ölfarbe gestrichen ist. Die Teilungseinheit ist das Zentimeter; Latten für Feinnivellements sind mitunter auch in halbe Zentimeter geteilt. Die Art der Teilung ist verschieden; einige übliche Arten sind in der Fig. 65 angegeben. Bei den in ihr dargestellten Latten sind zu den eigentlichen Bezifferungen noch die dekadischen Ergänzungen der Dezimalzahlen (S. 26) hinzugefügt. Der Nullpunkt der Latte befindet sich am unteren Ende, also in der Aufsatzfläche. Er könnte aber ebenso gut ein Stück höher liegen, da es sich beim geometrischen Nivellement zunächst nur darum handelt, Höhenunterschiede zu ermitteln.



Stg 65.
7*

Die Latten müssen, nachdem der „Vorblid“ genommen worden ist, auf ihrem Standpunkt gedreht werden, damit nach ihnen von dem neuen Standpunkt des Instruments aus der „Rückblid“ genommen werden kann. Um ein Einsinken der Latte beim Drehen oder eine sonstige Veränderung ihrer Höhenlage zu verhüten, wendet man schwere eiserne Untersätze, die recht fest auf den Boden gelegt werden, als Stützpunkte an. Zur Senkrechtstellung der Latte verwendet man zweckmäßig eine an ihr angeschraubte Dosenlibelle, die mit dem Schnurlot oder dem Vertikalfaden des Nivellierinstruments berichtigt werden kann. Treten beim Nivellieren sehr große Höhenunterschiede auf, wie z. B. im Gebirge, so muß man die Lattenlänge prüfen, wozu ein Normalmeter mit Strichteilung dient. Als Ursache der Längenänderung kommt hauptsächlich die Feuchtigkeit in Betracht. Die Witterungsschwankungen können bei einer 3 m-Latte Änderungen bis zu 1 mm verursachen. Für Feinnivellements hat man besondere Einrichtungen an den Latten (Strichmarken im Abstand von etwa 1 m), um die Länge täglich bequem prüfen zu können. Die Teilung der Latte geschieht mit Teilmaschinen und ist so genau, daß unregelmäßige Fehler über 0,2 mm nicht vorkommen. Die Fehler werden meist innerhalb der Grenzen $\pm 0,1$ mm bleiben.

4. Berichtigung der Nivellierinstrumente.

a) **Berichtigung der Nivellierinstrumente mit festem Fernrohr.**
 Beim Nivellierinstrument mit festem Fernrohr haben wir es mit drei Achsen zu tun: der Stehachse (untergeordnet), der Visierachse und der Libellenachse.

Das Haupterfordernis, das man an das Nivellierinstrument zu stellen hat, ist, daß die Visierachse parallel der Libellenachse ist, d. h. daß bei einspielender Libelle, also bei horizontaler Libellenachse, die Visierachse ebenfalls horizontal liegt. Daneben wird aus Bequemlichkeitsgründen noch die Nebenforderung gestellt, daß die Stehachse senkrecht zur Libellenachse steht, damit beim Drehen des Fernrohrs um die Stehachse die Libellenachse und damit auch die Visierachse horizontal bleiben.

Die Untersuchung und Berichtigung (Justierung) des Nivel-

lierinstrumentes mit festem Fernrohr ist verschieden, je nachdem ob eine Kippschraube vorhanden ist oder nicht.

Bei dem Nivellierinstrument mit festem Fernrohr ohne Kippschraube (norddeutsche Form, Fig. 61 u. 66) untersucht man zunächst: α) ob die Stehachse senkrecht zur Libellenachse ist, und sodann β), ob die Visierachse parallel zur Libellenachse ist.

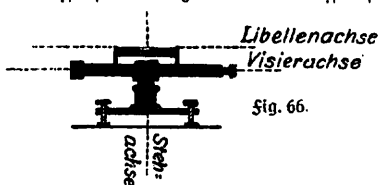


Fig. 66.

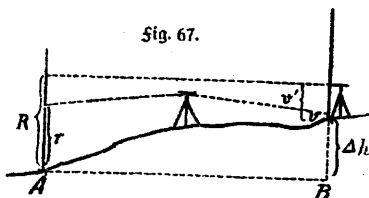


Fig. 67.

Zur Untersuchung von α) dreht man das Fernrohr so, daß die Libelle parallel zur Verbindungslinie zweier Fußschrauben liegt, und bringt sie mit diesen zum Einspielen. Dann wird das Fernrohr um 180° gedreht, und die Hälfte des sich zeigenden Ausschlages der Luftblase mittels der Libellenjustierschraube und die andere Hälfte mittels der Fußschrauben weggeschafft. Die Prüfung der Bedingung β) wird durch das sog. Nivellieren aus der Mitte vorgenommen. Stellt man sich (Fig. 67) genau in der Mitte zwischen A und B auf, so erhält man aus $r - v$ den richtigen Höhenunterschied Δh , selbst wenn die Visierachse bei lotrechter Stehachse nicht horizontal liegt. Stellt man sich sodann unmittelbar hinter B auf und mißt die Instrumentenhöhe v' (bis zur Mitte des Objektivs), so kann man die — der horizontalen Visierachse entsprechende — Sollableseung bei A berechnen aus $R = v' + \Delta h$. Auf sie stellt man das Fadenzkreuz mit der Justierschraube ein. Hat man z. B. beim Nivellieren aus der Mitte $r = 2,345$ und $v = 1,293$ erhalten, so ist der wirkliche Höhenunterschied zwischen A und B $\Delta h = r - v = 1,052$. Man stellt sich nun unmittelbar hinter B auf und mißt die Instrumenthöhe v' zu 1,432. Dann ist die Sollableseung R für A $1,432 + 1,052 = 2,484$. Auf sie stellt man das Fadenzkreuz mit den Justierschrauben ein.

Hier sei für den Gebrauch des Nivellierinstrumentes norddeutscher Form bei der Ausführung eines Nivellements noch erwähnt (was also mit seiner Justierung nichts zu tun hat), daß es nicht erforderlich ist, die Stehachse immer ganz genau lotrecht zu stellen. Es genügt, wenn man sie näherungsweise lotrecht stellt, und vor jeder Ableseung die Libelle mit einer Fußschraube zum Einspielen bringt.

Die Berichtigung des Nivellierinstrumentes der Siedlerschen Form (also mit festem Fernrohr und mit Kippschraube) ist noch einfacher. Man braucht nur in der oben unter β) beschriebenen Weise durch Nivellieren aus der Mitte die Visierachse parallel zur Libellenachse zu machen. Man stellt hier aber mit Hilfe der Kippschraube auf R ein und bringt die Röhrenlibelle mit Hilfe der Libellenjustierschraube zum Einspielen. Wie aus Fig. 62 ersichtlich, fehlen beim Fadenzkreuz des Siedler-

sehen Nivellierinstrumente die Berichtigungsschraubchen, weil sie überflüssig sind.

Bei der Ausführung eines Nivellements mit dem Sidlerschen Instrument stellt man die Stehachse mit der Dosenlibelle näherungsweise lotrecht und bringt die Libelle vor jeder Ablefung mit der Kippschraube zum Einspielen.

Um die Dosenlibelle zu berichtigen, stellt man die Stehachse genau lotrecht, indem man wie oben bei α) die Röhrenlibelle parallel zu zwei Fußschrauben bringt, einspielen läßt, dann das Fernrohr um 180° dreht und die Hälfte des Ausschlages, der sich in der Luftblase der Röhrenlibelle zeigt, mit der Kippschraube, die andere Hälfte mit den Fußschrauben beseitigt. Man bringt dann die Röhrenlibelle über die dritte Fußschraube und wiederholt die Untersuchung. Hierauf bringt man die Mitte der Luftblase der Dosenlibelle mit den Justierschraubchen auf die Mittelmarke.

Das Nivellierinstrument soll zwar vor Beginn jedes Nivellements berichtigt (justiert) werden; der Hauptfehler des Instruments (Nichteinspielen der Luftblase auf der Mittelmarke bei wagerechter Visierachse) wird aber getilgt, wenn man mit gleichen Zielweiten nivelliert, also das Instrument immer ziemlich genau in der Mitte aufstellt.

b) Berichtigung der Nivellierinstrumente mit drehbarem Fernrohr und Wendelibelle (Doppelschlifflibelle). Zu den drei unter a) genannten Achsen des Nivellierinstrumentes mit festem Fernrohr kommt hier noch eine Achse in Betracht: nämlich die Ringachse, d. i. die Achse, um die sich das Ringfernrohr beim Wälzen in seinen Lagern dreht. Bei den Instrumenten mit drehbarem Fernrohr und Doppelschlifflibelle müssen daher die folgenden zwei Hauptforderungen erfüllt sein: α) Visierachse parallel zur Fernrohrringachse und β) Visierachse parallel zur Libellenachse. Daneben kommt als untergeordnet noch die Forderung γ) Stehachse senkrecht zur Libellenachse.

Zur Untersuchung von α) zieht man bei beliebigem Stand der Libelle einen ziemlich (etwa 100 m) entfernt liegenden scharf bezeichneten Punkt an und dreht (wälzt) das Fernrohr um seine Achse vorsichtig um 180° herum. Weist der Horizontalfaden des Fadenzuges jetzt nicht mehr auf den Punkt, so ist die Hälfte des Ausschlages an den Berichtigungsschrauben des Fadenzuges und die andere Hälfte an den Fußschrauben zu beseitigen.

Zur Untersuchung der Forderung β) läßt man die Libelle in ihrer oberen Lage einspielen und liest an einer etwa 50 m entfernten Nivellierlatte ab. Dann wälzt man das Fernrohr um eine halbe Umdrehung, läßt wiederum auf der Mittelmarke einspielen und liest abermals ab. Man stellt sodann die Visierlinie mit Hilfe der Fußschraube auf das

Mittel der Ableesungen an der Nivellierlatte ein und bringt die Libellenblase mit Hilfe der Libellenjustierschraubchen auf die Mittelmarke. Voraussetzung ist hierbei, daß bei den Doppelschlifflibellen die beiden Tangenten an die Mittelmarken hinreichend parallel sind. Wie C. Müller im Kalender für Vermessungswesen und Kulturtechnik 1915 Teil III S. 35 mitteilt, haben viele Untersuchungen dargetan, daß die Tangenten parallel sind und parallel bleiben. Er hält die Doppelschlifflibelle für äußerst bequem und empfiehlt, sie noch mehr zu verwenden, als sie schon jetzt verwandt wird.

Was sodann noch die Nebenforderung γ) anlangt, so wird die Untersuchung wie bei $\alpha\alpha$) ausgeführt. Der etwaige Ausschlag ist, wenn das Instrument eine Kippschraube besitzt, halb mit dieser und halb mit den Fußschrauben zu beseitigen. Bei Instrumenten ohne Kippschraube ist meistens die Wiege, in der das Fernrohr ruht, verstellbar eingerichtet (wie in Fig. 63), oder es ist eine andere BerichtigungsVorrichtung vorgesehen. Wenn man aber bei der Untersuchung γ) die Stehachse annähernd senkrecht zur Libellenachse stehend findet, so genügt das, weil man doch bei jeder Visur die Libelle einspielen läßt.

c) Berichtigung der Nivellierinstrumente mit umlegbarem Fernrohr und Reiterlibelle (Fig. 63). Hier sind die beiden Hauptforderungen zu stellen: α) Libellenachse parallel zur FernrohrRingachse und β) Visierachse parallel zur Ringachse. Daneben soll γ) die Stehachse senkrecht zur Libellenachse stehen, was aber von untergeordneter Bedeutung ist.

Zur Untersuchung von α) macht man die Libellenachse parallel zu dem Libellenfuß, indem man die Reiterlibelle einspielen läßt und umsetzt, d. h. ihre Enden vertauscht. Der Ausschlag wird halb an den Libellenjustierschraubchen und halb an den Fußschrauben beseitigt. Sodann stellt man noch fest, ob die beiden Lagerringe des Fernrohrs gleich dick sind. Zu diesem Zwecke läßt man die Reiterlibelle scharf einspielen und legt das Fernrohr um, indem man die Libelle abnimmt, das Fernrohr aus den Lagern heraushebt und umlegt, die Libelle aber, ohne ihre Enden zu vertauschen, wieder aufsetzt. (Dasjenige Ende der Libelle, das also vorher dem Okular zugewandt war, ist nunmehr dem Objektiv zugewandt.) Zeigt sich ein Ausschlag der Libelle, so liegt er in der ungleichmäßigen Dike der Lagerringe. Bei manchen Instrumenten kann man die Dike verändern; besitzt das Instrument solche Vorrichtungen nicht, so muß der Mechaniker die Ringe entsprechend abdrehen.

Die Untersuchung zu β) führt man aus wie die bei $b\alpha$). Für die Untersuchung zu γ) gilt das gleiche wie bei $b\gamma$).

Auch bei den unter b und c genannten Nivellierinstrumenten wird der Einfluß des Hauptinstrumentalfehlers (Nichteinspielen der Libelle auf der Mittelmarke bei wagrechter Visierachse) durch Nivellieren mit gleichen Zielweiten in jedem Stande getilgt.

5. Nivellieren mit Meßproben.

Sehr wichtig ist es bei den vielen Ableisungen des geometrischen Nivellements, daß man sich gegen Ablesefehler schützt. Dazu kann die dekadische Bezifferung der Latten benutzt werden, indem man bei jedem Blick an beiden Bezifferungen abliest. Übrigens kann man die dekadischen Ergänzungen auch dann ablesen, wenn die dekadische Bezifferung fehlt; man gewöhnt sich bald daran, die dekadische Bezifferung hinzuzudenken. Ein anderes Mittel gegen Ablesefehler bieten die Doglerschen Wendelatten, die auf beiden Seiten geteilt sind, deren Teilung auf der zweiten Seite aber mit einem unrunder Maß 3,035 m beginnt. Man liest nun jedesmal auf beiden Seiten der Latte ab und prüft, ob die Ableisungen um 3,035 m voneinander abweichen. Besitzt man keine Wendelatte, so kann man sich auch durch doppelte Wechsellpunkte eine Sicherung verschaffen. Man benützt dann statt nur eines Wechsellpunktes je zwei dicht beieinander, aber in verschiedener Höhe gewählte Wechsellpunkte. Eine noch größere Sicherheit als die oben erwähnten bieten die folgenden, da sie auch die sonstigen Nivellementsfehler aufdecken:

- a) Vollständige Wiederholung der Aufnahme in entgegengesetzter Reihenfolge und mit ganz neuen Aufstellungen.
- b) Man schließt den Nivellierzug, indem man wieder zum Ausgangspunkt zurückkehrt, zu einer Schleife.
- c) Man schließt den Nivellierzug am Anfang und am Ende an Höhenmarken an, die in einem Feinnivellement eingewogen sind.

6. Ausführung von Festpunktnivellements.

Hat man eine größere Horizontalaufnahme zu machen, so bestimmt man, wie wir auf S. 66 gesehen haben, zunächst einige Punkte auf trigonometrischem Wege, legt dazwischen ein Netz von Polygonzügen und bindet in dieses das Netz von Kleinlinien für die Aufnahme der Einzelheiten ein. In ähnlicher Weise arbeitet man auch bei geometrischen Nivellements größeren Umfanges vom Großen ins Kleine, d. h. man bestimmt zunächst durch ein Feinnivellement möglichst genau die Höhenlage einer Reihe von Festpunkten im Abstände von 1 bis 2 km. Diese Festpunkte

vermarktet man durch Nivellementsbolzen in Mauern von Gebäuden oder in besonders zu diesem Zweck aufgestellten Steinen. Der eigentliche Höhenpunkt (die Höhenmarke) wird durch den höchsten Punkt der kugelförmigen Fläche des Bolzens gebildet. Will man ihn benutzen, so setzt man die Nivellierlatte auf den Bolzen auf. So wie die Landesaufnahme für die Horizontalaufnahmen ein Netz von Dreieckspunkten gelegt und deren Koordinaten bestimmt hat, hat sie auch für die Höhenaufnahmen durch ein Netz von Nivellementszielen, welche hauptsächlich auf den Landstraßen liegen, eine große Zahl von Festpunkten geschaffen und ihre Höhe durch ein Feinnivellement bestimmt. In den nivellementierten Strecken stehen rund alle 2 km Bolzensteine (NB = Nivellementsbolzen), etwa alle 5 km Mauerbolzen (MB) und etwa alle 10 km (in Ortschaften an festen Gebäuden, namentlich Kirchen) Höhenmarken (HM). Derartige Festpunkte gibt es im Deutschen Reich — ohne Bayern, Sachsen, Württemberg — 12800, also auf je 34 qkm einen Festpunkt. Die Länge der Nivellementszüge beträgt zusammengenommen etwa 16 000 km. Dazu kommt, daß auch die Höhen vieler Dreieckspunkte durch Anschluß an das Nivellementsnetz genau ermittelt worden ist, und daß wir noch viele Festpunkte von anderen Nivellements haben. Als solche kommen vor allen Dingen die Hauptnivellements, die das preußische Ministerium der öffentlichen Arbeiten an den Wasserstraßen des preußischen Staates und der angrenzenden Landesteile ausgeführt hat, ferner die Eisenbahnnivellements und die Stadtnivellements in Betracht.

Selbstverständlich zeigen sich bei dem Abschluß der Feinnivellements infolge der unvermeidlichen Messungsfehler (unvermeidlichen Ablesefehler und unbemerkten Libellenneigungen) Widersprüche, die durch eine Ausgleichung des ganzen Netzes beseitigt werden müssen, und zwar werden Nivellementsnetze gewöhnlich nach dem Verfahren der bedingten Beobachtungen ausgeglichen. Siehe hierüber Hegemann, Ausgleichungsrechnung (AMuG Bd. 609).

Für Feinnivellements werden große (gewöhnlich mit umlegbarem Fernrohr versehene) Instrumente mit 30- bis 45facher Fernrohrvergrößerung und einer Libellenempfindlichkeit von

3 bis 10 Sekunden verwendet. Als Nivellierlatten dienen 3 m lange Latten, die besonders genau geteilt sind, und zwar meistens auf 0,5 cm. Ihre Längenausdehnung wird täglich mit einem Kontrollmeter bestimmt. Das Instrument wird ebenfalls täglich vor Beginn der Messung untersucht und berichtigt. Außerdem wird aber noch zur Tilgung aller Fehler immer aus der Mitte nivelliert. Als Zielweite nimmt man höchstens 50 m.

Nach einer Bestimmung des Zentraldirektoriums der Vermessungen im preußischen Staate vom 12. Januar 1895 sind die Höhen bei jedem im Auftrage oder unter Leitung einer Staatsbehörde neu auszuführenden Nivellement, welches eine zusammenhängende Länge von 10 km oder mehr umfaßt, auf NN (Normalnull) zu beziehen. (Über Normalnull siehe S. 11). Zu diesem Zwecke sind die betreffenden Nivellements an einen oder mehrere Festpunkte des Feinnivellements anzuschließen. Jedes Nivellement, dem ein dauernder Wert beigegeben werden soll, ist mit zuverlässigen Festpunkten zu versehen, deren Abstand in der Regel 2 km nicht überschreiten darf. Ein Festpunktsnivellement gilt als gut, wenn der mittlere Fehler nicht mehr als 3 mm auf 1 km Länge, und noch als brauchbar, wenn er nicht mehr als 5 mm auf 1 km beträgt. (Für die gewöhnlichen Nivellements sind Fehlergrenzen im § 30 des Landmesserreglements von 1871 enthalten, die so weit sind, daß sie auch bei Anwendung kleiner Nivellierinstrumente leicht innegehalten werden können. Die Fehlergrenze läßt sich näherungsweise aus $28\sqrt{n}$ mm berechnen, worin n die Länge der Linie in km bedeutet; also es sind z. B. auf 1 km 28 mm, auf 4 km 56 mm erlaubt.)

7. Aufnahme von Längen- und Querprofilen.

Unter einem Längenprofil versteht man einen Vertikalschnitt der Erdoberfläche längs einer bestimmten Linie (Trace, Achse). Die kurzen Vertikalschnitte, die man quer zu dem Längenprofil legt, nennt man Querprofile. Besteht die Aufgabe, für den Bau von Eisenbahnen, Straßen, Kanälen usw. Längen- und Querprofile aufzunehmen, so steckt man zunächst die Längsachse ab, die meistens einen Polygonzug bildet. Diese Achse wird durch Horizontalmessung so aufgenommen, daß sie in die vor-

handene Karte (Katasterkarte) eingetragen werden kann. Sodann wird die Achse stationiert, d. h. in Abstände von 100 m eingeteilt. Außerdem werden die Punkte bestimmt, an denen Querprofile genommen werden sollen, und diejenigen, an denen die Längsachse einen Gefällwechsel hat. Die Querprofile bilden die Grundlage für die Erdmassenberechnung. Man legt sie daher insbesondere dort, wo die Höhenlage des Geländes in der Querichtung zur Längsachse eine Änderung erleidet. Für alle Punkte des Querprofils, die eingewogen werden sollen, werden die Horizontalabstände von der Längsachse aus ermittelt. Alle einzuwiegenden Punkte im Längen- und Querprofil bezeichnet man durch kleine Holzpfähle. Man schreitet alsdann zum eigentlichen Nivellement und zwar zunächst zum Anschluß an die nächstgelegene gegebene Höhenmarke. Kann man das Nivellement auch auf einer Höhenmarke abschließen, so genügt die einmalige Aufnahme des Längenprofils, andernfalls muß sie wiederholt werden. Als Wechsellpunkte dienen die Stationspunkte; nach ihnen werden also die Rückblicke und Vorblicke genommen.

Nr.	Strecke m	Zielhöhen			Unterschiede		Höhe	Bemerkungen
		rückwärts	Zwischenpunkte und festwärts	vorwärts	steigt	fällt		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		2,471					81,474	Festpunkt
1		1,468		0,755	1,716		83,190	
2		1,350		0,846	0,622		83,812	
	32		1,246		0,104		83,916	
3		0,437		1,974		0,728	83,188	
	55 a		1,340			0,903	82,285	
	b		1,350			0,010	82,275	
	c		1,950			0,600	81,675	
	d		2,000			0,050	81,625	
	e		1,790		0,210		81,835	
4		1,323		1,756	0,034		81,869	
5				1,656		0,333	81,536	
		7,049		6,987	2,686	2,624	+ 0,062	
		steigt 0,062		0,062				

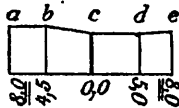


Fig. 68.

Über die Ergebnisse der Einwägungen wird Buch geführt, und zwar verwendet man in der Regel vorstehenden Vordruck, in dem in der 1. Spalte die Stationen (Wechselfunkte) und in der 2. Spalte die Abstände der Zwischenpunkte von der vorhergehenden Station sowie die einzelnen Punkte der Querprofile angegeben werden. Der Abstand dieser Punkte von der Achse des Längenprofils wird in der Spalte „Bemerkungen“ am besten in einer Skizze nachgewiesen. Die Einwägung beginnt mit dem Rückblick nach 0: 2,471. Sodann wird bei dem Vorblick nach 1 an der Latte 0,755 abgelesen. Hierauf wechselt man die Stellung und liest beim Rückblick nach 1: 1,468, beim Vorblick nach 2: 0,846 ab usw. In die Spalten 3 und 5 kommen nur die Ablefungen für die Wechselfunkte. Alle übrigen Ablefungen, also die für die Zwischenpunkte und Querprofile kommen in die Spalte 4.

Einfacher gestaltet sich die Führung des Feldbuchs nach dem folgenden Vordruck unter Anwendung dekadischer Ergänzungen. Die

Nr.	Strecke	Rückblick	Vorblick	Steigt	Höhe
0		2,471			81,474
1		1,468	×9,245	1,716	83,190
2		1,350	×9,154	0,622	83,812
	32	(1,246)	×8,754	0,104	83,916
3		0,437	×8,026	×9,272	83,188
	55 a	(1,340)	×8,660	×9,097	82,285
	b	(1,350)	×8,650	×9,990	82,275
	c	(1,950)	×8,050	×9,400	81,675
	d	(2,000)	×8,000	×9,950	81,625
	e	(1,790)	×8,210	0,210	81,835
4		1,323	×8,244	0,034	81,869
5			×8,344	×9,667	81,536
		16,725	×93,337	0,062	0,062
		0,062			

Vorblücke werden sofort in der dekadischen Ergänzung abgelesen; ebenso die Ablefungen der Zwischen- und Seitenpunkte, die man aber nicht nur als Vorblücke, sondern auch noch (und zwar nicht dekadisch, sondern nach ihrer richtigen Ablefung) als Rückblücke einträgt. Hierdurch ist man in der Lage, ihr Steigen und Fallen ebenso zu ermitteln wie das der Wechselfunkte. Zum Unterschied von den Wechselfunkten werden die Rückblücke der Zwischenpunkte eingeklammert.

Das Nivellement der Querprofile erfolgt entweder im Zusammenhange mit dem des Längenprofils oder auch von ihm getrennt,

d. h. mit besonderer Aufstellung des Instrumentes. Es genügt hierbei Ablefung auf Zentimeter, zumal ja die Latte hier auch nicht — wie bei den Wechelpunkten — auf eine Fußplatte, sondern unmittelbar auf den Erdboden aufgesetzt wird. An steilen Abhängen benutzt man für Querprofile oft die Seßlatte mit Libelle, d. h. man ermittelt die Höhenunterschiede durch Staffelnung. Die Seßlatte ist eine etwa 3 m lange hölzerne Latte, die man mit einer Libelle horizontal legt. An demjenigen Ende der Latte, das die Erde nicht berührt, hält man einen Maßstab senkrecht an und liest an ihm das Gefälle ab; alsdann legt man die Seßlatte an den Fuß dieses Maßstabes und wiederholt das Verfahren. Querprofile von größeren Bächen

oder Flüssen nimmt man, indem man eine in Öl gesottene Peilleine quer über den Fluß spannt. Auf der Leine sind die Entfernungen vom Anfangspunkt in Zwischenräumen von — je nach Bedarf — 1 bis 5 m durch Lederstreifen bezeichnet. Zur Messung der Wassertiefen verwendet man eine runde in dm geteilte Peilstange.

Die Fig. 69 stellt das auf Grund des obigen Feldbuchs entworfene Längenprofil dar und zwar so, als wenn alle Punkte in einer Vertikalebene wären, also ohne Rücksicht auf Brechungen der Längsachse. Für die Höhen und Längen verwendet man verschiedene Maßstäbe und zwar den Maßstab für die Höhen 10 oder 20 mal größer als denjenigen für die Längen, damit die Höhenunterschiede deutlicher hervortreten. Werden also die Längen im Maßstabe 1 : 2000 aufgetragen, so zeichnet man die Höhen im Maßstabe 1 : 200 oder 1 : 100. Außerdem verkürzt man bei großen Höhen die Zahlen um ein rundes Maß; in der Figur ist dies um 75 m erfolgt, d. h. es ist angenommen worden, daß die Grundlinie 75 m über NN läge. Die Querprofile werden in großem Maßstabe aufgetragen (1 : 100

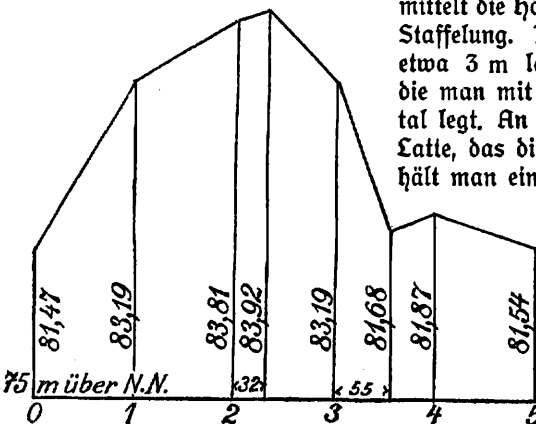


Fig. 69.

oder Flüssen nimmt man, indem man eine in Öl gesottene Peilleine quer über den Fluß spannt. Auf der Leine sind die Entfernungen vom Anfangspunkt in Zwischenräumen von — je nach Bedarf — 1 bis 5 m durch Lederstreifen bezeichnet. Zur Messung der Wassertiefen verwendet man eine runde in dm geteilte Peilstange.

Die Fig. 69 stellt das auf Grund des obigen Feldbuchs entworfene Längenprofil dar und zwar so, als wenn alle Punkte in einer Vertikalebene wären, also ohne Rücksicht auf Brechungen der Längsachse. Für die Höhen und Längen verwendet man verschiedene Maßstäbe und zwar den Maßstab für die Höhen 10 oder 20 mal größer als denjenigen für die Längen, damit die Höhenunterschiede deutlicher hervortreten. Werden also die Längen im Maßstabe 1 : 2000 aufgetragen, so zeichnet man die Höhen im Maßstabe 1 : 200 oder 1 : 100. Außerdem verkürzt man bei großen Höhen die Zahlen um ein rundes Maß; in der Figur ist dies um 75 m erfolgt, d. h. es ist angenommen worden, daß die Grundlinie 75 m über NN läge. Die Querprofile werden in großem Maßstabe aufgetragen (1 : 100

oder 1:200) und zwar in einem für Längen und Höhen gleichen Maßstabe. Man verwendet für sie zweckmäßig sog. Millimeterpapier.

In das Längen- und Querprofil wird alsdann der Bauentwurf eingetragen und danach die Erdmassenberechnung vorgenommen. Diese erfolgt in der Weise, daß man für jedes Querprofil die Fläche F des Auf- oder Abtrags berechnet und die Flächen je zweier benachbarter Querprofile mit dem Abstand l multipliziert und dann durch 2 dividiert, also $V = \frac{F + F'}{2} \cdot l$.

(V bedeutet den zwischen zwei nächstliegenden Querprofilen befindlichen Masseninhalt, F und F_1 den Flächeninhalt der zwei Profile und l die Entfernung zwischen ihnen.) Die Formel gibt nur Näherungsergebnisse. Genauer ist die Prismatoidformel $V = \frac{h}{6} (F_1 + 4F_0 + F_2)$ und

für Wegerampen die Formel $V = \frac{3b + 2hn \left(1 - \frac{n}{m}\right)}{3} (m - n) \frac{h_2}{2}$. (F_0

bedeutet mittleres Profil, b Breite, h Höhe, $1:m$ Neigung der Rampe, $1:n$ Neigung der Böschung.) Siehe Erdbau im Kalender für Vermessungswesen und Kulturtechnik 1915 Teil IV S. 11 von Oberbaurat E. Canz.

8. Flächennivellements und Höhenschichtlinien.

Längen- und Querprofile nimmt man dann, wenn die einzuwägende Fläche lang und schmal ist, also bei Straßenbauten usw. Ist aber die Fläche ungefähr ebenso breit wie lang, so wählt man ein anderes Nivellierungsverfahren: das Flächennivellement. Ein solches ist z. B. auszuführen, wenn Plätze (Exerzierplätze, Kirchhöfe) geebnet oder wenn Ackerflächen durch Drainage oder offene Gräben entwässert werden sollen. Die Grundlage für Flächennivellements bilden in der Regel Abzeichnungen der Katasterkarte. Die örtliche Aufnahme beginnt damit, daß man über die Fläche einen quadratischen Rost absteckt, dessen Seiten je nach dem Zweck eine Länge von 10, 20 oder 50 m haben. Die Quadratnetzepunkte bezeichnet man durch Pfähle. Man führt alsdann noch so viele Horizontal-Anschlußmessungen aus, daß man das Quadratnetz in die vorhandene Karte (Katasterkarte) eintragen kann. Die Höhenaufnahme besteht nun darin, daß man zunächst ein genaues Anschlußnivellement an den nächstgelegenen Festpunkt ausführt, um die Höhen

auf NN beziehen zu können, und alsdann alle Quadratnetzpunkte einwägt. Hierbei braucht man nur auf Zentimeter abzulesen, zumal man ja die Latte unmittelbar auf den Boden (ohne Fußplatte) aufsetzt. Nur bei den Wechsellpunkten, die man zum Übergang von einer Instrumentenaufstellung zur andern braucht, muß man genauer ablesen, um Fehleranhäufungen zu vermeiden. Man schließt sodann das Nivellement wieder auf einem Festpunkt ab und erhält dadurch eine Meßprobe für die Wechsellpunkte, nicht aber für die Zwischenpunkte. Es ist daher eine Wiederholung der Einwägung empfehlenswert. Um später bei der Ausführung des Baues die Höhen leicht und genau abstecken zu können, ist es zweckmäßig, in dem Gelände einige Festpunkte zu schaffen. Als solche verwendet man die Nummersteine an den Straßen, Sockel von Häusern usw.

Zur Ausführung des Flächennivellements benutzt man ein nicht zu kleines Nivellierinstrument, so daß man auch auf lange Zielweiten (bis 300 m) ablesen kann. Die Nivellierlatte muß eine Länge von 4 m haben.

Man kann sich beim Flächennivellement auf die Einwägung der Quadratnetzpunkte beschränken, wenn die einzelnen Quadrate windschiefe Vierecke bilden. Sehr oft liegen aber die charakteristischen Geländepunkte, d. h. die Punkte, in denen das Gefälle sich ändert, nicht in den Quadratnetzpunkten, sondern innerhalb der Quadrate. Diese Punkte oder vielmehr Linien müssen alsdann von den Quadratnetzseiten aus eingemessen und in das Nivellement eingeschlossen werden. Hierin und zwar besonders in der Horizontalaufnahme dieser Punkte liegt beim Flächennivellement eine große Mehrarbeit. Kommen daher viele solche Punkte vor, was insbesondere bei stark hügeligem Gelände der Fall ist, so eignet sich für die Aufnahme besser das tachymetrische Verfahren, das in Egerer, Kartenkunde II (ANUG Bd. 612) beschrieben wird. Man kann das Flächennivellement überhaupt als eine vereinfachte Tachymetrie betrachten.

Die Ausarbeitung des Flächennivellements besteht in der Ausrechnung der Höhen für alle eingewogenen Punkte, in der Eintragung der Horizontalaufnahmen (des Quadratnetzes usw.) in die vorhandene Karte und in dem Einschreiben der Höhenzahlen. Damit hat man aber noch kein anschauliches Bild von der Ober-

flächengestaltung. Das erhält man erst durch das Einzeichnen der Höhengschichtlinien (auch Höhenturven, Niveaueturven, Horizontalturven oder Isohypsen genannt). Sie verbinden die Geländepunkte gleicher Höhe, sind also Schnittlinien des Geländes mit Horizontalebene von bestimmter Höhe (Höhenschichten). Der Geograph Baache verwandte im Jahre 1752 zum ersten Male Höhengschichtlinien, um die Tiefen des Kanals darzustellen. 1771 schlug der französische Privatgelehrte Du Carla dieses Verfahren auch für die Wiedergabe der Höhen in Landkarten vor. Seit dieser Zeit wurde es sehr viel angewendet. Besonders bekannt ist es dadurch geworden, daß die Meßtischblätter (1:25 000) die Höhen durch Höhengschichtlinien darstellen. Siehe auch Egerer, Kartenkunde I (ANUG Bd. 611). Die Höhenabstände der Höhengschichtlinien sind verschieden, je nach der Stärke des Gefälles, dem Maßstab der Karte und dem Zweck, dem sie dienen sollen. Sie werden in Höhenabständen von 10, 5, 2,5, 1,25, 1,00, 0,5 oder 0,1 m gezeichnet. Um die Höhengschichtlinien zu erhalten, trägt man die Höhen aller Punkte in die Karte ein und berechnet in den Quadratnetzeiten usw. die Punkte, in denen sich die Höhengschichtlinien mit den Seiten schneiden. Die erhaltenen Punkte werden nicht geradlinig miteinander verbunden, sondern man rundet sie ab. Zur Ermittlung der Schnittpunkte der Höhengschichtlinien mit den Seiten gibt es mechanische Hilfsmittel, darunter den Schichtenfinder von Hamann in Friedenau. Die Schichtenlinien werden der Natur nur dann entsprechen, wenn die Höhen einer genügend großen Anzahl von Punkten bestimmt sind. Die Punktzahl hängt aber insbesondere vom Maßstabe der Karte, von den Bodenneigungen und den Bodenformen ab.

Quellennachweis.

- Abendroth, Die Praxis des Vermessungsingenieurs, Berlin 1912, Paul Parey.
- Baule, Lehrbuch der Vermessungskunde, Leipzig 1901, B. G. Teubner.
- Doll und Nestle, Lehrbuch der praktischen Geometrie, Leipzig 1905, B. G. Teubner.
- Eggert, Einführung in die Geodäsie, Leipzig 1907, B. G. Teubner.
- Gauß, F. G., Die trigonometrischen und polygonometrischen Rechnungen in der Feldmestkunst, Halle a. S. 1893, Eugen Strien.
- Ders., Die Teilung der Grundstücke, Berlin 1904. R. v. Deder.
- Hohenner, Geodäsie, Leipzig 1910, B. G. Teubner.
- Jordan, Handbuch der Vermessungskunde Bd. II, Stuttgart 1908, J. B. Metzler.
- Jordan-Steppes, Das deutsche Vermessungswesen, Stuttgart 1882, Konrad Wittwer.
- Kalender für Vermessungskunde und Kulturtechnik, Stuttgart 1915, Konrad Wittwer. Aus Teil III: Instrumentenkunde von Professor C. Müller. Flächenberechnung, Flächenenteilung und Grenzregelung von demselben. Punktbestimmung durch Theodolitziüge von demselben. Trigonometrische Punktbestimmung von Dr. Samuel. Absteckungsarbeiten von Prof. C. Müller. Nivellieren von Prof. Dr. Vogler.
- Reinhertz, Geodäsie, Berlin 1912, G. J. Göschen.
- Vogler, Lehrbuch der praktischen Geometrie, Braunschweig 1885 u. 1894, Vieweg.
- Vermessungsanweisung (Preussische) VIII und IX vom 25. Oktober 1881.
- Volquards, Feldmessen und Nivellieren, Leipzig 1913, B. G. Teubner.
- Werkmeister, Vermessungskunde, Bd. 1 und 2, Berlin 1915 bzw. 1916, G. J. Göschen.

Alphabetisches Sach- und Namensverzeichnis.

(Die Zahlen bedeuten die Seite.)

- Ablesefehler 55
 Ablesemikroskop 46
 Ablesevorrichtungen am
 Theodolit 46
 Abrisse 72
 Abzisse s. Koordinaten
 Abstecken langer Linien 89
 — von Kreisbogen 90
 — rechter Winkel 18
 Absteckungsarbeiten 89
 Abtrag 110
 Alhidade 41, 50
 Amslers Polarplanimeter
 31
 Amsterdamer Pegel 11
 Angabe der Libelle 45
 — des Nonius 47
 Anschluß an die Landes-
 vermessung 59, 68, 106
 — der Polygonzüge 84
 Anschlußnivelement 106,
 110
 Astronomisches Fernrohr
 43
 Auffinden grober Fehler
 63
 Auftrag 110
 Ausgleichung 8, 15, 26,
 58, 59, 71, 83, 105
 — einer Grenze 38
 Azimut s. Neigungswinkel
- Basismessung 67, 68, 69
 Begrabigung von Gren-
 zen 31, 38
 Beobachtungsfehler 13, 15
 Berichtigung des Nivel-
 lierungsinstruments 100
 — des Theodolits 48
 Bindepunkte 24
 Bogenschnitt 23, 27
- Bogen und Winkel 77
 Bolzen 105
 Brechung der Licht-
 strahlen 19, 94
 Collinscher Hilfspunkt 80
 Dekadische Ergänzungen
 26, 104, 108
 Doppelschlifflibellen 45,
 97, 102
 Dosenlibellen 45, 46, 102
 Dreieckskette 66
 Dreiecksnetz 66
 Dreieckspunkte 66
 Einschnneiden 73 f., 79
 Einzelberechnung 88
 Eisenbahnnivelements
 105
 Empfindlichkeit der Li-
 belle 45
 Entfernung, unzugäng-
 liche 18, 74
 Entwicklung der Geodä-
 sie 5
 Erdkrümmung 67, 94
 Erdmassenberechnung 110
 Ergänzungen, Dekadische
 26
 Erkundung des Geländes
 67
 Exzentrische Winkelmes-
 sung 74, 76
 Exzentrizität der Alhi-
 dade 50
 — — Differachse 50
 Fadentkreuz 44
 Fehler 12, 48, 104
 Fehlerausgleichung 8, 15,
 25, 58, 59, 71, 83, 105
 Fehlergrenzen 14, 58, 106
- Fehlertheorie 8
 Feinbewegung 43
 Feinnivellement 104
 Fernrohr 43
 Fernrohrtippachse 41
 Fernrohrlager 49
 Fernrohrringachse 102
 Festpunktnivellement
 104
 Finden grober Fehler 63
 Flächenaustausch 38
 Flächeninhalte 28, 88
 Flächennivelements 110
 Flintglas 43
- Gauß, C. S. 7, 16
 —, S. G. 8, 74
 Gaußsche Flächenformel
 29
 Gebrauchsnormal 7
 Genauigkeit der Basis-
 messungen 70
 — — Kreisteilung 52
 — — Teilung der Ni-
 vellierlatten 100
 — — Triangulation 72
 — — Winkelmessung 55,
 71
 Geographische Koordi-
 naten 10, 67
 Geoid 11, 70
 Geschichtlicher Rückblick 5
 Gewichte bei der Knoten-
 punktsberechnung 65
 Graphische Flächenberech-
 nung 31
 Grenzausgleichung 38
 Grenzbegrabigung 38
 Grobe Fehler 12, 63
 Grundlinie 67 f.
 Grundstücksteilung 33

- Hansens Problem 82
 Hauptnivelements 104
 Hauptnormal 7
 Heliotrop 53, 71
 Hindernisse beim Längen-
 messen 18
 Höhenmarken 105
 Höhengichtlinien 112
 Höhe und Höhenfuß-
 punkt 23
 Horizontalkurven 112
 Horizontalprojektion 17,
 70
 Horizontalwinkel 41
 Hyperbelftafel 31

 Invardröhre 70
 Iohannsen 112
 Justierung des Nivellier-
 instruments 100
 — — Theodolits 48

 Kanalwage 99
 Kartenblattseinteilung 85
 Kartierung 85
 Kartierungsinstrument
 86
 Kippachse des Fernrohrs
 41, 48
 Kippachsenfehler 48
 Kippschraube 96, 101 f.
 Kleinpunkte 24
 Kleintriangulation 73
 Kloths Hyperbelftafel 31
 Knotenpunkte 65
 Kollimationsfehler 48
 Kompensationsplanime-
 ter 32
 Konforme Projektion 72
 Konstante Fehler 12
 Kontrollmaße 22
 Koordinaten 10, 21, 56, 60
 — der Dreieckspunkte
 67 f.
 — — Kleinpunkte 24
 — — Polygonpunkte 56
 Koordinatensystem 73
 Koordinatograph 86
- Kreisbogenabsteckung 90
 Kreisteilmaschine 52
 Kronglas 43
 Krümmung der Erdober-
 fläche 67, 94
 Kurvenabsteckung 90

 Landeshorizont 11
 Landestriangulation 66,
 68
 Landesvermessungen 8,
 105
 Längeneinheit 7
 Längenmeßwerkzeuge 16
 Längenprofil 106
 Latten 16, 99
 Legendre 16
 Libellen 45
 Libellenachse 45, 48, 100 f.
 Lichtstrahlenreflexion 19
 Limbus 40
 Linsen 43
 Lotstab 21

 Magnetnadel 60
 Massenberechnung 88
 Masseninhalte 110
 Maßstab der Karte 85
 Mauerbolzen 105
 Messung der Winkel 51
 Messungszahlen, Flächen-
 berechnung aus — 28
 Meßband 16
 Meßlatten 16
 Meßproben, Nivellieren
 mit — 104
 Meter 7
 Methode der kleinsten
 Quadrate 8, 15, 71, 83
 Mikrometerschrauben am
 Theodolit 43
 Mikroskop 48
 Mißweisung 60
 Mittagslinie, Bestim-
 mung der — 60
 Mittelbare Messung von
 Längen 18, 74, 84
- Mönkemöllers Schiebe-
 planimeter 31

 Nebenzielpunkt 78
 Neigungsmesser 17
 Neigungswinkel 56
 Neue Grenzen 33
 Neunerprobe 29
 Neupunkte 73
 Nidelfstahl 70
 Niveaurkurven 112
 Nivelementsbolzen 105
 Nivellimentsreihe 105
 Nivellieren 94 f.
 Nivellierinstrumente 95
 Nivellierlatten 99
 Nonius 31, 41, 47
 Norddeutsches Nivellier-
 instrument 96
 Normalhöhenpunkt 11
 Normal-Null 11, 106
 Normalmeter 7
 Nullpunkt 11

 Objektiv 43
 Okular 43
 Optische Achse des Nivel-
 lierinstrumentes 100 f.
 — — — Theodolits 41 f.
 Ordinate s. Koordinaten

 Pantograph 87
 Parallaxe 44
 Parallelteilung 33
 Peilleine 109
 Peilstange 109
 Perpendikel 18 f.
 Planimeter 31
 Planimeterharfe 31
 Polarplanimeter 32
 Polygone (geschlossene) 55
 Polygonmessungen 55
 Polygonzüge 55, 62
 —, Anschluß der 84
 Prisma 19
 Prismatoidformel 110
 Projektion auf den Hori-
 zont 17, 70