

M Ü L L E R · D E L I T Z S C H

# Grundlagen der Grundwasser- gewinnung



FACHBUCHVERLAG GMBH · LEIPZIG

MÜLLER-DEELITZSCH GRUNDLAGEN DER GRUNDWASSERGEWINNUNG

Dr. G. Müller-Delitzsch  
Rostock

Horst Löffler  
Spelcherstraße 89  
19055 Schwerin

*[Handwritten signature]*

# Grundlagen der Grundwassergewinnung

Von

**Dr. G. Müller-Delitzsch**

Beratender Ingenieur, Naumburg/Saale

*16 Abbildungen*



FACHBUCHVERLAG GMBH · LEIPZIG 1951

## Vorwort

Die Technik der Wasserversorgungsanlagen und der Wasseraufbereitung hat, der Forschung folgend, einen hohen Stand erreicht. Die Grundlagen der Grundwassergewinnung jedoch fußen noch heute auf experimentellen Beobachtungen, die Darcy vor fast 100 Jahren anstellte. Obwohl es nicht an Feststellungen aus der Praxis gefehlt hat, die darauf hinweisen, daß das Darcysche Gesetz keine Allgemeingültigkeit hat und nur für die jeweils getroffene Versuchsanordnung zutrifft, berufen sich auch die neuesten hydrologischen Veröffentlichungen auf Darcy.

Die Darlegungen dieser Schrift sind aus Beobachtungen der hydrologischen Praxis des Verfassers entwickelt worden. Er hat sich bemüht, die physikalischen Grundursachen schärfer zu erfassen und der mechanischen Betrachtungsweise mehr Raum zu überlassen als bisher üblich war. Hierzu zwingen auch die Ergebnisse der schneller verlaufenen Entwicklung auf den Nachbargebieten der Baugrundforschung, Bodenkunde und Ingenieurgeologie.

Das Grundwasser ist einer unserer lebensnotwendigsten Grundstoffe. Die technisch richtige Bemessung von Grundwassergewinnungsanlagen setzt die zutreffende Bestimmung der gewinnbaren Grundwassermengen voraus. Diese ist aber mit den in der Hydrologie bisher gebräuchlichen Berechnungsmitteln nicht möglich.

Die vorliegenden Untersuchungen zeigen die bis jetzt begangenen Wege der Grundwasserermittlung und entwickeln unter

Berücksichtigung der jüngsten Fortschritte der Hydrologie und ihrer Nachbargebiete neue Verfahren als Grundlagen für die Grundwassergewinnung. Freilich können auch sie noch nichts Abschließendes darstellen. Auf dem Gebiete der physikalischen Eigenschaften kohäsionsloser Grundwasserleiter ist noch ein weites Feld der Forschung offen. Die Zurückführung dieser Eigenschaften auf Maß und Zahl und die Aufdeckung neuer funktioneller Zusammenhänge werden die Berechnungsmethoden weiter vervollkommen.

Die nachfolgend aufgezeigten Zusammenhänge und Berechnungsmethoden sollen aber dazu dienen, vor Enttäuschungen und Fehlschlägen bei der Erschließung von Grundwasser zu sichern.

Verfasser und Verlag

## Inhaltsverzeichnis

A. Mathematische Diskussion der bisherigen Grundlagen . .	1
B. Der „Freie Durchflußquerschnitt“ . . . . .	13
1. Der vom Hydrations- und hygroskopischen Wasser eingenommene Raum . . . . .	14
2. Das kapillar gebundene Wasser . . . . .	17
3. Weitere den „Freien Durchflußquerschnitt“ einengende Faktoren . . . . .	27
C. Die Bestimmung der Grundwassergeschwindigkeit . . . . .	31
1. Die äußere Reibung . . . . .	32
2. Die innere Reibung . . . . .	33
3. Der Austrittswiderstand . . . . .	34
D. Mathematische Ableitung des Bewegungsgesetzes des Grundwassers . . . . .	35
1. Vollkommener Brunnen im Grundwasserstrom mit freiem Spiegel . . . . .	36
2. Unvollkommene Brunnen im Grundwasserstrom mit freiem Spiegel . . . . .	42
3. Brunnen im Grundwasserstrom mit gespanntem Spiegel . . . . .	44
4. Horizontale Grundwasserfassungen . . . . .	49
E. Die Absenkungskurve . . . . .	51
F. Der Einfluß der verschiedenen Bodenarten . . . . .	61
G. Die Brunnengalerie . . . . .	63
H. Brunnen und Oberflächenwasser . . . . .	66
J. Neue Methoden der Hydrologie . . . . .	67
1. Bestimmung des hygroskopischen Wassers . . . . .	68
2. Bestimmung des scheinbaren Porenvolumens . . . . .	68
3. Bestimmung des Kapillarwassers . . . . .	69
4. Bestimmung des Gasgehaltes . . . . .	69
K. Schlußbemerkung . . . . .	69

### *Zusammenstellung der Formelzeichen*

$a^3$	Kapillaritätskonstante für Wasser bei 20°C = 14,82
$C$	Integrationskonstante
$c$	Bodenkonstante; auch Interpolationsquotient
$d_p$	Druckdifferential
$F$	Fläche in m <sup>2</sup>
$g$	9,81 m/s <sup>2</sup>
$h$	Höhenunterschied in m
$h_b$	Tiefe des abgesenkten Grundwasserstromes am Brunnenmantel in m
$H$	Tiefe des unbeeinflussten Grundwasserstromes in m
$i$	Kritisches Gefälle
$J$	Relatives Gefälle
$k$	Durchlässigkeitsziffer in cm/s
$l$	Länge in m
$n$	Scheinbares Porenvolumen in % des Bodenvolumens
$n_0$	Spannungsfreies Porenvolumen
$p$	Scheinbares Porenvolumen in % des Bodenvolumens; auch Saugspannung bzw. Druck (at) einer Wassersäule von der Höhe $h$
$p_d$	Spannungs- und luftfreies = wirksames Porenvolumen
$P$	Druck in at
$q$	Einheit der Wassermenge
$q_{max}$	Maximalergeriebigkeit eines Brunnens; auch Fassungsvermögen eines Brunnens nach Sichardt
$Q$	Grundwassermenge in m <sup>3</sup> /s
$Q_f$	Flußwassermenge in m <sup>3</sup> /s
$r$	Brunnenradius in m
$R$	Reichweite der Absenkung in m
$s$	Absenkungsbetrag des Grundwasserstromes am Brunnenmantel in m; auch Wichte

$s_{v1}; s_{v2}$	Absenkungsverlust durch äußere bzw. innere Reibung in m
$s_v$	Der für die Erzeugung der Fließgeschwindigkeit verbleibende Absenkungsbetrag in m
$t$	Grundwassertemperatur in °C
$t_f$	Flußwassertemperatur in °C
$t_m$	Mischtemperatur in °C
$U$	Spezifische Oberfläche
$v$	Geschwindigkeit in cm/s oder m/s
$v_e$	Effektive Geschwindigkeit in cm/s oder m/s
$x$	Abszisse eines Punktes $P$
$y$	Ordinate eines Punktes $P$
$\gamma$	Wichte; auch Durchlässigkeit nach Smreker
$\eta$	Zähigkeit einer Flüssigkeit oder eines Gases; auch Wichte eines Gases beim Drucke 1 und der herrschenden Temperatur
$\lambda$	Absorptionskoeffizient = Absorptionsvolumen für Kohlensäure bei 10°C und 1 (at)
$\mu$	Verhältnis zwischen Gesamtfläche des Bodens und durchflossener Bodenfläche nach Smreker; auch Formbeiwert nach Zunker
$\rho$	Dichte

# Grundlagen der Grundwassergewinnung

(Die Bewegungsgesetze des Grundwassers)

Es ist heute üblich, in der praktischen Hydrologie die Darcysche Formel anzuwenden. Bei der Planung und Ausführung von Grundwassergewinnungsanlagen, besonders für große Wassermengen, sowie bei Wasserhaltungen hat der Verfasser jedoch feststellen müssen, daß sowohl die Ergebnisse der Pumpversuche als auch die spätere Entnahme mit ihren Folgeerscheinungen im Widerspruch zum Darcyschen Gesetz standen. Dies traf für die Grundwassergewinnung aus Lockergesteinen ebenso zu, wie für diejenige aus verfestigten Sedimenten. Die Mängel des Darcyschen Gesetzes werden bereits von Prinz<sup>1)</sup> hervorgehoben. Nach seinen Erfahrungen versagt die Darcysche Formel bei größeren Gefällen, bei gleichmäßigem Korn des Grundwasserleiters und auch bei größeren Wassergeschwindigkeiten. Immerhin meint Prinz<sup>2)</sup>, „daß das Darcysche Gesetz den Bedürfnissen der Praxis mit genügender Genauigkeit Rechnung trägt und innerhalb der praktisch in Frage kommenden Grundwassergeschwindigkeit als durchaus brauchbar bezeichnet werden muß“. Dieser Feststellung muß aus Erfahrungen, die der Verfasser besonders beim Bau großer Wassergewinnungsanlagen machen mußte, unbedingt widersprochen werden. Es ist zu untersuchen, ob das Darcysche Gesetz dem heutigen Stand der Forschung noch entspricht.

## A. Mathematische Diskussion der bisherigen Grundlagen

Experimentell leitet Darcy<sup>3)</sup> für den Durchfluß von Filterschichten folgende Beziehung ab:

$$Q = k \cdot F \cdot \frac{h}{l} \quad (1)$$

<sup>1)</sup> Prinz, E.: Handbuch der Hydrologie, Berlin 1923.

<sup>2)</sup> a. a. O.

<sup>3)</sup> Darcy, H.: Les fontaines publiques de la ville de Dijon, Paris 1856.



Nach Gl. (1) kann der Beiwert  $k$  als Geschwindigkeit aufgefaßt werden, mit der das Wasser die Filterfläche durchströmt, wenn das Gefälle  $\frac{h}{l} = 1$  ist.  $k$  müßte demnach die Dimension  $l \cdot t^{-1}$  haben.

Für seine Versuche verwendet Darcy Filtersand folgender Zusammensetzung:

- > 2,00 mm Korndurchmesser 17%
- < 2,00 mm Korndurchmesser 12%
- < 1,10 mm Korndurchmesser 13%
- < 0,77 mm Korndurchmesser 58%

Nach der heute üblichen Bezeichnung<sup>1)</sup> zeigt die Kornverteilungskurve also einen sehr gleichförmigen Grobsand. Fast ausnahmslos alle späteren Versuchsansteller müssen aber feststellen, daß für grobkörnige Bodenmaterialien die Darcysche Ableitung noch nicht einmal angenähert zutrifft. Es ist in der Tat erstaunlich, daß das Darcysche Gesetz noch in neuester Zeit benutzt wird und sogar eine Ausweitung auf die Erdölförderung erfahren hat<sup>2)</sup>.

Dupuit<sup>3)</sup> entwickelte aus der für die Wasserbewegung in offenen Gerinnen gültigen Formel, unter Vernachlässigung der mit höheren Geschwindigkeitspotenzen als der ersten erscheinenden Glieder, für die Grundwasserbewegung eine Ableitung, die mit der Darcyschen vollkommen übereinstimmt. Hierbei ging Dupuit von der Annahme aus, daß sich auch das Grundwasser in Kanälen von annähernd konstantem Querschnitt bewegt. Zweifellos ist diese Annahme irrig. Und die Möglichkeit der Zurückführung der Dupuitschen Ableitung auf die Darcysche weist schon darauf hin, daß auch der letztgenannten irrthümliche Vorstellungen bezüglich der Bewegung des Grundwassers zugrunde liegen.

Später entwickelt A. Thiem<sup>4)</sup> unter Benutzung der Darcyschen

<sup>1)</sup> Loos, W.: Praktische Anwendung der Baugrunduntersuchungen, Berlin 1937.

<sup>2)</sup> Mayer-Gürr: Grundfragen der Erdölförderung, Berlin 1944.

<sup>3)</sup> Dupuit, J.: Traité théorique et pratique de la conduite et de la distribution des eaux, Paris 1865.

<sup>4)</sup> Thiem, A.: Die Ergiebigkeit artesischer Bohrlöcher, Schachtbrunnen und Filtergalerien, Zeitschrift für Gasbeleuchtung und Wasserversorgung 1870.

Beziehung die Depressionskurve für die Bewegung des Grundwassers. Auf ein Koordinatensystem bezogen, dessen  $y$ -Achse mit der Brunnenachse und dessen  $x$ -Achse mit der undurchlässigen Sohle des Grundwasserleiters zusammenfallen, erhält A. Thiem folgende Differentialgleichung (vgl. Abb. 1):

$$dy = \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot \frac{dx}{x}$$

Die Integration ergibt:

$$y^2 = \frac{q}{\pi \cdot k} \cdot \ln x + C \quad (2)$$

Hiernach ist die Depressionskurve eine logarithmische Kurve. Bereits Smreker<sup>2)</sup> weist darauf hin, daß diese Gleichung Widersprüche enthält.

$$C = y^2 - \frac{q}{\pi \cdot k} \ln x$$

Für beliebige Punkte  $P$  der Depressionskurve mit den Koordinaten  $x$  und  $y$  muß die Integrationskonstante  $C$  verschiedene Werte annehmen, ist also überhaupt keine Konstante. Nimmt man aber  $C$  als Konstante an, so wächst mit steigender Fördermenge  $q$  auch die Ordinate  $y$  des betrachteten Punktes  $P$ . Tatsächlich tritt, wie die Erfahrungen aus Pumpversuchen lehren, genau das Gegenteil ein.

Bezeichnet  $R$  die Reichweite der Absenkung (Abb. 1),  $r$  den Brunnenradius, so läßt sich die obige Differentialgleichung integrieren in den Grenzen:

$$\int_h^H y dy = \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot k} \cdot \int_r^R \frac{dx}{x}$$

$$\left[ \frac{y^2}{2} \right]_h^H = \frac{q}{2 \pi k} \cdot \left[ \ln x \right]_r^R$$

$$\frac{H^2 - h^2}{2} = \frac{q}{2 \pi k} (\ln R - \ln r)$$

$$q = \frac{\pi k (H^2 - h^2)}{\ln R - \ln r} \quad (3)$$

<sup>1)</sup> Vgl. Abb. 1.

<sup>2)</sup> Smreker, O.: Das Grundwasser, seine Erscheinungsformen, Bewegungsgesetze und Mengenbestimmung, Berlin 1914.

Gl. (3) ist die noch heute in der Hydrologie gebräuchliche Entnahmeformel. Die Integration ist jedoch nur unter Benutzung einer mathematischen Unmöglichkeit gelungen. Die obere Grenze des Einflußbereiches kann niemals die endliche Größe  $R$  sein. Die Depressionskurve kann sich erst im Unendlichen dem unbeeinflussten Grundwasserspiegel wieder anschließen.  $R$  ist demnach eine unendliche Größe.

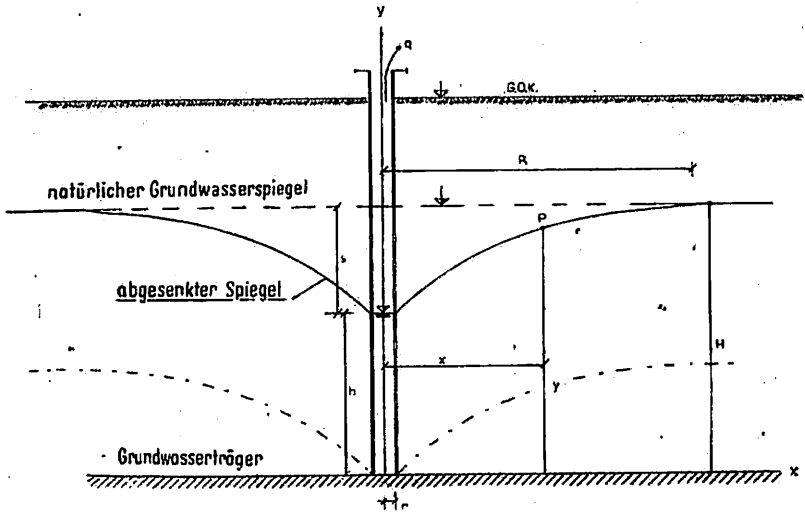


Abb. 1 und 2. Absenkkurven nach Darcy ( $s = H$ ; strichpunktiert)

Dieser in Gl. (3) enthaltene mathematische Widerspruch führt auch in anderer Hinsicht zu Unstimmigkeiten. Bezeichnet man die Differenz  $H - h$  mit  $s$  (Absenkung), so läßt sich Gl. (3) umformen in:

$$Q = \frac{\pi k s (2H - s)}{\ln R - \ln r} \quad (3a)$$

Für  $s = H$  wird

$$Q = \frac{\pi k H^2}{\ln R - \ln r},$$

müßte also einen Maximalwert erreichen.

In Wirklichkeit jedoch kann bei  $s = H$  überhaupt keine Wasserentnahme mehr erfolgen, da (vgl. Abb. 2) die Filterfläche des Brun-

nens vom Grundwasser nicht mehr durchströmt werden kann. Die Entnahmemenge  $Q$  erreicht also nicht ein Maximum, sondern wird gleich 0. In diese Richtung deuten auch Erfahrungen der hydrologischen Praxis. Es hat sich gezeigt, daß die Wasserentnahme durch Erhöhung der Absenkung nicht beliebig gesteigert werden kann. Verfasser hat verschiedentlich beobachtet, daß bei Absenkung des Brunnenwasserspiegels über ein bestimmtes Maß hinaus, der Grundwasserspiegel außerhalb des Brunnens der Absenkung des Brunnenwasserspiegels nicht folgte. Diese Beobachtungen weisen darauf hin, daß für jeden Brunnen bei einer bestimmten Absenkung (Grenzabsenkung) ein Maximalwert der Ergiebigkeit erreicht wird. Weitere Erhöhung der Absenkung führt zur Verminderung der Ergiebigkeit. Diese Verminderung hat mit Versandung nichts zu tun. Einwandfreie Beobachtungen des Verfassers ergaben, daß Versandungen je nach der Körnung des Grundwasserleiters sowohl oberhalb als auch unterhalb der Grenzabsenkung eintreten können. Die Versandung hängt lediglich davon ab, ob die feineren Körnungen je nach dem Grade ihrer Feinheit schon bei Grundwassergeschwindigkeiten in Bewegung kommen, wenn die Absenkung noch oberhalb des Grenzwertes oder unterhalb desselben liegt. Sichardt<sup>1)</sup> hat ähnliche Beobachtungen gemacht. Er kommt zum Begriff des Höchstgefälles, daß jedem Durchlässigkeitswert  $k$  entspricht<sup>2)</sup>. Empirisch wurde von ihm die Beziehung

$$i = \frac{1}{15 \cdot \sqrt{k}}$$

ermittelt.

Für die Ermittlung des Maximums der Wasserentnahme (des Fassungsvermögens des Brunnens) läßt sich dann die Gleichung aufstellen:

$$q_{\max} = 2 r \pi h \frac{\sqrt{k}}{15} \quad (4)$$

Der Schnittpunkt der nach Gl. (3) und (4) gezeichneten Kurve ergibt die Höchstmenge der Entnahme für einen Brunnen von be-

<sup>1)</sup> Sichardt, W.: Das Fassungsvermögen von Rohrbrunnen usw., Berlin 1928.

<sup>2)</sup> Kyrieleis-Sichardt: Grundwasserabsenkung bei Fundierungsarbeiten, Berlin 1930.

stimmtem Radius und bei bestimmtem Durchlässigkeitswert. Nach der von Sichardt<sup>1)</sup> mitgeteilten graphischen Darstellung wird  $q_{\max}$  erreicht, sobald

$$s = \frac{H}{2,87}, \text{ ungefähr } \frac{H}{3}$$

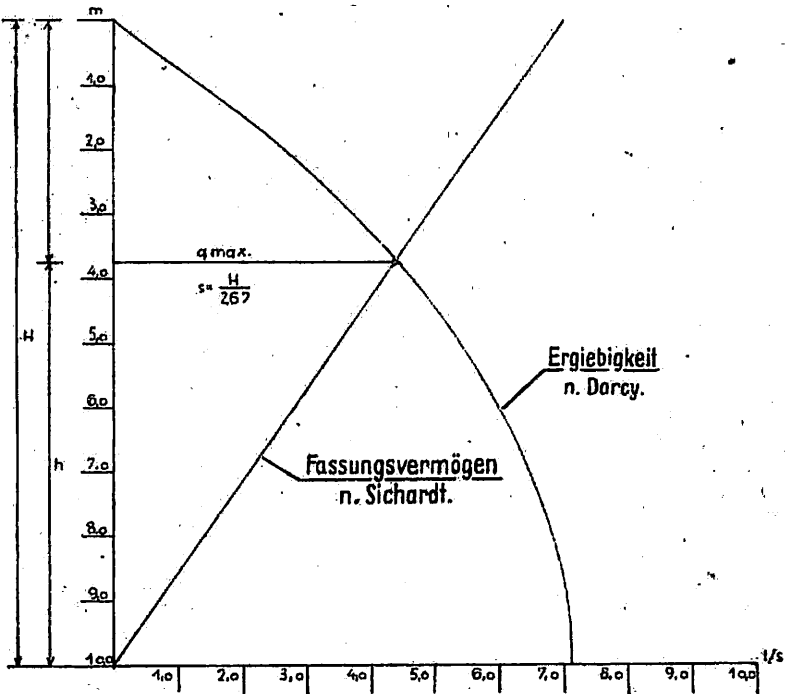


Abb. 3. Ermittlung der wirtschaftlichen Absenkung nach Sichardt.

wird (vgl. Abb. 3). Der undeutliche Wert  $\frac{H}{2,87}$  ist darin begründet, daß noch die Gl. (3) verwendet und der Beiwert  $k$  als nur abhängig vom Bodenmaterial betrachtet wird. Gleichwohl war Sichardt bereits bekannt, daß  $k$  keine Bodenkonstante darstellt. Auch Zunker<sup>2)</sup> leitet den Begriff des kritischen Gefälles ab.

<sup>1)</sup> Kyrieleis-Sichardt: a. a. O., S. 38.

<sup>2)</sup> Handbuch der Bodenlehre, 6. Bd., Berlin 1930.

Oberhalb desselben herrscht turbulente, unterhalb laminare Strömung. Er findet für Wasser bei  $10^{\circ}\text{C}$  und Dichte 1 die Beziehung:

$$i = 0,053 \cdot \frac{1-p}{\text{pol}} \cdot U$$

Eine Beziehung zwischen den von Sichardt empirisch aus der Praxis und von Zunker aus Laboratoriumsversuchen gewonnenen Werten des Höchstgefälles bzw. kritischen Gefälles läßt sich nicht feststellen.

Beispielsweise beträgt das Höchstgefälle für  $k = 0,002 \text{ m/s}$  nach Sichardt<sup>1)</sup> 1,5, während Zunker für den gleichen  $k$ -Wert als kritisches Gefälle 0,05–0,11 beobachtet und 0,06 berechnet. Ob die Diskrepanz zwischen den aus der Praxis gewonnenen Werten (Sichardt) und den bei Versuchsanstellungen beobachteten darauf zurückzuführen ist, daß am Brunnenmantel Ausscheidungen von Gasbläschen die Abnahme des Durchlässigkeitswertes verursachen, bleibt dahingestellt.

Die angeführten Widersprüche der praktischen Erfahrungen mit der auf Grund der Darcyschen Beziehung abgeleiteten Gl. (3) führten Smreker<sup>2)</sup> dazu, das Ergiebigkeitsgesetz eines Brunnens in vereinfachter Form durch die Beziehung

$$Q = \sqrt[3]{r \left( \frac{H^{5/2} - (H-s)^{5/2}}{0,016181 \cdot \frac{\gamma}{\mu^2}} \right)^2} \quad (5)$$

darzustellen. Die Durchlässigkeit des Bodens wird durch den Beiwert  $\gamma$  charakterisiert, der versuchsmäßig bestimmt werden muß. Der Wert  $\mu$  ist das Verhältnis zwischen dem für das Grundwasser freien Querschnitt zum Gesamtquerschnitt. Zunker<sup>3)</sup> empfiehlt, bei Aufstellung der Absenkungskurve eines Brunnens nicht nach der Darcyschen, sondern nach der Smrekerschen Gleichung zu rechnen. Aber auch die Gl. (5) ergibt für  $s = H$  noch eine Wassermenge, was praktisch nicht der Fall ist, denn sofern die Absenkung des Grundwasserspiegels  $= H$  ist, kann der Brunnenmantel nicht mehr vom Wasser durchströmt werden. Die Smrekersche

1) a. a. O.

2) a. a. O.

3) a. a. O.

Formel wurde von Rother, Lunnert, Hocheder, Versluys u. a. eingehend erörtert (vgl. Berger: Versuche und Bestimmung der Wasserdurchlässigkeit von Sand. Dissert., Danzig 1922). Rother<sup>1)</sup> empfiehlt die Anwendung der verallgemeinerten Kröberschen<sup>2)</sup> Formel, in der an Stelle der Darcoyschen Beziehung die Formel

$$\frac{h}{l} = (c \cdot h \cdot v)^W$$

verwendet wird.

Der Exponent  $W$  entspricht der Beziehung

$$W = \frac{8 + 2d}{8 + d}$$

wobei  $d$  = Korndurchmesser zu setzen ist.

Nachdem schon Hazen<sup>3)</sup> die Ergiebigkeitszunahme mit der Wassertemperatur festgestellt hatte, kommt Slichter<sup>4)</sup> unter Berücksichtigung der von der Temperatur bestimmten Zähigkeit des Wassers zu der Formel:

$$q = 10,219 \frac{h \cdot d^2 \cdot s}{l \cdot k \cdot \eta} \quad (6)$$

Die Grundlage der Slichterschen Gleichung bildet das Hagen-Poiseuillesche Gesetz. Slichter nahm also, abgesehen von anderen Unstimmigkeiten, irrtümlich an, daß sich das Grundwasser nur in Kapillaren bewegt, für die allein das obige Gesetz gilt. Am Transport des Grundwassers sind aber sowohl kapillare als auch überkapillare Hohlräume beteiligt.

Zunker<sup>5)</sup> formte die Slichtersche Gleichung um, indem er aus experimentellen Untersuchungen für

$$k = \frac{0,011}{\eta} \cdot \left( \frac{\text{pol}}{1-p} \right)^2 \cdot \frac{1}{U^2} \text{ cm/s}$$

ableitete.

Unter Anwendung der Darcoyschen Beziehung ergibt sich dann:

$$Q = \frac{\mu \cdot h}{\eta \cdot l \cdot U^2} \cdot \left( \frac{\text{pol}}{1-p} \right)^2 \cdot F \quad (7)$$

<sup>1)</sup> Rother, M.: Das Widerstandsgesetz bei der Bewegung des Grundwassers, Wasser und Gas 1922.

<sup>2)</sup> Kröber, C.: Zeitschrift des VDI. 1884.

<sup>3)</sup> Hazen, A.: The Filtration of public water supplies, New York 1895.

<sup>4)</sup> Slichter, Ch. S.: Theoretical investigation of the motion of ground waters, Washington 1899.

<sup>5)</sup> a. a. O.

Kozeny<sup>1)</sup> hat die Zunkersche Formel bestritten und versucht, die Bestimmung des  $k$ -Wertes noch weiter zu verfeinern. Jedoch müssen F. Alten und B. Kurmies<sup>2)</sup> feststellen, daß sich sowohl nach Zunker, als auch nach Kozeny die Durchlässigkeit nur für solche Böden berechnen läßt, deren Gehalt an Teilchen  $< 16 \mu$  höchstens 4–15% beträgt. Wichtig an den Arbeiten Zunkers ist aber besonders der von ihm erbrachte Nachweis, daß  $k$  sich mit wechselnder Grundwassergeschwindigkeit ändert.

Neuerdings wird bei der Aufschlußplanung und bei der Gewinnung von Erdöl die modifizierte Darcysche Beziehung verwendet. Muskat<sup>3)</sup> behandelt mathematisch in umfassender Weise die Strömungsprobleme homogener Flüssigkeiten oder Gase in porösen Medien. Der Wert  $k$  der Darcyschen Beziehung [vgl. Gl. (1)] wird als Durchlässigkeit oder Permeabilität bezeichnet. Er wird in Darcy-Einheiten bzw. in Millidarcy gemessen und nach Gl. (8) abgeleitet.

$$k = \frac{v \cdot \eta}{\frac{dp}{dx}} \quad (8)$$

Nach Gl. (8) hat der Wert  $k$  die Dimension einer Fläche ( $l^2$ ) [vgl. jedoch Gl. (1)]. Er ist also mit dem Wert  $k$  der Darcyschen Beziehung, der die Dimension der Geschwindigkeit hatte (vgl. oben), nicht identisch. Es ist deshalb zu empfehlen, die Beziehung „Durchlässigkeit“ für den  $k$ -Wert nach Darcy beizubehalten und für den nach Gl. (8) abgeleiteten Begriff die Bezeichnung Permeabilität zu wählen. Muskat<sup>4)</sup> erweitert die Darcysche Beziehung durch Einführung der Viskosität, wie dies schon früher Slichter<sup>5)</sup> getan hat, wobei Luedecke<sup>6)</sup> und Hazen<sup>7)</sup> bereits die bedeutende Abhängigkeit der Durchflussmengen von der Temperatur diskutiert hatten. Für Wasser von 20°C, das eine Viskosität von rund 1 centipoise hat, geht aber die Permeabilität nach Muskat

<sup>1)</sup> Kozeny, J.: Zur Durchlässigkeit des Bodens, Kulturtechniker 1933.

<sup>2)</sup> Handbuch der Bodenlehre, Ergänzungsband I, Berlin 1939.

<sup>3)</sup> Muskat, M.: The flow of Homogeneous Fluids through Porous Media, New York und London 1937.

<sup>4)</sup> a. a. O.

<sup>5)</sup> a. a. O.

<sup>6)</sup> Luedecke: Über die Wasserbewegung im Boden, Kulturtechniker 1909.

<sup>7)</sup> Hazen, A.: a. a. O.



in die Durchlässigkeit nach Darcy über. Für die Entnahmemenge ergibt sich nach Muskat

$$Q = \frac{kF(P_1 - P_2)}{\eta \cdot l} \quad (9)$$

Es ist mithin festzustellen, daß die mathematischen Unzulänglichkeiten, wie sie oben für die Darcysche Entnahmeformel aufgezeigt wurden, auch in vollem Umfang für die von Muskat abgeleiteten Beziehungen zutreffen.

In einer neueren Arbeit untersucht Hallenbach<sup>1)</sup> den Einfluß der Turbulenz auf die Muskatsche Gleichung. Für turbulente Strömung soll

$$v_x = \frac{k}{\eta} \left( \frac{d \cdot p}{dx} \right)^{\frac{1}{n}}$$

gelten, wobei  $n$  im wesentlichen Werte zwischen 1 und 2 annehmen soll. Hallenbach geht dabei von der Vorstellung aus, daß oberhalb einer für jede einzelne Kapillare anderen Grenzgeschwindigkeit der Umschwung von laminarer zu turbulenter Strömung auftritt. Für Strömungen in Kapillaren gilt aber die Darcysche Beziehung nicht, sondern das Hagen-Poiseuillesche Gesetz. Hallenbach<sup>2)</sup> kommt dann auch zu der Feststellung, daß es schwierig sei, die Gültigkeitsgrenzen für die Anwendung des Darcyschen Gesetzes anzugeben.

Mit Hilfe experimenteller Untersuchungen an einem großen Gerinne kam Holler<sup>3)</sup>, unter dem Vorbehalt der Notwendigkeit weiterer Versuchsanstellungen, zu dem vorläufigen Ergebnis, daß von den 4 von ihm überprüften Geschwindigkeitsformeln weder die von Darcy, noch wahrscheinlich die von Smreker den tatsächlichen Verhältnissen entsprechen. Unter Einführung der Wassertiefe  $d$  als mitbestimmend für die Geschwindigkeit leitet er empirisch die Beziehung ab:

$$v = c \cdot d^{-0,854} \cdot J^{0,707} \quad (10)$$

$c$  entspricht einem von der Körnung des Bodens abhängigen Beiwert.

<sup>1)</sup> Hallenbach, F.: Die Durchlässigkeit poröser Gesteine und ihre Bestimmung, Öl und Kohle, Berlin 1943.

<sup>2)</sup> a. a. O.

<sup>3)</sup> Holler, A.: Zum Strömungsgesetz der Grundwasserbewegung, Deutsche Wasserwirtschaft 1941.

Außer für experimentelle Untersuchungen im Laboratorium sind zur Bestimmung des Durchlässigkeitswertes  $k$  auch Methoden zur Anwendung im Gelände entwickelt worden. Durch Messung der Absenkung im Entnahmebrunnen und in einem Pegelbrunnen in der Entfernung  $x$  davon wird  $k$  als mittlere Durchlässigkeit des beanspruchten Feldes mit Hilfe von Gl. (3) bestimmt:

$$k = \frac{Q}{\pi} \frac{\ln x - \ln r}{y^2 - h^2} \quad (11)$$

Durch Beobachtung der beiden Wasserstände bei zwei Entnahmemengen aus demselben Brunnen ist ebenfalls unter Zugrundelegung der Gl. (3) die Bestimmung vorgenommen durch:

$$k = \frac{Q_2 - Q_1}{\pi} \cdot \frac{\ln R - \ln r}{h_1^2 - h_2^2} \quad (12)$$

Durch Annahme von  $R$  (Abb. 2) können noch weitere Beziehungen zur Bestimmung von  $k$  aufgestellt werden. Die Gl. (11) und (12) gründen sich jedoch auf die nicht zutreffende Darcysche Beziehung (vgl. oben). Sie sind außerdem nur unter Anwendung der mathematisch unzulänglichen Gl. (3) möglich. Gl. (12) insbesondere macht die weitere, zweifellos nicht zutreffende Annahme notwendig, daß bei verschiedenen Absenkungen der Durchlässigkeitsbeiwert der gleiche bleibt. Die Gl. (11) und (12) können mithin nur Annäherungswerte liefern.

Direkte Methoden zur Bestimmung der Fließgeschwindigkeit von Grundwasser messen die Zeit, die vergeht, bis das durch Salzlösungen, Farbe, Riechstoffe oder Bakterien gekennzeichnete Grundwasser aus dem oberen Brunnen den unteren erreicht hat (vgl. Prinz: Handbuch der Hydrologie, 1923). Slichter<sup>1)</sup> benutzt zur Bestimmung der Fließgeschwindigkeit eine elektrische Methode, indem er den Durchgang von Grundwasser, das durch Chlorammonium besser leitend gemacht worden ist, durch den unteren Brunnen zeitlich beobachtet. Diese direkten Methoden werden durch Adsorptions- und Diffusionsvorgänge ungenau. Infolge ihrer Umständlichkeit und Kostspieligkeit haben sie sich in der hydrologischen Praxis nicht eingebürgert.

<sup>1)</sup> Slichter, Ch. S.: Field measurements of the rate of movement of underground water, Washington 1906.

Überblickt man die bisherige Entwicklung in der Erforschung des Bewegungsgesetzes des Grundwassers, so kann folgendes festgestellt werden:

1. Infolge mathematischer Unzulänglichkeit der aufgestellten Formeln stimmen die berechneten Entnahmemengen und die berechnete Depressionskurve des Grundwasserspiegels nicht mit den Beobachtungen der Praxis überein. Einerseits ist die mathematische Unzulänglichkeit darin begründet, daß die unendliche Größe  $R$  willkürlich als endlich angenommen wird. Andererseits liegt die Ursache auch darin, daß in den Formeln bestimmte Größen (z. B.  $k$  als Durchlässigkeitsbeiwert) als Konstante eingeführt sind, die aber tatsächlich einen konstanten Wert nicht haben können. Sofern das Hagen-Poiseuillesche Gesetz als Grundlage benutzt wird, kann eine Übereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung niemals erzielt werden, da das obige Gesetz nur für die Fließbewegung in Kapillaren gilt.

2. Trotz aller Verfeinerung der Laboratoriumsmethoden seit Darcy konnten übereinstimmende Definitionen für den Durchlässigkeitsbeiwert  $k$  nicht aufgefunden werden. Die Versuchsansteller fassen letzten Endes die Größe  $k$  entweder als Funktion physikalischer Eigenschaften des Bodens (Zunker, Kozeny, Slichter u. a.) oder als Funktion des Gefälles (Darcy, Sighardt u. a.) auf. Sowohl die Beobachtungen der Praxis und der Laboratoriumsversuche, als auch die Ergebnisse der direkten Methoden haben aber zweifellos ergeben, daß der Durchlässigkeitsbeiwert  $k$  sowohl eine Funktion der bodenphysikalischen Eigenschaften (Porenvolumen, spez. Oberfläche, Körnung u. a.), als auch des Gefälles ist. Es konnte noch nicht endgültig geklärt werden, in welcher Weise bei wechselndem Gefälle sich auch die Auswirkungen der physikalischen Bodeneigenschaften auf die Grundwasserströmung ändern.

So viel steht jedoch bereits erfahrungsmäßig fest, daß bei verschiedenen Absenkungen (variables Gefälle am gleichen Brunnen und im gleichen Grundwasserleiter) sich auch der Durchlässigkeitsbeiwert ändert und nicht konstant bleibt. Wie die hydrologische Praxis aufgezeigt hat, kann der für einen bestimmten Absenkungsbetrag ermittelte  $k$ -Wert keinesfalls auch für die Berechnung der Entnahmemenge bei anderen Absenkungen verwendet

werden. Um so weniger ist es zulässig, den laboratoriumsmäßig an entnommenen Bodenproben ermittelten  $k$ -Wert für die Berechnung der Zuflußmengen bei wechselnden Betriebsverhältnissen (variierenden Absenkungen) zu verwenden.

Im Überblick über die bisherigen Versuche, den  $k$ -Wert aus bodenphysikalischen Eigenschaften zu berechnen, muß nun doch festgestellt werden, daß dies mathematisch nicht möglich ist. Außer den bisher berücksichtigten physikalischen Eigenschaften des Bodens sind zweifellos noch andere, rechnerisch schwer erfaßbare Werte von erheblicher Bedeutung, ganz abgesehen von den möglichen Kombinationen, die sich durch Änderungen des Gefälles oder der bodenphysikalischen Eigenschaften ergeben und auf die Durchlässigkeit auswirken müssen.

Die obigen Darstellungen weisen klar auf folgende Notwendigkeiten hin:

1. Die mathematischen Unzulänglichkeiten bei der Aufstellung der Theorie der Grundwasserbewegung müssen beseitigt werden.

2. Der Durchlässigkeitsbeiwert in seiner jetzigen Form muß aufgegeben werden. Er muß durch eine Größe ersetzt werden, deren Variabilität zu überschauen ist bzw. deren funktionelle Abhängigkeiten mathematisch erfaßbar sind. Der Verfasser schlägt hierfür den Begriff des „Freien Durchflußquerschnittes“ vor.

3. Von ausschlaggebender Bedeutung für die Erklärung der Diskrepanz zwischen Praxis- und Hydrologie-Forschung ist aber der Umstand, daß die heutige wissenschaftliche Hydrologie allein mit dem Durchfluß einer Komponenten (Wasser) rechnet. Tatsächlich jedoch findet im Brunnen die Gewinnung eines Gas-Wasser-Gemisches statt, wie in dem folgenden Absatz B näher erläutert wird. Es handelt sich um den Fluß zweier Komponenten durch ein poröses Medium (Grundwasserleiter).

## B. Der Freie Durchflußquerschnitt

Der Porenraum der grundwasserleitenden Schichten kann nicht in vollem Umfange zum Transport des Grundwassers dienen. Hierfür steht nur ein Teil zur Verfügung. Dieser Teil wird heute als spannungsfreies Porenvolumen oder auch als der dynamisch

wirksame Anteil des Gesamtporenvolumens bezeichnet. Dabei stellt das spannungsfreie Porenvolumen keine konstante Größe dar. Es ist abhängig vom Druck und anderen Funktionen (vgl. unten). Für die Gewinnung von Grundwasser aus kohärenten oder kohäsionslosen Bodenschichten und auch aus verfestigten Sedimenten kommt nur der Teil des Porenvolumens in Frage, für den die Druckspannung größer als die Saugspannung der Hohlräume ist.

Im einzelnen setzen sich die vom Porenvolumen in Abzug zu bringenden Anteile wie folgt zusammen:

### 1. Der vom Hydrations- und hygroskopischen Wasser<sup>1)</sup> eingenommene Raum

Die neuesten experimentellen Untersuchungen kommen zu dem Ergebnis, daß das hygroskopische Wasser, das durch Anlagerung aufgenommen wird (daher auch als „Schwerwasser“ bezeichnet) und „die feste Grundfläche der Bodenteilchen in verdichtetem Zustande überzieht<sup>2)</sup>, im Mittel unter einem Adsorptionsdruck von 26000 kg/cm<sup>2</sup> steht<sup>3)</sup>. Das hygroskopische Wasser nimmt also nicht am Durchfluß teil und engt den Freien Durchflußquerschnitt ein. Die Bestimmung der Hygroskopizität kann nach Mitscherlich<sup>4)</sup> erfolgen. Es besteht die Möglichkeit, nach Kurmis die Hygroskopizitätswerte aus der Hydratation der austauschfähigen Kationen zu berechnen<sup>5)</sup>. Die abgeleitete Formel:

$$\text{Hy}\% = 0,311 \cdot \text{Na} + 0,122 \cdot \text{K} + 0,240 \cdot \text{Mg} + 0,234 \cdot \text{Ca} \quad 6)$$

ergab eine gute Übereinstimmung zwischen den berechneten und den nach Mitscherlich gefundenen Werten. Na, K, Mg, Ca = mval austauschfähige Kation je 100 g Boden. Die Hygroskopizität wächst mit der Feinheit der Bodenteilchen und ist bei kohäsionslosem Bodenmaterial geringer als bei kohärentem. Da meist jeder Grundwasserleiter, auch Kiese und Sande der fluviatilen bzw. subaquatischen und auch der subaerischen Ablagerungen, aber

<sup>1)</sup> Blanck, E.: Handbuch der Bodenlehre, I. Ergänzungsband, Berlin 1939.

<sup>2)</sup> Blanck, E.: a. a. O., 6. Bd., Berlin 1930.

<sup>3)</sup> Zunker, F.: Bautechnik 1935, H. 24.

<sup>4)</sup> Blanck, E.: a. a. O., 6. Bd., Berlin 1930.

<sup>5)</sup> Kurmis, B.: Hydratation usw., Forschungs-Dienst, Sonderheft.

<sup>6)</sup> Blanck, E.: a. a. O., I. Ergänzungsband, Berlin 1939.

lehmige bzw. feinstkörnige Beimengungen enthält, muß bei Feststellung des freien Querschnittes die zu erwartende Hygroskopizität berücksichtigt werden. Dies trifft auch zu, gleichgültig ob es sich um unverfestigte oder verfestigte, fossile Sedimente handelt. Anscheinend wächst die Hygroskopizität auch mit dem Gleichförmigkeitsgrad des Sediments. Beispielsweise ist für subaerische Ablagerungen (Dünensande); deren Kornanteilkurven sehr steil verlaufen, was hohe Gleichförmigkeit beweist, in Verbindung mit der Feinkörnigkeit eine beträchtliche Einengung des Porenraumes durch hygroskopisches Wasser zu erwarten. Zunker<sup>1)</sup> teilt, leider ohne Angabe der Kornverteilungskurve, folgende Feststellungen der Hygroskopizität mit:

Tabelle 1

	Grober Oder- sand I	Mitt- lerer Oder- sand II	Fei- ner Oder- sand III	Hohen- böcker Sand	Bleich- sand	Schlief- sand	Sand- diger Lehm	Ton
Hygroskopizität %	0	0	0	0,029	0,98	1,55	3,90	13,47
Porenvolumen %	35,46	34,95	35,23	37,22	38,06	46,68	42,25	54,30

Mit ansteigendem Porenvolumen und steigendem Anteil des Feinstkornes wächst demnach die Hygroskopizität.

Die gleiche Abhängigkeit weist nachstehende Tab. 2<sup>a)</sup> aus:

Tabelle 2

Klasse	Bodenart	Hygroskopizität %
1	Sand	0—0,5
2	Sandboden	0,6—1,0
3	Lehmiger Sandboden	1,1—1,5
4	Lehmiger Sandboden oder	1,6—2,0
5	Sandiger Lehm Boden	2,1—2,5
6	Sandiger Lehm Boden oder	2,6—3,0
7	Lehm Boden	3,1—3,5
8	"	3,6—4,0
9	"	4,1—4,5
10	"	4,6—5,0

<sup>1)</sup> Blanck, E.: a. a. O., 6. Bd., Berlin 1930.

<sup>a)</sup> Blanck, E.: a. a. O., I. Ergänzungsband, Berlin 1939.

In diesem Zusammenhang verdient auch der von J. A. Witsoe und W. W. McLaughlin<sup>1)</sup> eingeführte Begriff des „lentokapillaren Punktes“ Beachtung. Man versteht darunter denjenigen Wassergehalt, bei dem die Wasserbewegung sehr träge wird. Er entspricht dem 2–2,5fachen Wert der Hygroskopizität nach Mitscherlich. Vageler<sup>2)</sup> berechnet den Wassergehalt am lentokapillaren Punkt zu

$$w_{\text{lent.}} = 0,96 \cdot \sum \text{Kat.} :$$

( $\sum \text{Kat}$  = austauschfähiges Kation im Millimol von 100 g Boden).

Diejenige Wassermenge, die sich nicht in flüssiger Form im Boden bewegt, also den freien Querschnitt einengt, wird dann weiter zu:

$$w_1 = \sim 2 \text{Hy}; w_1 \text{ gilt für Böden mit Ca- und Mg-Belegung}$$

$$w_2 = \sim 7 \text{Hy}; w_2 \text{ gilt für Böden mit Na-Belegung}$$

bestimmt. Hierbei entspricht Hy dem Hygroskopizitätswert nach Mitscherlich. Zunker<sup>3)</sup> bestimmt experimentell den Wassergehalt, der nicht an der Bewegung in flüssiger Form teilnimmt, zu  $\sim 2 \text{Hy}$ , was dem obigen Wert  $w_1$  entspricht.

Die Kraft, mit der das lentokapillare Wasser gehalten wird, berechnet sich zu  $6,25 \text{ at}^4$ ).

Überblickt man die oben mitgeteilten Ergebnisse, so empfiehlt sich, bei Voranschlägen über gewinnbare Wassermengen, zur Feststellung des „Freien Durchflußquerschnittes“ den doppelten bzw. 7fachen Wert der Hygroskopizität nach Mitscherlich vom Porenvolumen (scheinbares Porenvolumen =  $n$ ) abzuziehen. In reinen Sanden ist der Hygroskopizitätswert klein. In natürlichen Grundwasserleitern sind aber reine Sande sehr selten vorhanden. Immer finden sich lehmige und tonige oder auch schluffartige Beimengungen und Einlagerungen.

Das hygroskopische Wasser engt also normalerweise ebenso wie das lentokapillare das für den Wasserdurchfluß verfügbare Porenvolumen ein. Erst bei außerordentlich hohen Drucken (bei

<sup>1)</sup> Blanck, E.: a. a. O., I. Ergänzungsband, Berlin 1939.

<sup>2)</sup> Vageler, P.: Der Kationen- und Wasserhaushalt des Mineralbodens, Berlin 1932.

<sup>3)</sup> Blanck, E.: a. a. O., I. Ergänzungsband, Berlin 1939.

<sup>4)</sup> Blanck, E.: a. a. O., I. Ergänzungsband, Berlin 1939.

gespanntem Grundwasser) kommt auch das lentokapillare Wasser in Bewegung.

Die Hygroskopizität nach Mitscherlich ist nach folgender Formel bei der Ermittlung der Volumenprocente zu berücksichtigen:

$$n_0 = n - \frac{Hy(1-n) \cdot 2,65}{100} \quad (13)$$

Unter Berücksichtigung des lentokapillaren Wassers ergibt sich:

$$n_0 = n - \frac{3 Hy(1-n) \cdot 2,65}{100} \quad (14)$$

Hierbei wird  $n_0$  als sog. spannungsfreies Porenvolumen nach Zunker bezeichnet.

## 2. Das kapillar gebundene Wasser

An der Einengung des Freien Querschnittes beteiligt sich vor allem das kapillar gebundene Wasser. Um das Wasser in den kapillaren Hohlräumen zum Abfluß zu bringen, ist, zuzüglich der Reibungswiderstände, die gleiche Druckspannung erforderlich, die der Saugspannung in den verschiedenen Kapillaren entspricht. Eine größere Saugspannung als 1 at ist nicht möglich. Dies besagt, daß erst bei einer Druckspannung von mehr als 10 m Wassersäule auch das Wasser in den Feinkapillaren zum Fließen gebracht werden kann. Bei freiem Grundwasserspiegel muß also der Grundwasserhorizont eine wesentlich größere Mächtigkeit als 10 m haben, damit ein Maximum des vorhandenen Querschnittes (Porenraumes) für den Grundwassertransport zur Verfügung steht.

Zur Bestimmung des Kapillarwassers haben unter anderen Zunker<sup>1)</sup>, Fischer und Sekera<sup>2)</sup> Untersuchungsmethoden entwickelt. Durch Absaugvorrichtungen, deren Saugspannung eingestellt werden kann, wird die in den Kapillaren vorhandene Wassermenge entfernt und gemessen. Nach Zunker<sup>3)</sup> sind auch

<sup>1)</sup> Blanck, E.: a. a. O., I. Ergänzungsband, Berlin 1939.

<sup>2)</sup> Blanck, E.: a. a. O., I. Ergänzungsband, Berlin 1939.

<sup>3)</sup> Zunker, F.: Die Durchlässigkeit des Bodens, Z. f. Pflanzenernährung, 1932.



Apparate im Gebrauch, die durch Anwendung von Luftdruck wesentlich höhere Druckspannungen als 1 at anzuwenden gestatten. Den Anteil der einzelnen Größenklassen der kapillaren Hohlräume festzustellen, gelingt annähernd durch die von Sekera<sup>1)</sup> eingeführte Strukturanalyse. Mit Hilfe der von H. Bechtold<sup>2)</sup> mitgeteilten Gleichung

$$p = \frac{2 \cdot a^2}{d \cdot 10^4} \text{ at}$$

wird der „Äquivalentdurchmesser“ =  $d$  bestimmt. Der Begriff „Äquivalentdurchmesser“ wurde von Sekera gewählt, weil die obige Gleichung nur für Kapillare von kreisförmigem Querschnitt gilt. Die Gestalt des Porenraumes des natürlichen Bodens ist aber ungleichförmig.

„Mit stufenweiser Steigerung der Saugspannung (bzw. Druckspannung) werden immer kleinere Kapillaren entleert.“ Nachfolgende Zusammenstellung gibt hierüber Aufschluß:

Tabelle 3

Saugspannung at	Wassersäule m	Äquivalent $\varnothing$ m/m
0,010	0,10	0,3
0,015	0,15	0,2
0,03	0,30	0,1
0,08	0,60	0,05
0,1	1,00	0,03
0,15	1,50	0,02
0,3	3,00	0,01
1,0	10,00	0,003

Mit Hilfe der Absaugmethode gelingt es also, den Anteil des Kapillarraumes am Gesamtporenraum festzustellen, und zwar getrennt nach Größenordnungen. Versuchsmäßig ermittelt Zunker<sup>3)</sup> folgende Werte:

<sup>1)</sup> Sekera, F.: Die Strukturanalyse des Bodens, Boden- und Pflanzenernährung, 1938.

<sup>2)</sup> Blanck, E.: a. a. O., I. Ergänzungsband, Berlin 1939.

<sup>3)</sup> Blanck, E.: Handbuch der Bodenlehre, 6. Bd., Berlin 1930.

Tabelle 4

	Grober Odersand	Mittlerer Odersand	Feiner Odersand	Hohen- bocker Glassand	Bleich- sand	Schluff- sand	Sandiger Lehm
Porenvolumen %	35,5	35,0	35,2	37,2	38,1	46,6	42,2
Rest-Wassergehalt Vol.-%	3,82	3,06	4,31	5,15	13,41	17,39	28,16
Anteil des Porenraumes <0,003 m/m am Porenvolumen*)	10,76	11,35	12,23	13,82	35,23	37,34	66,64

Weiterhin wurden durch die Absaugmethode folgende Werte experimentell festgestellt<sup>1)</sup>:

Tabelle 5

Bodenart	Poren- volu- men	Anteil der Porengröße in % des Porenvolumens			
		> 0,03 m/m	0,03—0,01 m/m	0,01—0,003 m/m	< 0,003 m/m
Lehmiger Sand	42,6	48,1	21,1	7,3	23,4
Lehm	46,2	13,0	17,7	19,5	48,0
Schluff	49,6	0,9	6,9	38,7	53,6
Ton	51,0	3,5	5,5	10,6	80,4

Bei einer Saugspannung von 1,50 m (Äquivalentdurchmesser = 0,02 m/m) wurden die in Tab. 6<sup>2)</sup> mitgeteilten Ergebnisse beobachtet:

Tabelle 6

Bodenart	Anteil der Porengröße in % des Porenvolumens				
	< 0,02 m/m	0,02—0,05 m/m	0,05—0,1 m/m	0,1—0,2 m/m	> 0,2 m/m
Quarzsand 0,5—1,0 m/m	4,0	4,2	8,8	80,5	2,5
Toniger Lehm	98,0	3,0	0,8	0,2	—
Schluffsand	20,0	40,0	35,0	5,0	—
Schlufflehm	68,0	23,5	6,5	2,0	—

Wöllny<sup>3)</sup> untersuchte Quarzsand bestimmter Körnungen und fand folgende Beziehungen:

\*) Bei der Absaugmethode nach Zunker wurde mit einer Saugspannung von 10 m Wassersäule gearbeitet.

<sup>1)</sup> Blanck, E.: a. a. O., I. Ergänzungsband, Berlin 1939.

<sup>2)</sup> Blanck, E.: a. a. O., I. Ergänzungsband, Berlin 1939.

<sup>3)</sup> Wöllny, E.: Untersuchungen über die Wasserkapazität der Bodenarten, Forschgn. Gel. Agrikult.-Phys. 8, 1885.

Tabelle 7

Körnung m/m	Poren- volu- men %	Anteil der Porengrößen in Vol.-%		Anteil d. Porengrößen i. % d. Porenvolumens	
		Saugspanng. ~ 1,00 m < 0,03 m/m Ersatzporen	Saugspanng. ~ 0,15 m < 0,2 m/m Ersatzporen	Saug- spannung ~ 1,00m	Saug- spannung ~ 0,15m
Sehr grober Sand 2-1	38,2	3,66	34,52	9,6	90,7
Grobsand 1-0,5	39,1	4,14	37,10	10,6	94,9
Mittelsand 0,5-0,25	40,6	4,38	38,69	10,8	90,3
Feinsand 0,25-0,171	41,3	5,08	40,2	12,3	97,3
0,171-0,114	43,6	6,03	42,3	13,8	97,0
Feinsand grob 0,114-0,071	46,9	33,27	44,46	70,90	94,8
0,071-0,01	47,9	35,56	44,9	76,3	93,7

Für unverfestigte Bodenschichten bestätigt sich bei einem Überblick über die Tab. 4-7 die bekannte Erfahrung, daß mit steigendem Anteil des Feinkornes und mit wachsender Gleichkörnigkeit auch das Porenvolumen wächst. Kögler und Scheidig<sup>1)</sup> geben als Porenvolumen nachfolgende Erfahrungswerte an:

Tabelle 8

Bodenart	Porenvolumen %
Ungleichkörnige Kiessande	15-30
Gleichkörnige natürl. Sande	25-50
Lehme	25-40
Löß	40-60
Weiche Tone	50-70

Dies besagt aber keineswegs, daß mit wachsendem Porenvolumen auch der für den Wasserdurchfluß freie Querschnitt wächst. Beispielsweise kann für einen sandigen Lehm mit einem Gesamtporenraum von etwa 40% der Anteil der Poren mit Äquivalentdurchmesser < 0,003 m/m etwa 70% des Porenvolumens betragen. Es stehen also bei einer Druckspannung von 10 m Wassersäule nur etwa  $40 \cdot 0,7 \cdot 40 = 12\%$  Porenraum für den freien

<sup>1)</sup> Kögler und Scheidig: Baugrund und Bauwerk, Berlin 1939.

Durchfluß zur Verfügung. Andererseits kann ein Sand mit nur etwa 35% Gesamtporenraum, wobei der Anteil der Ersatzporen  $< 0,003$  m/m am Porenraum aber nur etwa 10% ausmacht, unter den gleichen Druckverhältnissen einen freien Querschnitt von etwa  $35 - 0,1 \cdot 35 = 31\%$  aufweisen (vgl. Tab. 4).

Wie die Tab. 4–7 ausweisen, steigt mit anwachsendem Anteil des Feinkornes auch der Anteil der Ersatzporen mit  $< 0,003$  m/m Äquivalentdurchmesser. Er beträgt bei sandigem Lehm etwa 66% (s. Tab. 4) und bei lehmigem Sand etwa 23% (Tab. 5) des Porenvolumens, während er bei Grobsand bis zu Schluffsand von etwa 11% auf 37% des Porenvolumens ansteigt (Tab. 4). Hieraus ergibt sich die Schlußfolgerung, daß mit wachsendem Anteil des Feinkornes bei sonst gleichen hydraulischen Verhältnissen der für den Wasserdurchfluß vorhandene freie Querschnitt stark abnimmt. Als Folge steigen die Reibungsverluste an, was sich wiederum in einer Verminderung der Wasserergiebigkeit auswirken muß. Bei Voranschlägen über die mögliche Wasserlieferung aus einem Grundwasserleiter ist es daher notwendig, den der jeweiligen Druckspannung entsprechenden Freien Durchflußquerschnitt richtig festzustellen.

Der Freie Durchflußquerschnitt wird also bestimmt vom Porenvolumen, vom Anteil der verschiedenen Porengrößen am Porenvolumen und vom Druck. Von all diesem hängt es ab, welche Porengrößen noch an der Wasserlieferung teilnehmen, und zwar derart, daß mit wachsendem Druck (vgl. Tab. 3) immer kleinere Poren den Wasserdurchfluß gestatten. F. Alten und B. Kurmies<sup>1)</sup> bezeichnen das in den Bodenkapillaren mit einem Äquivalentdurchmesser  $< 0,003$  m/m verbleibende Wasser und die Adsorptionswasserschichten als den dynamisch unwirksamen Anteil des Bodenwassers. Für Grundwasserströme mit freiem Spiegel und Brunnen von nicht mehr als 10,00 m Tiefe dürfte das auch zutreffen, da hier die Druckspannung immer höchstens 10,00 m Wassersäule beträgt. Jedoch bei gespanntem Wasser und in Grundwasserströmen von wesentlich mehr als 10,00 m Tiefe kann nicht alles bei einer Saugspannung von 1 at im Bodenmaterial verbleibende Wasser als dynamisch unwirksam bezeichnet werden.

<sup>1)</sup> Blanck, E.: a. a. O., I. Ergänzungsband, Berlin 1939.

Hierbei ist zu berücksichtigen, daß für die Grundwassergewinnung in der Praxis meist nur in geringer Tiefe liegende, aus kohäsionslosem Material aufgebaute Bodenschichten herangezogen werden (z. B. Talalluvionen). In diesem Bodenmaterial ist der Anteil der Ersatzporen mit  $\varnothing < 0,003$  m/m am Gesamtporenraum nur gering (etwa 10%, vgl. Tab. 4–7). Jedoch bei Wasserhaltungsarbeiten im Tiefbau kommt häufiger der Fall vor, sehr feinkörnige Sande zu entwässern, was nur gelingen kann, wenn ein der Saugspannung der Porengrößen entsprechender hydrodynamischer Druck vorhanden ist bzw. geschaffen wird.

Die häufiger zu beobachtende Tatsache, daß selbst sehr feinkörnige und verfestigte Gebirgshorizonte (z. B. Sandsteine) bei gespanntem Grundwasser relativ große Ergiebigkeit aufweisen, ist darauf zurückzuführen, daß der Freie Durchflußquerschnitt infolge des großen Druckes fast dem gesamten vorhandenen Porenvolumen entspricht.

Über das Porenvolumen der als Grundwasserträger vorkommenden Bodenmaterialien sind zahlreiche Untersuchungen angestellt worden. Piefke<sup>1)</sup> ermittelte folgende Werte:

Tabelle 9

	Nr. I Grand (Kiesiger Sand) ziemlich gleich- förmig	Nr. II Grober Grand (grober Sand) gleich- förmiger	Nr. III Scharfer Sand (grober Sand) gleich- förmig	Nr. IV Feiner Sand (mittlerer Sand) gleich- förmig	Nr. V Sehr fei- ner Sand (Fein- sand) gleich- förmig
Porenvolumen %	24,9	31,4	32,3	33,6	34,0

Flügge<sup>2)</sup> stellte folgende Porenvolumen fest:

Tabelle 10

	Sand und Kies	Sand	Kies	Lehm
Porenvolumen %	23,1–28,9	35,6–40,8	33,4–40,1	36,2–42,5

<sup>1)</sup> Piefke: Bericht über die Fortführung eines Versuches betreffs Gewinnung eines reinen Brunnenwassers, Berlin 1886.

<sup>2)</sup> Flügge: Die Porösität des Bodens, Beitr. zur Hygiene, Leipzig 1879.

Wintgens<sup>1)</sup> bestimmte das Porenvolumen in Verbindung mit dem Korndurchmesser zu:

Tabelle 11

	Grober Flußsand	Mittelkies	Feinkies	Grobsand	Mittelsand
Porenvolumen %	14,0—25,0	37,0	36,0	36,0—40,0	42,0

G. Thiem<sup>2)</sup> ermittelte folgende Zusammenhänge:

Tabelle 12

	Porenvolumen %	
	geschüttet	ungeschüttet
Feiner Sand	31,5	25,0
Mittelsand	29,8	27,0
Grober Kies	29,0	26,7
Feiner Kies	18,8	18,3

Durch Zunker<sup>3)</sup> wurden folgende Porenvolumen ermittelt:

Tabelle 13

Sandfreier, grober Rhein-Kies	Rhein-Kies grob	Rhein-Kies	Rhein-Kies und Schutt	Rhein-Sand gleichkörnig
29,5	23,1—25,2	22,9	28,6	36,2

Bei der Auswertung der experimentellen Ergebnisse ist zu beachten, daß die Ermittlung des Porenvolumens nach den früher üblichen direkten Methoden nicht sehr genau möglich ist. In vielen Fällen ist auch die Entnahme ungestörter Bodenproben aus kohäsionslosem Bodenmaterial sehr schwierig, wenn nicht unmöglich. Gestörte Proben liefern aber infolge der eingetretenen Auflockerung zu großes Porenvolumen. Erfahrungsmäßig steht auch fest, daß mit wachsender Korngröße das Porenvolumen abnimmt. In Zusammenfassung der in den Tab. 4—13 mitgeteilten Zahlenwerte können daher für hydrologische Voranschläge folgende häufige Werte in Ansatz gebracht werden, wobei der

<sup>1)</sup> Wintgens: Grundwasser und Quellenkunde, Berlin 1917.

<sup>2)</sup> Thiem, G.: Steinbruch und Sandgrube, 1926.

<sup>3)</sup> Blanck, E.: a. a. O., 6. Bd., Berlin 1930.

Gleichförmigkeits- bzw. Ungleichförmigkeitsgrad zu berücksichtigen ist:

Tabelle 14

	Kies	Sand			Triebsand	Lehm
		grob	mittel	fein		
Porenvolumen-%	15-30	20-35	25-40	25-40	35-45	40-45

Für hydrologische Voranschläge empfiehlt es sich unbedingt, je nach dem Arbeitszweck (Wassergewinnung oder Wasserhaltung) jeweils die unteren bzw. oberen Grenzwerte anzusetzen, um auf der Sicherheitsseite zu bleiben.

Für die Ermittlung des Freien Durchflußquerschnittes bei den verschiedenen hydrodynamischen Druckverhältnissen ist weiter zu beachten, daß bei Spiegelabsenkung am Brunnen von etwa 10,00 m auch bei groben und mittleren Sanden nur etwa 90% des Porenvolumens für den Wasserdurchfluß ausgenützt werden können (vgl. Tab. 4), für feine Sande nur etwa 80-85% und für Triebsand und Lehm nur 60% bzw. 30%. Bei Absenkung von ungefähr 15 cm beteiligen sich auch bei groben Sanden nur etwa 5-10% des Porenvolumens an der Wasserlieferung, während der größte Teil des Porenvolumens durch kapillar gebundenes Wasser ausgefüllt bleibt (vgl. Tab. 7). Je nach der Tiefe des Grundwasserstromes und des Brunnens, sowie entsprechend der beabsichtigten Absenkung, kann man also den Freien Durchflußquerschnitt nur als Bruchteil des Gesamtporenraumes (Porenvolumens) ermitteln. Im nachfolgenden wird der Einfluß des Kapillarwassers auf den Durchflußquerschnitt durch die Größe  $c$  ausgedrückt.

Die vorstehenden Ausführungen sind besonders wichtig für die Bestimmung der Reichweite der Grundwasserabsenkungen (vgl. Abschnitt E: Die Depressionskurve).

Der Quotient  $c$  entzieht sich z. Z. noch der mathematischen Behandlungsmöglichkeit, weil ausreichendes Beobachtungsmaterial fehlt. Umfangreiche Versuche zur Feststellung der Anteile der einzelnen Porengrößen in den verschiedenen Grundwasserleitern sind notwendig, um funktionelle Beziehungen aufzudecken. Einzelne, allgemein gültige Sätze heben sich aber doch

schon nach dem bisher vorliegenden Beobachtungsmaterial mit Deutlichkeit ab.

1. In allen Grundwasserleitern beträgt der Anteil der Ersatzporen  $< 0,2 \text{ m/m } \varnothing$  mindestens 90% des Gesamtporenraumes. Das besagt, daß sich bei einer Absenkung von  $\leq 0,15 \text{ m}$  höchstens 10% des Porenraumes am Durchfluß des Grundwassers beteiligen (vgl. Tab. 4–7).

2. In kiesigen und sandigen Grundwasserleitern sind höchstens 15% des Gesamtporenraumes als Ersatzporen mit  $< 0,03 \text{ m/m } \varnothing$  vorhanden. Etwa 85% der Poren beteiligen sich demnach an der Wasserlieferung (vgl. Tab. 4, 6 und 7) bei einer Absenkung von  $s \sim 1,00 \text{ m}$ .

Erst in Grundwasserleitern, bei denen der Anteil der Korngröße  $< 0,1 \text{ mm}$  wesentlich ist (Lehm, Mo-Schluff, Ton), beträgt der Anteil der Ersatzporen mit  $< 0,03 \text{ m/m } \varnothing$  70% und mehr, so daß höchstens 30% des Gesamtporenraumes bei einer Absenkung von  $s \leq 1,00 \text{ m}$  frei von Kapillarwasser sind. Für die Grundwassergewinnung scheiden diese Horizonte im allgemeinen praktisch aus. Sie werden aber von Bedeutung bei Grundwasserhaltungen.

3. In kiesigen und sandigen Grundwasserleitern beträgt der Anteil der Ersatzporen mit  $< 0,003 \text{ m/m } \varnothing$  10–15%. Ein Durchfluß findet bei einer Absenkung von 10,00 m und mehr, also bei 85–90% des Gesamtporenraumes statt.

Es zeigt sich demnach, daß das Maximum des durchflossenen Porenraumes bei Berücksichtigung des Kapillarwassers erst mit einer Absenkung von 10,00 m ab erreicht wird. Für lehmige, schluffige und tonige Grundwasserleiter trifft dies jedoch nicht zu. Hier macht auch bei einer Absenkung von 10,00 m der durchflossene Porenraum erst rund 30% bzw. rund 20% des Gesamtporenraumes aus (vgl. Tab. 4 und 5).

Die Absaugmethode nach Zunker kann nur das Kapillarwasser, nicht aber das hygroskopische und lentokapillare Wasser feststellen. Der Quotient  $c$  ist demnach auf das spannungsfreie Porenvolumen  $n_0$  zu beziehen. Unter Berücksichtigung des hygroskopischen, lentokapillaren und Kapillarwassers ermittelt sich demnach der Freie Durchflußquerschnitt je Flächeneinheit, den verschiedenen Absenkungen entsprechend, zu:

$$n_0 \cdot c$$



Der Freie Durchflußquerschnitt am Brunnen für den Durchfluß des Gas-Wasser-Gemisches nach vorgenommener Absenkung im Brunnen beträgt demnach:

$$2 \cdot r \cdot \pi (H - s) n_0 \cdot c$$

Hiernach ist besonders darauf hinzuweisen, daß der Freie Durchflußquerschnitt sowohl eine Funktion der Absenkung, des Porenraumes, der strukturellen Eigenschaften des Grundwasserleiters (Einfluß der Hygroskopizität und des Quotienten  $c$ ) als auch der Tiefe des Grundwasserstromes ist. Selbst bei einer über den Gesamtquerschnitt des Grundwasserleiters als gleichbleibend angenommenen Struktur und gleichem Porenvolumen ändert sich der Freie Durchflußquerschnitt je Flächeneinheit mit wechselnder Absenkung, da sich damit auch  $c$  ändert. Einen konstanten Durchflußbeiwert  $k$ , der bisher in der Hydrologie auch für verschiedene Absenkungen angenommen wurde, kann es also nicht geben.

Es wurde schon darauf hingewiesen, daß zur Bestimmung des Quotienten  $c$  eingehende und umfangreiche Bestimmungen an den Bodenmaterialien der verschiedenen Grundwasserleiter notwendig sind, um funktionelle Beziehungen aufzudecken. Nach dem bisher vorliegenden Beobachtungsmaterial (vgl. oben) wur-

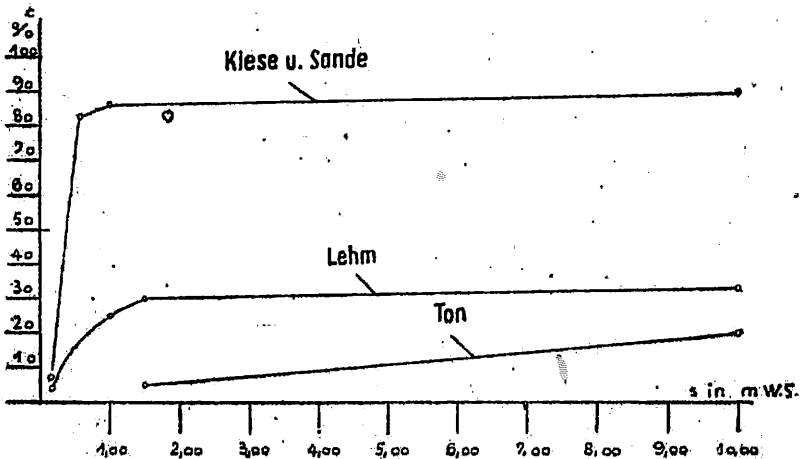


Abb. 4. Interpolations-Kurven  $c$  nach Zunker, Wollny und anderen

den die in Abb. 4 dargestellten Interpolationskurven für  $c'$  gezeichnet. Die Interpolationskurven für kohäsionsloses Bodenmaterial (Kiese und Sande) gelten mit der Maßgabe, daß bei Absenkungen größer als 10,00 m rund 90% des spannungsfreien Porenvolumens durchflossen werden. In Ausnahmefällen, bei sehr mächtigen Grundwasserleitern und gespanntem Grundwasser, wird man bei Wasserdruck von mehr als 6,25 at den gesamten Porenraum ansetzen können. Das gleiche gilt für verfestigte Sedimente (Sandstein, Konglomerate), sofern festgestellt wurde, daß die Bewegung des fließenden Mediums tatsächlich im Porenraum und nicht auf Klüften des Gesteins erfolgt. Für Grundwasserleiter mit kohärentem Material (Mo-Schluff, Lehm, Ton) liegen für Drucke von mehr als 10,00 m Wassersäule noch keine Beobachtungen darüber vor, in welchem Ausmaß sich der Freie Durchflußquerschnitt mit weiter ansteigendem Druck vergrößert.

### 3. Weitere den Freien Durchflußquerschnitt einengende Faktoren

Zunker<sup>1)</sup> hat wiederholt darauf hingewiesen, daß in Brunnen-nähe eine erhebliche Ausscheidung von Gasbläschen aus dem Grundwasser stattfindet, die in den Poren den Abflußquerschnitt einengen und besonders bei sehr feinkörnigen Grundwasserträgern zu Verstopfungen führen müssen. Experimentell wurde ermittelt, daß bei gröberen Sanden die nach der Absaugmethode ermittelte Wassermenge kleiner war als das minimale Porenvolumen<sup>2)</sup>. Ein Teil der Poren war also mit Gas gefüllt. Luftdruck und Teildruck des Gases (Luft, Kohlensäure, Schwefelwasserstoff und Methan) bestimmen seine Löslichkeit im Wasser. Mit sinkendem Luftdruck fließen Quellen und Dränagen stärker. King<sup>3)</sup> beobachtete Schwankungen in Dränwasserabflüssen bis zu 15% und bei Quellschüttungen bis zu 8%. Mit sinkendem Druck, also in der Nähe der Brunnen, da hier die Absenkung den Höchstwert erreicht, wächst die Gasausscheidung. Sie kann so beträchtlich werden, daß bei Vorhandensein einer über dem Grundwasserträger liegenden abdichtenden Deckschicht die

<sup>1)</sup> Blanck, E.: a. a. O., 6. Bd., Berlin 1930.

<sup>2)</sup> Blanck, E.: a. a. O., I. Ergänzungsband, Berlin 1939.

<sup>3)</sup> King,.: The soil, New York 1900.

Selbstlüftung nicht genügt und eine Ableitung der Gase notwendig wird.

Haefli<sup>1)</sup> stellt experimentell fest, daß bei einer Steigerung des Bodendruckes von 0,5 auf 4,0 kg/cm<sup>2</sup> das Porenvolumen nur um etwa 4% abnahm, während die Durchlässigkeitsziffer auf fast 60% zurückging. Vageler und Alten<sup>2)</sup> meinen jedoch, daß bereits in relativ geringer Tiefe u. G. O. K. das minimale Porenvolumen, das der festesten Lagerung entspricht, vorhanden ist. Nach Erreichung des minimalen Porenvolumens stützen sich die Einzelteilchen der Gesteine gegenseitig ab. Das in dem Porenraum noch vorhandene Wasser läßt sich also durch Erhöhung der Auflast nicht entfernen. Je größer die Quellfähigkeit eines Bodens ist, desto zusammendrückbarer ist er. Auch Kiese und Sande weisen noch eine Zusammendrückbarkeit aus, wenn auch in sehr geringem Maße. Jeder natürliche Grundwasserträger setzt sich aber aus Schichten verschiedener Steife zusammen. Eine Absenkung des Grundwasserspiegels hat infolge Wegfalls des Auftriebes im Grundwasserleiter eine Druckzunahme im Korngerüst zur Folge. Je nach dem Steifewert des Bodenmaterials wird eine Zusammendrückung im Grundwasserträger erfolgen, die eine Verminderung des Porenvolumens und eine Strukturveränderung verursacht. Am größten ist diese Belastung in der Nähe des Brunnens, weil hier die Absenkung den Höchstwert erreicht. Die Belastungszunahme beträgt unterhalb des abgesenkten Spiegels

$$(1 - n) s \text{ kg/cm}^2$$

Rom<sup>3)</sup> errechnet für eine Grundwasserabsenkung von 5,00 m in Kiessand einen Setzungsbetrag von 0,1 cm, bei Torfeinen solchen von 75 cm. Er benutzt hierfür eine Formel von Kögler<sup>4)</sup>. Wenn auch die zusätzliche Druckbelastung bei Sanden und Kiesen nur eine geringe Verminderung des Porenvolumens zur Folge hat

<sup>1)</sup> Haefli: Mechanische Eigenschaften von Lockergesteinen, Schweiz. Bauzeitung, 1938.

<sup>2)</sup> Vageler, P., und Alten, F.: Böden des Nil und Gash, Zeitschrift für Pflanzenernährung 1932.

<sup>3)</sup> Rom, H.: Grundwasserabsenkung und Bodenbewegungsvorgänge im Deckgebirge bei Grundwasserentziehung, Mitteilung a. d. Markscheidewesen 1939.

<sup>4)</sup> Kögler-Scheidig: a. a. O.

(vgl. Beobachtungen Haefili), so kann doch infolge Änderung der Porenarten (Strukturänderung) selbst bei gleichbleibendem hydrostatischem Druck eine wesentliche Änderung des Freien Durchflußquerschnittes verursacht werden. In der Praxis ist aber bei jeder Grundwasserabsenkung mit einer Verminderung des Auftriebes eine Erhöhung der Bodenbelastung vorhanden.

Es soll noch erwähnt werden, daß sich infolge der oben angeführten Gasausscheidungen in Brunnennähe chemische Ausscheidungen bilden (vor allem Kalk- und Manganverbindungen). Diese Ausfällungen führen gleichfalls zur Verkleinerung des Durchflußquerschnittes.

Von den vorstehend aufgeführten Erscheinungen lassen sich Querschnittsveränderungen infolge Erhöhung der Auflast oder hervorgerufen durch chemische Ausfällung mathematisch nicht behandeln. Diese Vorgänge lassen sich noch nicht auf Maß und Zahl zurückführen, weil hinreichende Untersuchungen an den verschiedenen Grundwasserleitern bisher noch fehlen.

Unter bestimmten, vereinfachenden Voraussetzungen ist es aber möglich, die besonders ins Gewicht fallenden Gasausscheidungen zu erfassen.

Für unsere geographische Breite kann für vadoses Grundwasser in den unverfestigten Sedimenten geringer Tiefenlage im allgemeinen mit einer Grundwassertemperatur von etwa 10–12°C gerechnet werden. Bei unbeeinflußtem Grundwasserspiegel stellt sich schließlich ein Gleichgewichtszustand zwischen in Lösung gehenden und entweichenden Gasen der Bodenluft ein, bei dem der Zustand der Sättigung erreicht wird. Die Löslichkeit der Gase im Grundwasser hängt von der Art der Gase, dem Luftdruck, dem Teildruck und der Temperatur ab. Die bei Sättigung gelöste Gasmenge ist bei gleichbleibender Temperatur dem Partialdruck über dem Wasserspiegel direkt proportional (Gesetz von Henry). Da aber das Gasvolumen dem Druck umgekehrt proportional ist, lösen sich unabhängig vom Druck bei gleicher Temperatur stets gleiche Volumina des Gases. In den nachfolgenden Darlegungen wird lediglich die Kohlensäure berücksichtigt. Die Löslichkeit der in der Bodenluft vorhandenen sonstigen Gase ist so gering, daß sie praktisch nicht ins Gewicht fällt.

Bei nicht abgesenktem Grundwasserspiegel beträgt der Druck

$b$  (Luftdruck) +  $n_0 s$  at, wobei  $s$  in at  $\sim \frac{W \cdot S \cdot m}{10}$  auszudrücken ist. Für die Praxis genügt es,  $b = 1$  at zu setzen.

Bezeichnet  $G$  das Gewicht der die Gewichtseinheit Wasser begleitenden Gasmenge, so ist

$$\frac{G}{\eta \cdot (b + n_0 s)} = \lambda = 1,2 \text{ cm}^3 \text{ } ^1) \quad (15)$$

Setzt man für  $\frac{G}{\eta} = R$ , das ist das gesamte Gasvolumen gemessen beim Druck 1, das die Gewichtseinheit Wasser begleitet, so ist

$$\frac{R}{b + n_0 s} = \lambda; \quad (16)$$

$$R = \lambda (b + n_0 s) \quad (17)$$

Bei Gleichgewicht, also unbeeinflusstem Grundwasserspiegel, sind Gasbläschen im Wasser nicht vorhanden. Es besteht demnach die Beziehung: Gasvolumen = Absorptionsvolumen. Eine Absenkung  $s$  entspricht einer Druckentlastung um den Betrag  $n_0 \cdot s$ . Entsprechend dem Henryschen Gesetz scheidet sich eine bestimmte Gasmenge aus, während das im Wasser bleibende Absorptionsvolumen gleichbleibt. Mithin gilt die Gl.

$$\frac{R_1}{b} = \lambda \quad (18)$$

Die Differenz der Gl. (17) und (18) ergibt das Gasvolumen, das sich infolge der Druckentlastung nach Absenkung ausscheidet und die Gewichtseinheit Wasser begleitet.

$$R - R_1 = \lambda \cdot n_0 \cdot s \quad (19)$$

Es bewegt sich also nach eingetretener Absenkung nicht nur eine Komponente (Wasser) allein zum Brunnen, sondern das Gemisch zweier Komponenten (Gas und Wasser). Der Schwerentmischung der beiden Komponenten stehen die durch das Korngerüst des Grundwasserleiters bedingten Widerstände entgegen. Die Gasbläschen expandieren entsprechend der in Richtung des Brunnens zunehmenden Druckentlastung. Einen zusätzlichen Impuls erhalten sie in dieser Richtung durch die gleichfalls auf den Brunnen gerichtete Bewegungskomponente des Grundwassers.

<sup>1)</sup> Absorptionskoeffizient für Kohlensäure bei 10°C und 1 (at) = 1,2 cm<sup>3</sup>. Besitzt das Wasser eine höhere Temperatur, so ist der entsprechende Absorptionskoeffizient zu berücksichtigen.

Je Raumeinheit eines Grundwasserleiters sind an Gewichtseinheiten Wasser, das sich an der Gasausscheidung beteiligt,  $n_0$  vorhanden. Das Gasvolumen je Raumeinheit beziffert sich demnach auf:

$$n_0 \cdot \lambda n_0 s = n_0^2 \lambda s \quad (20)$$

Der für den Grundwasserdurchfluß vorhandene Freie Durchflußquerschnitt beträgt je Flächeneinheit mithin:

$$n_0 c - n_0^2 \lambda s \quad (21)$$

$$n_0 (c - n_0 \lambda s) \quad (22)$$

Hierbei ist zu beachten, daß in Gl. (22) der Absenkungsbetrag nicht in Metern eingesetzt wird, sondern als Druck. Einer Absenkung von 5,00 m Wassersäule entspricht mit genügender Genauigkeit ein Druck von 0,5 at.

In vorstehenden Darlegungen ist unberücksichtigt geblieben, daß natürliche Wasser (z. B. aus größeren Tiefen, Mineralwasser) größere Gasmengen enthalten können, so daß die Beziehung Gasvolumen = Absorptionsvolumen bei unbeeinflusstem Spiegel nicht mehr zutrifft. In diesem Falle ist die tatsächlich sich auscheidende Gasmenge für verschiedene Druckentlastungen (Absenkungen) experimentell zu bestimmen. Häufiger enthält Grundwasser auch infolge besonderer Eigenschaften des Grundwasserleiters (z. B. bestimmter tertiärer Horizonte) größere Mengen von Schwefelwasserstoff gelöst, die besonders berücksichtigt werden müssen, da der Absorptionskoeffizient für Schwefelwasserstoff sehr hoch ist<sup>1)</sup>.

### C. Die Bestimmung der Grundwassergeschwindigkeit

Die Widerstände, die die Komponenten beim Durchströmen des Grundwasserleiters zu überwinden haben, sind auf drei verschiedene Ursachen zurückzuführen, auf

äußere Reibung, innere Reibung und Austrittswiderstand.

Zur Überwindung dieser Widerstände wird Druckhöhe (Absenkungshöhe) verbraucht.

<sup>1)</sup> Landolt-Börnstein: Phys.-chem. Tabellen, Berlin 1923.

### 1. Die äußere Reibung

Sie wird durch das Korngerüst des Grundwasserleiters verursacht. Bezeichnet man die zur Überwindung der äußeren Reibung erforderliche Drückhöhe mit  $s_{r1}$ , so geht dem Brunnen eine Menge von

$$Q_{r\ddot{a}} = 2r \cdot \pi \cdot \sqrt{2g} \cdot (H - s) \cdot \sqrt{s_{r1}} \quad (23)$$

verloren (vgl. Absatz D). Daher besteht die Beziehung

$$\begin{aligned} 2r \cdot \pi \cdot \sqrt{2g} \cdot (H - s) \cdot \sqrt{s} - 2r\pi \cdot \sqrt{2g} \cdot (H - s) \cdot \sqrt{s_{r1}} \\ = 2r\pi \cdot \sqrt{2g} \cdot (H - s) \cdot n_0 \cdot \sqrt{s_{v1}} \end{aligned} \quad (24)$$

In Gl. (24) wird der Einfluß des Korngerüsts durch das spannungsfreie Porenvolumen  $\approx n_0$  ausgedrückt. Aus Gl. (24) ist anzusetzen

$$\sqrt{s} - n_0 \cdot \sqrt{s_{v1}} = \sqrt{s_{r1}} \quad (25)$$

Es ist:

$$s - s_{r1} = s_{v1} \quad (26)$$

Demnach ergibt sich:

$$s_{v1} \cdot (1 + n_0^2) = 2n_0 \cdot \sqrt{s s_{v1}} \quad (27)$$

$$s_{v1} = \frac{4n_0^2 \cdot s}{(1 + n_0^2)^2} \quad (28)$$

Nach Gl. (27) ist:

$$n_0 = \frac{2 \cdot \sqrt{s s_{v1}} \pm \sqrt{4s s_{v1} - 4s_{v1}^2}}{2s_{v1}} \quad (29)$$

Offenbar hat  $n_0$  ein Maximum, sobald

$$n_0 = \frac{2 \cdot \sqrt{s s_{v1}} + \sqrt{4s s_{v1} - 4s_{v1}^2}}{2s_{v1}} \quad (30)$$

Setzt man  $s_{v1} = s$ , was aber nur möglich ist, wenn die gesamte Absenkung  $s$  zur Erzeugung der Geschwindigkeit verbraucht werden kann – also sofern kein Korngerüst vorhanden wäre –, so nimmt  $n_0$  nach Gl. (30) den Wert 1 an (100%), also den höchst möglichen. Diese Überlegung weist deutlich darauf hin, daß die äußere Reibung eine Funktion des Porenvolumens ist. Der Ansatz der Gl. (24) ist also richtig.

Daß die äußere Reibung dem Porenvolumen direkt proportional ist, läßt sich auch aus der Beobachtung folgern, daß mit steigendem Porenvolumen (z. B. Feinsande, Lehm usw.) auch die Absenkungskurven steiler werden und daß mit steigendem Porenvolumen und ansteigendem Gleichförmigkeitsgrad das spannungsfreie Porenvolumen abnimmt.

## 2. Die innere Reibung

Nach Überwindung der äußeren Reibung steht noch die Druckhöhe  $s_{v1} = s - s_{r1}$  zur Verfügung. Die Komponenten strömen dem Brunnen aus dem Grundwasserleiter radial zu. Die einzelnen Stromfäden haben entsprechend ihren verschiedenen Querschnitten verschiedene Geschwindigkeiten. Es besteht also auch senkrecht zur Grundwasserströmung ein Geschwindigkeitsgefälle. Dabei wird Kraft verbraucht, die den schnelleren Stromfäden verzögert bzw. den langsameren beschleunigt. Dieser Kraftverbrauch äußert sich gleichfalls in einem Verbrauch von Druckhöhe (Absenkungshöhe) und ist gleichfalls eine Funktion von  $n_0$ . Die zur Überwindung der inneren Reibung erforderliche Druckhöhe ist mit  $s_{r2}$  bezeichnet. Es ist dann:

$$Q_{r,i} = 2r\pi \cdot \sqrt{2g} \cdot (H - s) \cdot \sqrt{s_{r2}}$$

Dieses Wasser geht dem Brunnen gleichfalls verloren. Analog Gl. (24) ist demnach anzusetzen:

$$\begin{aligned} 2r\pi \cdot \sqrt{2g} \cdot (H - s) \cdot \sqrt{s_{v1}} - 2r\pi \cdot \sqrt{2g} \cdot (H - s) \cdot \sqrt{s_{r2}} \\ = 2r\pi \cdot \sqrt{2g} \cdot (H - s) \cdot n_0 \cdot \sqrt{s_{v2}} \end{aligned} \quad (31)$$

Es ist:

$$s_{v1} - s_{r2} = s_{v2} \quad (32)$$

$$\sqrt{s_{v1}} - n_0 \cdot \sqrt{s_{v2}} = \sqrt{s_{r2}} \quad (33)$$

Unter Berücksichtigung von Gl. (32) gilt dann:

$$s_{v2} \cdot (1 + n_0^2) = 2n_0 \cdot \sqrt{s_{v1} \cdot s_{v2}} \quad (34)$$

Hieraus errechnet sich:

$$s_{v2} = \frac{4n_0^2 \cdot s_{v1}}{(1 + n_0^2)^2} \quad (35)$$



Hinsichtlich der funktionellen Abhängigkeit der inneren Reibung vom Porenvolumen  $n_0$  ergibt sich die gleiche Schlussfolgerung, wie sie in den Gl. (29) und (30) für die äußere Reibung aufgezeigt wurde.

### 3. Der Austrittswiderstand

Offensichtlich wird auch Druckhöhe zur Überwindung des Austrittswiderstandes verbraucht. Im folgenden ist sie mit  $s_3$  bezeichnet, wobei die Beziehung

$$s_{v2} - s_2 = s_{v3} \quad (36)$$

gilt. Der Austrittswiderstand hat seine Ursache darin, daß sich der ursprüngliche Durchflußquerschnitt im Einzugsgebiet des Brunnens auf denjenigen, der unmittelbar am Brunnenmantel vorhanden ist, zusammenzieht. Daher ist dieser Widerstand abhängig vom „Durchflußquerschnitt“ am Brunnen. Es kann daher angesetzt werden:

$$\begin{aligned} 2r \cdot \pi \cdot \sqrt{2g} \cdot (H - s) \cdot \sqrt{s_{v2}} - 2r \pi \cdot \sqrt{2g} \cdot (H - s) \cdot \sqrt{s_3} \\ = 2r \pi \cdot \sqrt{2g} \cdot (H - s) \cdot n_0 \cdot c \cdot \sqrt{s_{v3}} \end{aligned} \quad (37)$$

$$\sqrt{s_{v2}} - n_0 \cdot c \cdot \sqrt{s_{v3}} = \sqrt{s_3} \quad (38)$$

$$s_{v3} \cdot [1 + (n_0 \cdot c)^2]^2 = 2 n_0 \cdot c \cdot \sqrt{s_{v2} \cdot s_{v3}} \quad (39)$$

$$s_{v3} = \frac{4 \cdot (n_0 \cdot c)^2 \cdot s_{v2}}{[1 + (n_0 \cdot c)^2]^2} \quad (40)$$

Die Geschwindigkeitshöhe  $s_{v3}$  ist die zur Erzeugung der Geschwindigkeit in unmittelbarer Nähe des Brunnens allein verbleibende Druckhöhe; indem man die Gl. (28) und (35) in Gl. (40) einsetzt, ergibt sich:

$$s_{v3} = \frac{4 \cdot (n_0 \cdot c)^2 \cdot 4 n_0^2 \cdot 4 n_0^2 \cdot s}{[1 + (n_0 \cdot c)^2]^2 \cdot (1 + n_0^2)^2 \cdot (1 + n_0^2)^2} \quad (41)$$

$$s_{v3} = \frac{64 c^2 \cdot n_0^2 \cdot s}{[1 + (n_0 \cdot c)^2]^2 \cdot (1 + n_0^2)^2} \quad (42)$$

Die tatsächlich vorhandene Geschwindigkeit berechnet sich demnach zu:

$$v_0 = \sqrt{2g} \cdot \sqrt{s_{v3}} = \sqrt{2g} \cdot \frac{8c \cdot n_0^2 \cdot \sqrt{s}}{[1 + (n_0 \cdot c)^2] \cdot (1 + n_0^2)} \quad (43)$$

Das Produkt der im Nenner vorhandenen Größen ist von 1 sehr wenig unterschieden. Für praktische Zwecke genügt es daher, für  $v_0$  zu setzen:

$$v_0 = 8c \cdot n_0^3 \cdot \sqrt{s} \cdot \sqrt{2g} \quad (44)$$

Die Gl. (44) zeigt auf, daß die Geschwindigkeit sowohl eine Funktion von  $c$ , von  $n_0$  und von  $s$  ist, was zu erwarten wäre und durch die Praxis bestätigt wird. Einen konstanten Durchflußbeiwert  $k$ , auch an ein und demselben Brunnen für verschiedene Absenkungen, gibt es daher nicht (vgl. Abschnitt A und B).

## D. Mathematische Ableitung des Bewegungsgesetzes des Grundwassers

Die oben aufgezeigten Mängel führen dazu, daß man sowohl auf die Anwendung der Darcyschen Beziehung, als auch des Hagen-Poiseuilleschen Gesetzes verzichtet. Als Grundlage der Fließbewegung durch ein poröses Medium wird im nachfolgenden die Bernouillische Gleichung benutzt:

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{g} + h = \text{const.} \quad (45)$$

Die Gl. (45) besagt, daß die Summe der Geschwindigkeitshöhe  $\left(\frac{v^2}{2g}\right)$ , der Druckhöhe  $\left(\frac{p}{g}\right)$  und der Ortshöhen innerhalb einer strömenden Komponente längs eines Stromfadens konstant ist.

Die Bernouillische Gleichung ist allgemein gültig. Ihr Anwendungsbereich ist nicht so eng begrenzt, wie z. B. derjenige der Darcyschen Beziehung. Die von Bernouilli aufgestellte Gleichung enthält auch keine Größen, deren Natur als Konstante strittig sind, bzw. von denen nachgewiesen wurde, daß es sich nicht um Konstanten handelt (z. B.  $k$  = Durchlässigkeitsbeiwert). Aus den angeführten Gründen eignet sich die Bernouillische Gleichung für die Theorie der Grundwasserbewegung besser. Sie berücksichtigt nur exakt bestimmbare Größen.

Die Ursache liegt darin, daß diese Gleichung aus einer Differentialgleichung entwickelt wurde. Differentialgleichungen sind frei von Zufälligkeiten und drücken nur das Wesentliche und Gesetzmäßige der Erscheinungen aus, im vorliegenden Falle die Gesetz-

mäßigkeiten für ein strömendes Medium, gleichgültig, ob es sich um Grundwasser, Oberflächenwasser oder Gas handelt.

Die Darcysche Beziehung hingegen ist aus experimentellen Beobachtungen entstanden. Ihre Deutung ist von Massenangaben abhängig, die sich auf die Verhältnisse der gerade gewählten Versuchsanordnung beziehen. Sie ist also nur für den bestimmten, beobachteten Fall gültig und besitzt keine allgemeine Anwendbarkeit.

### 1. Vollkommener Brunnen im Grundwasserstrom mit freiem Spiegel

Unter Hinweis auf Abb. 5 ergeben sich dann folgende Beziehungen:

Bei einer dem Punkt  $P_1$  entsprechenden Absenkung  $s_1$  der strömenden Komponente gilt:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_b}{\rho g} + h_1 = \text{const.} \quad (46)$$

Bei  $P_2$  herrscht der äußere Luftdruck  $p_b$ . Erhöht sich die Absenkung um einen sehr kleinen Betrag auf  $s_2$ , so gilt für  $P_2$ :

$$\frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_b}{\rho g} + h_2 = \text{const.} \quad (47)$$

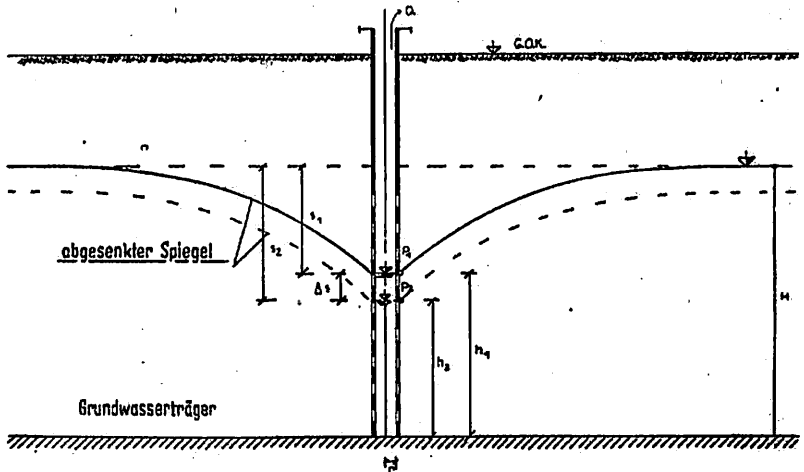


Abb. 5. Vollkommener Brunnen im Grundwasser mit freiem Spiegel

Durch Subtraktion der Gl. (46) von Gl. (47) erhält man:

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = h_1 - h_2 \quad (48)$$

Es ist:

$$h_1 = H - s_1$$

$$h_2 = H - s_2$$

Gleichung (48) ergibt dann umgeformt:

$$(v_2 + v_1)(v_2 - v_1) = 2g(H - s_1 - H + s_2) \quad (49)$$

Es ist:

$$v_2 = v_1 + \Delta v \quad (50)$$

$$s_2 = s_1 + \Delta s \quad (51)$$

Demnach:

$$(v_1 + \Delta v + v_1) \Delta v = 2g(s_1 + \Delta s - s_1) \quad (52)$$

$$2v_1 \cdot \Delta v + \Delta v^2 = 2g \Delta s \quad (53)$$

Beim Übergang zur Grenze wird:

$$\Delta v = dv; \Delta s = ds;$$

$$v dv = g ds \quad (54)$$

Durch Integration wird

$$v = \sqrt{2gs} \quad (55)$$

Mithin ergibt sich unter der zulässigen Vernachlässigung kleiner Größen höherer Ordnung:

$$dv = \frac{g ds}{\sqrt{2gs}} \quad (56)$$

Bei der Absenkung  $s_1$  beträgt die gewinnbare Menge aus einem Brunnen vom Radius  $r$

$$Q_1 = 2r \cdot \pi (H - s_1) v_1 \quad (57)$$

Für  $s_2$  ergibt sich entsprechend:

$$Q_2 = 2r \pi (H - s_2) v_2$$

Hierbei ist  $Q_2 > Q_1$ ;  $s_2 > s_1$  und  $v_2 > v_1$ .

Bei  $2r \pi = a$  ist:

$$\Delta Q = a (H - s_2) v_2 - a (H - s_1) v_1 \quad (58)$$

Unter Benutzung der Gl.(50) und (51) ist dann anzusetzen:

$$\begin{aligned} \Delta Q &= aH(v_1 + \Delta v) - as_2s_2(v_1 + \Delta v) - aHv_1 + as_1v_1 \\ &= a\Delta v(H - s_1) - av_1\Delta s - a\Delta v\Delta s \end{aligned} \quad (59)$$

Beim Übergang zur Grenze läßt sich folgende Differentialgleichung anschreiben:

$$dQ = a(H - s)dv - avds - advds \quad (60)$$

Durch Einsetzen von Gl. (56) in Gl. (60) geht diese über in:

$$dQ = \frac{a(H-s)gd s}{\sqrt{2gs}} - a\sqrt{2gs}ds - \frac{agds^2}{\sqrt{2gs}} \quad (61)$$

Das 3. Glied der Gl. (61) kann als unendlich kleine Größe höherer Ordnung vernachlässigt werden. Durch Integration errechnet sich die Grundgleichung für die Bewegung der strömenden Komponente unter Benutzung von

$$b = \frac{g}{\sqrt{2g}} \text{ zu:}$$

$$\int dQ = abH \int \frac{ds}{\sqrt{s}} - ab \int \frac{s ds}{\sqrt{s}} - a\sqrt{2g} \int \sqrt{s} ds \quad (62)$$

$$\begin{aligned} Q &= abH 2\sqrt{s} - \frac{2ab s^{3/2}}{3} - \frac{2a\sqrt{2g}s^{3/2}}{3} + C \\ &= a\sqrt{s} \left( 2bH - \frac{2bs}{3} - \frac{2\sqrt{2g}s}{3} \right) + C \end{aligned} \quad (63)$$

Durch Einsetzen von  $b = \frac{g}{\sqrt{2g}}$  in Gl. (63) ergibt sich:

$$\begin{aligned} Q &= a\sqrt{s} \left( \frac{2Hg}{\sqrt{2g}} - \frac{2gs}{3\sqrt{2g}} - \frac{2\sqrt{2g}s}{3} \right) + C \\ &= a\sqrt{s} \sqrt{2g} \left( H - \frac{s}{3} - \frac{2s}{3} \right) + C \\ &= a\sqrt{s} \sqrt{2g} (H - s) + C \end{aligned} \quad (64)$$

Durch Einsetzen von  $a = 2r\pi$  in Gl. (64) ergibt sich:

$$Q = 2r\pi (H - s) \sqrt{2gs} + C \quad (65)$$

Für  $s = 0$  wird  $Q = 0$ . Die Integrationskonstante bestimmt sich demnach zu:

$$0 = 0 + C; \text{ d. h. } C = 0$$

Die Grundgleichung für die Bewegung einer strömenden Komponente wird daher abgeleitet zu:

$$Q = 2r\pi(H-s)\sqrt{2gs} \text{ in m}^3/\text{s} \quad (66)$$

Diese Grundgleichung entspricht im Gegensatz zu den bisher in der Hydrologie benutzten Beziehungen völlig den Beobachtungen der Praxis. Sobald keine Entnahme aus dem Brunnen erfolgt, also für  $s = 0$ , wird nach Gl. (66) auch  $Q = 0$ . Ebenso wird aber auch bei  $s = H$  die mögliche Entnahmemenge  $Q = 0$ . Dies ist (vgl. Abb. 2) auch zu erwarten, da ja die Filterfläche des Brunnens von der Komponente nicht mehr durchströmt werden kann.

Die Grundgleichung (66) bedarf noch einiger Korrekturen. Der Wurzelausdruck entspricht offenbar der Geschwindigkeit. Die Größe der Absenkung  $s$  wird aber nicht allein zur Erzeugung der Geschwindigkeit, sondern bekanntlich bei Vorhandensein eines Korngerüstes im wesentlichen zur Überwindung der Widerstände verbraucht (vgl. Abschnitt C).

In Gl. (66) ist die nach Gl. (44) abgeleitete, tatsächlich vorhandene Geschwindigkeit einzusetzen. Hiernach bestimmt sich die Strömungsgleichung zu:

$$Q = 16 \cdot \pi \sqrt{2g} \cdot r (H - s) c n_0^{\frac{2}{3}} \sqrt{s} \quad (67)$$

Nach Gl. (20) scheiden sich je Gewichtseinheit Wasser  $n_0^{\frac{2}{3}} \lambda s$  Volumenteile Gas aus, die am Durchfluß teilnehmen. Je Flächeneinheit beteiligen sich  $n_0 (c - n_0 \cdot \lambda \cdot s)$  Volumenteile Wasser am Durchfluß, die dem gleichen Druckgefälle wie das Gas unterliegen. Nun fließt Wasser mit einer Viskosität von 0,0131 Poise (10°C) und das Gas (Kohlensäure) mit einer solchen von 0,000143 Poise (10°C). Bei höheren Temperaturen sind die entsprechenden Viskositätsgrade einzusetzen. Die Mengen von Gas und Wasser, die die Flächeneinheit bei dem vorhandenen Druckgefälle passieren, verhalten sich demnach bei den vorliegenden, sonst gleichen Umständen wie:

$$\frac{n_0^{\frac{2}{3}} \lambda s}{0,000143} : \frac{n_0 (c - n_0 \lambda s)}{0,0131} \quad (68)$$

Es verhält sich also:

$$\frac{Q_{\text{Wasser}}}{Q_{\text{Gas}}} = \frac{n_0 (c - n_0 \lambda s) \cdot 0,000 143}{0,0131 \cdot n_0^2 \lambda s}$$

$$Q_{\text{Wasser}} = \frac{(c - n_0 \lambda s) \cdot 0,000 143}{0,0131 \cdot n_0 \lambda s} \cdot Q_{\text{Gas}} \quad (69)$$

Für  $Q_{\text{Gas}}$  gilt unter Berücksichtigung des Freien Durchflußquerschnittes je Flächeneinheit =  $n_0^2 \lambda s$  die Gl. (67)<sup>1)</sup>. Gl. (67) in Gl. (69) eingesetzt ergibt dann:

$$Q_{\text{Wasser}} = \frac{16 \cdot \pi \sqrt{2g} \cdot r (H - s) c n_0^2 \sqrt{s} \cdot 0,000 143 (c - n_0 \cdot \lambda \cdot s)}{0,0131} \quad (70)$$

Diese Gleichung entspricht der Brunnenergiebigkeit bei der jeweils herrschenden Absenkung, dem vorhandenen Porenvolumen, den vorhandenen strukturellen Eigenschaften des Grundwasserleiters (Einfluß von  $c$  und Hygroskopizität), der Tiefe des Grundwasserstromes, dem Gasgehalt und der Temperatur des Grundwassers. Ausrechnung von

$$\frac{16 \pi \sqrt{2g} \cdot 0,000 143}{0,0131}$$

ergibt 2,20. Die tatsächlich gewinnbare Wassermenge aus einem Brunnen vom Radius  $r$  bei der Absenkung  $s$  mit dem freien Durchflußquerschnitt  $(c - n_0 \cdot \lambda \cdot s)$  berechnet sich demnach zu:

$$Q_{\text{Wasser}} = 2,20 \cdot r \cdot (H - s) (c - n_0 \cdot \lambda \cdot s) c n_0^4 \sqrt{s} \quad (71)$$

Nach Gl. (70) bestimmt sich die Dimension für  $Q_{\text{Wasser}}$  zu  $l^3 t^{-1}$ , d. h.  $Q$  wird in  $m^3/s$  berechnet.

Aus Gl. (71) ergibt sich weiter, daß die Ergiebigkeitskurve eines vollkommenen Brunnens im Grundwasserstrom mit freiem Spiegel eine solche höherer Ordnung ist. Bisher wurde angenommen, daß es sich um eine gewöhnliche Parabel (Kurve 2. Ordnung) handelt. Die Lage des Maximums dieser Kurve wird wesentlich durch den Gasgehalt des Grundwassers bestimmt. Gasfreies Grundwasser dürfte praktisch nicht vorkommen. Setzt man jedoch diesen Fall, so wird  $n_0 \cdot \lambda \cdot s = 0$ , und Gl. (71) geht über in

$$Q_{\text{Wasser}} = 2,20 \cdot r \cdot (H - s) n_0^4 \cdot c^2 \sqrt{s} \quad (72)$$

<sup>1)</sup> Für Gase gelten die gleichen Strömungsgesetze wie für Flüssigkeiten, sofern die Geschwindigkeiten 50 m/s nicht überschreiten und kleine Volumenänderungen bis zu 1 % zugelassen werden.

Die Ergiebigkeitskurve ist eine solche 3. Ordnung (semikubische Parabel). Das Maximum dieser Kurve bestimmt sich, indem man die 1. und 2. Ableitung bildet, zu:

$$s = \frac{H}{3} \quad (73)$$

Bei einer Absenkung, die einem Drittel der Tiefe des Grundwasserstromes entspricht, wird bei gasfreiem Grundwasser die größte Wassermenge gewinnbar. Eine weiter betriebene Absenkung ist also unwirtschaftlich. Die mathematischen Ergebnisse decken sich mit den Beobachtungen der Praxis (vgl. oben) und zeigen eine gute Übereinstimmung mit der von Sichardt empirisch abgeleiteten Formel<sup>1)</sup>, wonach  $Q_{\max}$  erreicht wird, sobald  $s = \frac{H}{2,67}$  ist (vgl. oben). Es sei jedoch nochmals ausdrücklich darauf hin-

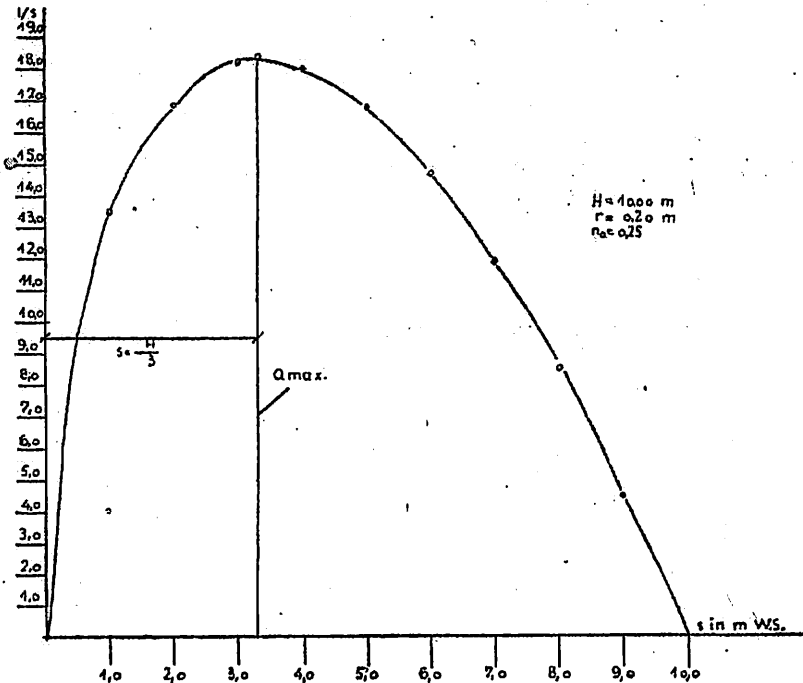


Abb. 6. Ergiebigkeitskurve des vollkommenen Brunnens im Grundwasser mit freiem Spiegel.

<sup>1)</sup> a. a. O.



gewiesen, daß  $Q_{\max}$  bei größerem Gasgehalt des Grundwassers bereits bei einer wesentlich geringeren Absenkung als  $s = \frac{H}{3}$  erreicht werden kann.

Bei der vorstehenden Ableitung und allen folgenden wurden die Brunnenwiderstände nicht berücksichtigt. In gut ausgeführten Brunnen sind sie klein und können mit Recht gegenüber den Reibungen und Widerständen im Korngerüst der Grundwasserleiter vernachlässigt werden.

## 2. Unvollkommene Brunnen im Grundwasser mit freiem Spiegel

Besonders auffällig ist die Diskrepanz zwischen den berechneten und beobachteten Ergiebigkeiten bei den unvollkommenen Brunnen. Als unvollkommene Brunnen werden hier solche verstanden, die nicht die Sohlfläche des Grundwasserleiters erreichen. In der Praxis werden sie im allgemeinen so eingerichtet, daß sie innerhalb des Grundwasserstromes durchlässige Wandungen erhalten (vgl. Abb. 7). Meist ist auch die Brunnensohle durchlässig. Ihre Anwendung ist beschränkt. Nur bei außerordentlich großer Tiefe  $H$  des Grundwasserstromes verzichtet man, wenn der Bauzweck dies gestattet, wegen der größeren Baukosten auf vollkommene Brunnen.

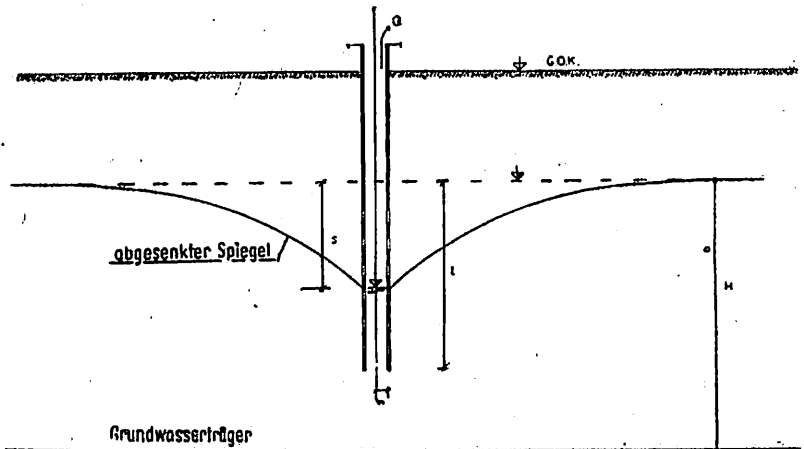


Abb. 7. | Unvollkommener Brunnen im Grundwasser mit freiem Spiegel

In der jetzt üblichen hydrologischen Praxis hat es sich eingebürgert, nach der Gl. (3) zu rechnen, dabei aber  $H$  als Abstand des ursprünglichen Grundwasserspiegels von der Brunnensohle unvollkommener Brunnen in die Rechnung einzusetzen. Man rechnet demnach so, als ob die Sohlfläche des Grundwasserleiters durch die Brunnensohle verlief. Man betrachtet also den unvollkommenen Brunnen als vollkommenen in einem Grundwasserleiter von kleinerer Tiefe. Obwohl Prinz<sup>1)</sup>, Schultze<sup>2)</sup>, Sichardt<sup>3)</sup> und Thiem es vom praktischen Standpunkt aus als zulässig erachten, bei unvollkommenen Brunnen die Höhe  $H$  von der Brunnensohle aus zu rechnen, kann kein Zweifel darüber bestehen, daß diese Annahme falsch ist. Hierauf sind die starken Abweichungen zwischen Rechnung und Beobachtung beim Pumpversuch zurückzuführen. Sichardt<sup>4)</sup> empfiehlt dann, den auf dem bisher üblichen Wege errechneten Wassermengen 20% zuzuschlagen, ohne aber diesen Betrag näher zu belegen.

Die Fehlerquelle der jetzt üblichen Rechnung liegt immer in den oben bereits dargelegten Gründen, im besonderen darin, daß die Filterfläche der Brunnensohle unberücksichtigt bleibt. Bei unvollkommenen Brunnen findet aber nicht nur durch die Mantelfläche, sondern auch durch die Sohle ein Wasserzustrom statt. Dieser muß besonders auffällig in Erscheinung treten, wenn es sich um Brunnen mit größerem Durchmesser handelt. Mit wachsendem Brunnendurchmesser wächst die Mantelfläche in einfachem Verhältnis, die Sohlfläche jedoch mit dem Quadrat des Brunnenradius. Auch aus theoretischen Überlegungen heraus folgt, daß die im Brunnen durch die Entnahme verursachte Druckentlastung (Störung des Gleichgewichts) einen Wasserzustrom auch durch die Brunnensohle zur Folge haben muß. Voraussetzung ist hierbei, daß die Entnahme bzw. Absenkung groß

---

<sup>1)</sup> a. a. O.

<sup>2)</sup> Schultze, J.: Die Grundwasserabsenkung in Theorie und Praxis, Berlin 1924.

<sup>3)</sup> Sichardt, W.: Das Fassungsvermögen von Rohrbrunnen und seine Bedeutung für die Grundwasserabsenkung, insbesondere für größere Absenkungstiefen, Berlin 1928.

<sup>4)</sup> Sichardt, W.: Grundwasserabsenkung und Fundierungsarbeiten, Berlin 1930.

genug ist, um die der Grundwasserbewegung entgegenstehenden Reibungswiderstände zu überwinden. Versuche von Thiem<sup>1)</sup> haben diese Grundwasserbewegung auch dargestellt.

In Anwendung der nach Gl. (45) bis (71) (vgl. dort) gegebenen Ableitungen berechnet sich die Ergiebigkeit eines unvollkommenen Brunnens zu (vgl. Abb. 7):

$$Q_{\text{Wasser}} = 2,29 \cdot r \cdot c \cdot n_0^4 (c - n_0 \lambda s) \left( t - s + \frac{r}{2} \right) \sqrt{s} \quad (74)$$

Die Dimension von  $Q$  bestimmt sich zu ( $l^3 t^{-1}$ ), also zu  $m^3/s$ .

Sofern die Eintauchtiefe  $t$  gleich der Tiefe  $H$  des Grundwasserleiters wird, also ein vollkommener Brunnen mit undurchlässiger Sohle entsteht, geht Gl. (74), wie zu erwarten, in Gl. (71) über.

Auch die Ergiebigkeitskurve eines unvollkommenen Brunnens ist, wie aus Gl. (74) hervorgeht, eine solche höherer Ordnung.

Bei gasfreiem Grundwasser ist das Maximum der Ergiebigkeit erreicht, sofern  $s = \frac{2t+r}{6}$  wird.

Wenn  $s = t$  wird, so geht Gl. (74) über in:

$$Q_{\text{Wasser}} = 2,29 \cdot r \cdot c \cdot n_0^4 (c - n_0 \cdot \lambda \cdot s) \cdot \frac{r}{2} \sqrt{t} \quad (75)$$

Der nach Gl. (75) erhaltene Wert ist immer kleiner als das Maximum.

Bei vollkommenen Brunnen muß  $Q = 0$  werden, sofern die Absenkung gleich der Tiefe des Grundwasserleiters bzw. gleich der absoluten Filterlänge wird ( $s = H$ ), weil die Filterfläche nicht mehr durchströmt werden kann. Bei unvollkommenen Brunnen ist jedoch bei  $s = t$ , also wenn die Absenkung gleich der absoluten Filterfläche wird, noch eine Entnahme möglich, da der Wasserzustrom durch die Brunnensohle erfolgt. Bezüglich der gewinnbaren Wassermenge ist es also auch bei unvollkommenen Brunnen unwirtschaftlich, die Brunnenabsenkung über das Maß  $s = \frac{2t+r}{6}$  hinaus zu betreiben.

### 3. Brunnen im Grundwasserstrom mit gespanntem Spiegel

Die Bernouillische Gleichung gilt auch für gespanntes Wasser. Die Ableitungen des voraufgehenden Abschnittes D, a) können

<sup>1)</sup> Thiem, A.: Zur Wirkungsweise von Schachtbrunnen, Wochenschrift des VDI 1882.

demnach auch hier angewandt werden. Unter Berücksichtigung der Abb. 8 und der bis zu einer gewissen Absenkung allein gültigen Filterlänge  $m$  ist demnach anzusetzen:

$$Q_1 = 2r\pi m \cdot v_1 \quad (76)$$

$$Q_1 = 2r\pi m \cdot v_2 \quad (76a)$$

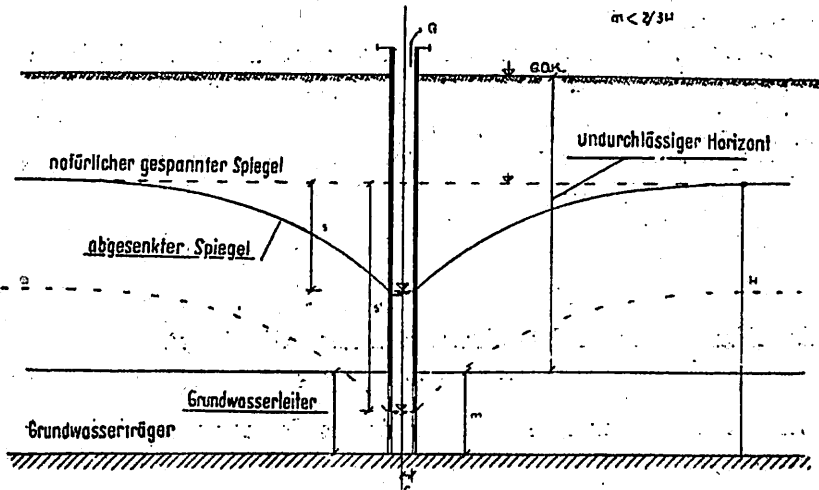


Abb. 8 und 10. ( $s' > H - m$ ). Brunnen im Grundwasser mit gespanntem Spiegel

Setzt man  $2r\pi m = a$ , so berechnet sich die Ergiebigkeitszunahme zu:

$$Q_2 - Q_1 = \Delta Q = a (v_2 - v_1) \quad (77)$$

Gl. (50) in Gl. (77) eingesetzt führt zu Gl.

$$\Delta Q = a (v_1 + \Delta v - v_1) = a \Delta v \quad (78)$$

Beim Übergang zur Grenze wird:

$$dQ = a dv \quad (79)$$

Nach Gl. (50) ist  $dv = \frac{g \cdot ds}{\sqrt{2gs}}$ ; demnach

$$dQ = a \cdot g \cdot \frac{ds}{\sqrt{2gs}} \quad (80)$$

Durch Integration läßt sich die Ergiebigkeitsformel ableiten zu:

$$Q = \frac{ag}{\sqrt{2g}} \int \frac{ds}{\sqrt{s}}$$

$$Q = \frac{2ag\sqrt{s}}{\sqrt{2g}} + C \quad (81)$$

Die Integrationskonstante bestimmt sich, da für  $s = 0$  auch  $Q = 0$  wird, zu  $C = 0$ .

Danach lautet nach einigen Umformungen die Ergiebigkeitsformel:

$$Q = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot m \cdot \sqrt{2gs} \quad (82)$$

Unter sinngemäßer Anwendung der Gl. (87) bis (71) wird die gewinnbare Wassermenge bestimmt zu:

$$Q_{\text{Wasser}} = \frac{16 \cdot \pi \cdot \sqrt{2g} \cdot r \cdot m \cdot c n_0^4 \sqrt{s} \cdot 0,000143 (c - n_0 \lambda s)}{0,0131} \quad (83)$$

$$Q_{\text{Wasser}} = 2,29 \cdot r \cdot m \cdot (c - n_0 \lambda s) c n_0^4 \sqrt{s} \quad (84)$$

Die Dimension von  $Q$  bestimmt sich nach Gl. (93) zu:

$$(l^3 t^{-1}), \text{ also zu } m^3/s$$

Unter der Annahme der Gasfreiheit des Grundwassers läßt sich Gl. (84) umformen in

$$Q_{\text{Wasser}}^2 = a s \quad (85)$$

Die Ergiebigkeitskurve eines Brunnens mit gespanntem Spiegel stellt also nicht eine Gerade dar, wie bisher angenommen wurde, sondern eine gemeine Parabel (2. Ordnung) (vgl. Abb. 9).

Die Gl. (84) gilt jedoch nur, solange  $s < (H - m)$  ist. Wird die Absenkung größer, so geht die Ergiebigkeitsformel für gespanntes Grundwasser in diejenige für freien Grundwasserspiegel [Gl. (71)] über (vgl. Abb. 10); denn die Filterfläche ist für  $s > H - m = H - s_p$

Im Bereich des gespannten gasfrei gedachten Grundwassers wächst also die Ergiebigkeit mit steigendem  $s$  bis zum Maximalwert, bei dem  $s = (H - m)$  ist.

$$Q_{\text{Wasser}} = 2,29 \cdot r \cdot m \cdot n_0^4 \cdot c^2 \sqrt{H - m} \quad (86)$$

Sobald  $s > (H - m)$  wird, gilt die Beziehung der Gl. (72):

$$Q_{\text{Wasser}} = 2,29 \cdot r (H - s) n_0^4 c^2 \sqrt{s} \quad (87)$$

Da  $m$  (vgl. Abb. 10) um den Betrag  $s - (H - m)$  größer ist als  $(H - s)$  und  $s$  um den gleichen Betrag größer ist als  $(H - m)$  und dieser Mehrbetrag in Gl. (87) aber nur unter dem Wurzelzeichen erscheint, muß die Wassermenge mit Gl. (86) stets größer sein als mit Gl. (87).

Dies führt zu der Erkenntnis: Bei gespanntem Grundwasser wird die maximale Brunnenergiebigkeit erreicht, sobald die Ab-

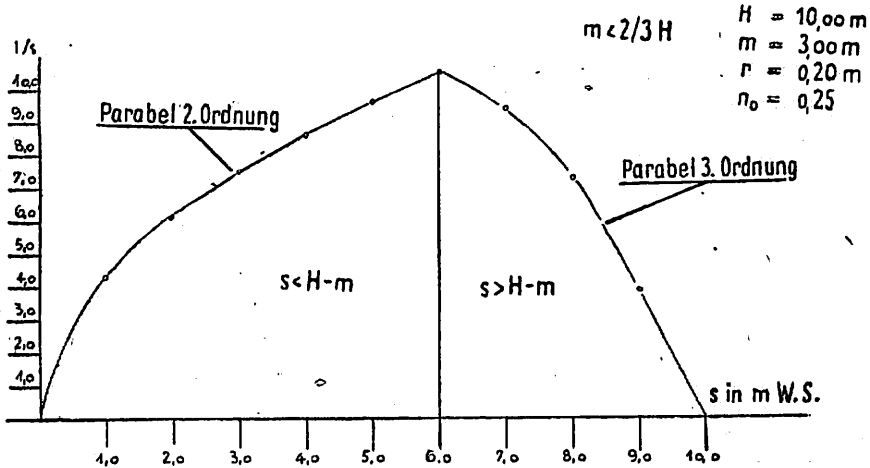


Abb. 9. Ergiebigkeitskurve eines Brunnens im Grundwasser mit gespanntem Spiegel

senkung den Betrag  $(H - m)$  erreicht hat. Eine weitere Steigerung der Absenkung führt zur Verminderung der Brunnenergiebigkeit. Bei der Erschließung von gespanntem Grundwasser ist es daher außerordentlich wichtig, die Mächtigkeit des Grundwasserleiters bzw. die Tiefenlage seiner Dachfläche zu kennen. Eine Absenkung unter die Dachfläche hat Verringerung der Wassermenge zur Folge.

Diese Überlegungen gelten jedoch, was ausdrücklich bemerkt sei, nur für gasfrei gedachtes, gespanntes Grundwasser. Praktisch wird mit einem solchen kaum zu rechnen sein. Das Maximum der Ergiebigkeit liegt bei gasführendem Grundwasser mit ansteigendem Gasgehalt schon wesentlich vor dem Absenkungsbetrag  $s = (H - m)$ . Gerade bei gespanntem Grundwasser ist die

experimentelle Bestimmung des Gasgehaltes von Wichtigkeit, da erfahrungsmäßig die aus größeren Tiefen stammenden Wasser reichlich Kohlensäure enthalten (vgl. auch Abschnitt B).

Die vorstehenden Ableitungen gelten nur für  $m < \frac{2}{3}H$ , denn für  $m = \frac{2}{3}H$  wird die maximale Wassermenge nach Gl. (86) gleich derjenigen mit der Gl. (71) und (72). Ist die Mächtigkeit  $m$  des Grundwasserleiters größer als  $\frac{2}{3}H$ , so steigt die Ergiebigkeit

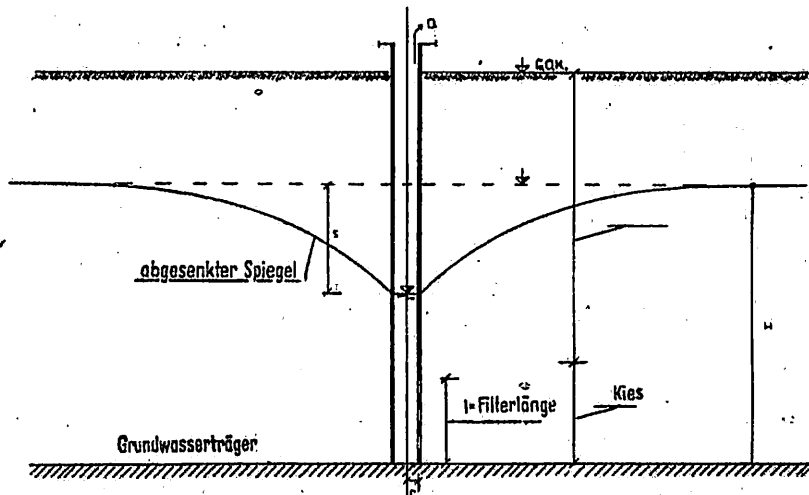


Abb. 11. Brunnen mit z. T. vollmantelliger Verrohrung im Grundwasserleiter

mit wachsender Absenkung auch noch, wenn schon der Grundwasserspiegel frei geworden ist. Eine maximale Ergiebigkeit wird erreicht, wenn  $s = \frac{H}{3}$  wird.

Unvollkommene Brunnen entstehen auch dadurch, daß man die absolute Filterlänge nicht für die gesamte Tiefe  $H$  des Grundwasserleiters vorsieht. Um zur Versandung neigende Schichten des Grundwasserleiters auszuschalten, aber, auch aus anderen Gründen, wird die absolute Filterlänge nur für einen Teil der Tiefe  $H$  vorgesehen (vgl. Abb. 11). Innerhalb des vollmantellig verrohrten Brunnenabschnittes gelten dann die Entnahmeformeln wie für gespanntes Grundwasser [Gl. (84)]. Es ist lediglich an Stelle der Mächtigkeit  $= m$  die Filterlänge  $= l$  einzusetzen.

Die Beziehung der Gl. (84) gilt jedoch auch hier nur so lange, als  $s < (H - l)$  ist (vgl. Abb. 11). Bei größeren Absenkungen wird der Grundwasserspiegel frei. Sinngemäß gelten dann auch die oben abgeleiteten Beziehungen der Gl. (86) und (87), sowie der Gültigkeitsbereich für  $l < 2/3 H$  in bezug auf die maximale Ergiebigkeit.

#### 4. Horizontale Grundwasserfassungen

Für Sickerstollen, Entwässerungstollen, Dränagen und alle sonstigen horizontalen Grundwasserfassungen gelten gleichfalls die Ableitungen der Gl. (45) bis (71). Die Filterfläche ist hier jedoch abhängig von der Länge  $L$  der Fassung. Für den in Abb. 12 dargestellten Fall gilt die Ergiebigkeitsformel:

$$Q_{\text{Wasser}} = \frac{8 L \sqrt{2g} (H - s) c n_0^4 \sqrt{s} \cdot 0,000143 (c - n_0 \lambda s)}{0,0131} \quad (88)$$

$$Q_{\text{Wasser}} = 0,36 \cdot L \cdot (H - s) c n_0^4 \cdot \sqrt{s} (c - n_0 \lambda s) \quad (89)$$

Bei doppelseitigem Durchfluß, wobei als Voraussetzung gilt, daß die Wände des Entwässerungstollens vollständig durchlässig sind, erhöht sich die Wassermenge auf:

$$Q_{\text{Wasser}} = 0,77 \cdot L (H - s) c n_0^4 \cdot \sqrt{s} (c - n_0 \lambda s) \quad (90)$$

Demnach verhält sich die aus einer vertikalen Wasserfassung (Brunnen) gewinnbare Wassermenge zu derjenigen aus einer horizontalen mit durchlässigen Seitenwänden wie:

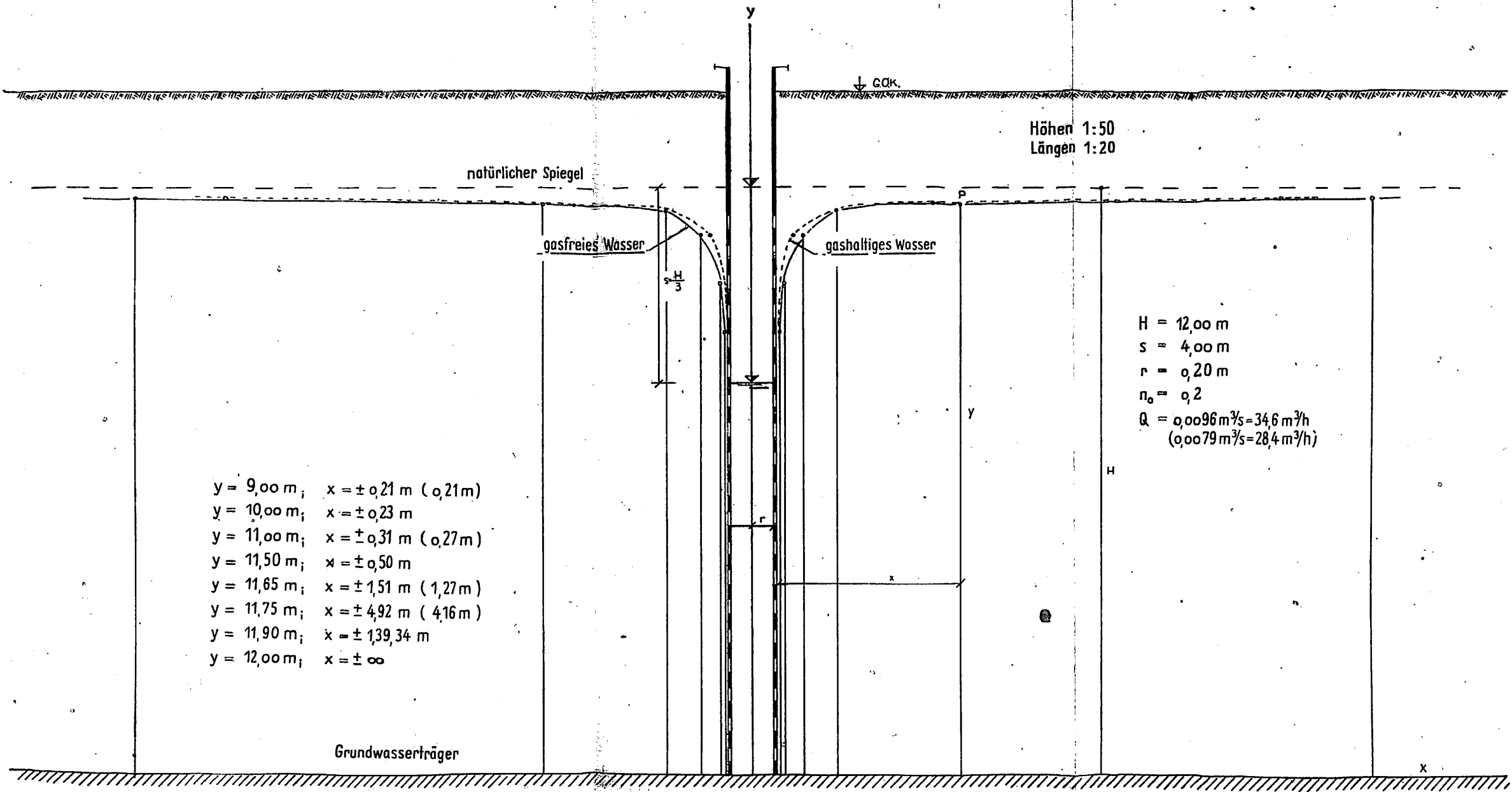
$$\frac{Q_v}{Q_h} = \frac{2,29 \cdot r (H - s) c n_0^4 \sqrt{s} (c - n_0 \lambda s)}{0,77 \cdot L \cdot (H - s) \cdot c \cdot n_0^4 \sqrt{s} (c - n_0 \lambda s)} = \frac{2,29 \cdot r}{0,77 \cdot L} \quad (91)$$

Setzt man in Gl. (91)  $r \sim \frac{L}{3}$ , so wird  $Q_v = Q_h$ , d. h. eine horizontale Wasserfassung mit doppelseitigem Zufluß hat bei gleichem freiem Durchflußquerschnitt und gleicher Absenkung ungefähr die gleiche Ergiebigkeit wie ein Brunnen vom Radius  $\frac{L}{3}$ . Forchheimer<sup>1)</sup> kam zu der Feststellung, daß bei der Länge  $L$  die Ergiebigkeit einer horizontalen Fassung so groß sei wie die eines Brunnens vom Durchmesser  $\frac{L}{2}$ . Forchheimer rechnete aber mit der Darcy'schen Formel.

<sup>1)</sup> Forchheimer, Ph.: Grundwasserspiegel bei Brunnenanlagen, Z. öst. Ing.-V., 1898.







y = 9,00 m;	x = ± 0,21 m (0,21 m)
y = 10,00 m;	x = ± 0,23 m
y = 11,00 m;	x = ± 0,31 m (0,27 m)
y = 11,50 m;	x = ± 0,50 m
y = 11,65 m;	x = ± 1,51 m (1,27 m)
y = 11,75 m;	x = ± 4,92 m (4,16 m)
y = 11,90 m;	x = ± 139,34 m
y = 12,00 m;	x = ± ∞

Abb. 13. Absenkkurve im Grundwasser mit freiem Spiegel

Der in Abb. 12 dargestellte Fall hat die Voraussetzung, daß Gefälle und Abflußquerschnitt des Entwässerungstollens ausreichend sind, um die bei der Absenkung  $s$  vom Grundwasserleiter abgegebene Wassermenge abzuführen. Trifft dies nicht zu, so bleibt der abgesenkte Wasserspiegel oberhalb der Grundwasserfassung (vgl. Abb. 12, gestrichelt). Die Anlage kommt in diesem Fall unter Spannung. Ist  $x$  die Höhe der Seitenwand der horizontalen Fassung, so ist anzusetzen bei einseitigem Zufluß:

$$Q_{\text{Wasser}} = 0,38 \cdot L \cdot x \cdot c \cdot n_0^4 \sqrt{s} \cdot (c - n_0 \lambda s) \quad (92)$$

Liegt die horizontale Fassung nicht auf der undurchlässigen Sohle, sondern innerhalb des Grundwasserleiters, so ist die Ergiebigkeitsformel für unvollkommene Brunnen sinngemäß anzuwenden.

## E. Die Absenkungskurve

In nachfolgender Diskussion der Absenkungskurve wurden nur die Gleichungen für gasfrei gedachtes Grundwasser der Einfachheit halber berücksichtigt. In Abb. 13 sind die für gashaltiges Grundwasser gültigen Werte in Klammer gesetzt. Es zeigt sich (vgl. Abb. 13), daß beide Kurven fast übereinstimmen. Dies trifft aber nur für geringmächtige Grundwasserleiter zu, bei denen sich die Ausscheidung von Gasbläschen infolge Druckentlastung durch Absenkung nicht stark bemerkbar macht. Für tiefe Grundwasserleiter und für Grundwasser mit erheblichem Gasgehalt ist jedoch der Unterschied zu berücksichtigen.

Auf die mathematischen Unzulänglichkeiten der von A. Thiem entwickelten Absenkungskurve wurde bereits (vgl. Abschnitt A) hingewiesen. Ebenso wurde bereits erwähnt, daß diese Absenkungsgleichung in direktem Widerspruch mit den Beobachtungen der Praxis steht. Auch Sichardt<sup>1)</sup> stellt eine Abweichung der Beobachtungen von der auf Grund der Darcyschen Beziehung ermittelten Absenkungsgleichung fest. Er meint allerdings, daß diese Abweichungen auf die nächste Umgebung der Brunnen beschränkt sind. Die Schwierigkeiten bei der Bestimmung der Integrationskonstante  $C$  in Gl. (2) hat man dadurch zu umgehen versucht, daß für  $x = r$ ,  $y = h$  (vgl. Abb. 1) gesetzt wird. Die Gleichung

<sup>1)</sup> Sichardt, W.: a. a. O., Berlin 1930.

chung der Absenkungskurve ergibt sich zu:

$$y^2 = h^2 + \frac{Q}{\pi \cdot k} \ln \frac{x}{r} = (H - s)^2 + \frac{Q}{\pi \cdot k} \ln \frac{x}{r}$$

Mit steigenden Fördermengen müßten nach dieser Gleichung die Ordinaten wachsen, bzw. die Absenkungen abnehmen. Alle Beobachtungen in der Praxis weisen aber genau das Gegenteil nach, indem mit steigenden Fördermengen die Ordinaten kleiner werden und sich die Absenkungen vergrößern. Es muß mit Smreker<sup>1)</sup> als richtig festgestellt werden, daß die auf Grund der Darcyschen Beziehung aufgestellte Gleichung der Absenkungskurve als „völlig unbrauchbar“ zu bezeichnen ist.

Setzt man in Gl. (72)  $(H - s) = y$  bzw.  $s = H - y$ , so bestimmt sich die Gleichung der Absenkungskurve unter Berücksichtigung der Tatsache, daß alle im Einflußbereich des Brunnens konzentrisch zum Brunnen liegenden Ringquerschnitte des Grundwasserleiters von der gleichen Wassermenge, die der Brunnenentnahme entspricht, durchflossen werden müssen, nach der Gleichung:

$$x^2 y^2 - x^2 y^2 H + \frac{Q^2}{(2,29 \pi^2 c^2)^2} = 0 \quad (93)$$

Diese Kurve entspricht völlig den Verhältnissen der Wirklichkeit. Innerhalb einer bestimmten Grenze ( $y \geq 2/3 H$ ) nehmen die Ordinate mit steigender Fördermenge ab, während innerhalb der gleichen Grenze ( $s \leq 1/3 H$ ) die Absenkungen mit steigender Fördermenge zunehmen. Auf die Bestätigung des Grenzwertes durch Beobachtungen der Praxis wurde schon hingewiesen (vgl. Abschnitt D).

Die Gl. (93) läßt unter Berücksichtigung allgemein gültiger Gesetze der analytischen Geometrie sofort nachfolgende Eigentümlichkeiten der Absenkungskurve erkennen:

1. Sie liegt symmetrisch zur  $Y$ -Achse (Brunnenachse), da sie nur gerade Potenzen von  $x$  enthält (vgl. Abb. 13).

2. Dividiert man die Gleichung der Absenkungskurve durch  $x^2 = \infty$ , so folgt die Gleichung der Asymptote parallel zur  $X$ -Achse

$$y = H \quad (94)$$

<sup>1)</sup> Smreker, O.: a. a. O., Leipzig und Berlin 1914.

Das bedeutet, daß sich die Absenkungskurve dem unbeeinflussten Spiegel mehr und mehr nähert, ohne ihn jedoch im Endlichen zu erreichen. Die Absenkungskurve entspricht also den aus physikalischen Gründen zu stellenden Forderungen (vgl. Abschnitt A).

3. Für die durch Gl. (93) dargestellte Absenkungskurve ist der Ursprung des Koordinatensystems nicht auch der Mittelpunkt, denn einem Punkt  $(x, y)$  entspricht kein Punkt  $(-x, -y)$ .

4. Der Mittelpunkt der Kurve hat die Koordinaten  $a = 0$ ;  $b = \frac{2}{3}H$ .

5. Die Absenkungskurve ist von der 5. Ordnung, die zweite Ableitung der Kurvengleichung ist negativ. Die Kurve hat bei  $y = H$  ein Maximum. Dieser Punkt ist kein Wendepunkt, da die zweite Ableitung nicht gleich 0 wird.

Der abgesenkte Grundwasserspiegel schließt sich also erst im Unendlichen dem ursprünglichen Spiegel an. In der praktischen Hydrologie ist es jedoch notwendig, den Einflußbereich einer Wasserentnahmestelle im Endlichen abzugrenzen. Es wird vorgeschlagen, diejenigen Entfernungen vom Brunnen hierfür festzusetzen, in denen die künstliche Absenkung des Grundwasserspiegels von den natürlich bedingten Schwankungen des unbeeinflussten Spiegels überdeckt wird. Unter Berücksichtigung der unvermeidlichen Messungsfehler beim Ablesen der Beobachtungsbrunnen wird empfohlen, die Reichweite einer Wasserentnahme in der Praxis dort festzusetzen, wo die künstliche Absenkung nicht mehr als 0,05 m beträgt. Außerhalb dieses Einflußbereiches wird die künstlich verursachte Spiegelabsenkung weder Landeskulturschaden, noch Beeinträchtigungen benachbarter Grundwasserfassungen hervorrufen können.

Unter Voraussetzung sonst gleicher Verhältnisse gilt [aus Gl. (82)]:

$$\frac{Q_1 \text{ Wasser}}{Q_2 \text{ Wasser}} = \frac{(H - s_1) c_1 2 \sqrt{s_1}}{(H - s_2) c_2 2 \sqrt{s_2}} \quad (95)$$

Es ist also möglich, am gleichen Brunnen bei Kenntnis einer bestimmten Absenkung und der dazugehörigen Wassermenge die bei einer anderen Absenkung gewinnbare Wassermenge rechnerisch zu ermitteln. Bei einem kiesigen oder sandigen Grund-

wasserleiter und einer wesentlich größeren Tiefe des Grundwasserstromes als 30,00 m geht die Gl. (95) bei Absenkungen  $> 10,00$  m in Gl. (96) über:

$$\frac{Q_{1\text{Wasser}}}{Q_{2\text{Wasser}}} = \frac{(H - s_1) \sqrt{s_1}}{(H - s_2) \sqrt{s_2}} \quad (96)$$

Das liegt darin begründet, daß für Absenkungen  $> 10,00$  m der Quotient  $c_1 = c_2 = 0,9$  wird (vgl. Abb. 4).

Aus Gl. (72) folgt weiter, daß sich bei gleicher Absenkung und sonst gleichen Verhältnissen, die aus zwei Brunnen gewinnbaren Wassermengen wie die Brunnenradien verhalten:

$$\frac{Q_{1\text{Wasser}}}{Q_{2\text{Wasser}}} = \frac{r_1}{r_2} \quad (97)$$

Der Verfasser hat bei verschiedenen praktisch ausgeführten Anlagen die Beobachtung gemacht, daß bei gleicher Absenkung unter sonst annähernd gleichen Verhältnissen die Fördermengen proportional (angenähert) den Brunnenradien sind. Die beobachteten geringen Abweichungen lassen sich zwanglos daraus erklären, daß auch bei Brunnen in gleichem Grundwasserleiter die natürlichen Gegebenheiten (Porenvolumen und Struktur) niemals völlig übereinstimmen. Keinesfalls konnte aber die bisher in der Hydrologie übliche Behauptung, die aus der Darcyschen Beziehung abgeleitet ist, beobachtungsgemäß auch nur annähernd genau bestätigt werden, wonach der Brunnenradius bei gleicher Absenkung nur einen unwesentlichen Einfluß auf die Fördermenge hatte. Danach soll, wie in der neueren hydrologischen Literatur als tatsächlich angegeben wird, ein Brunnen von 0,40 m  $\varnothing$  bereits rund 90% der Leistung eines solchen von 1,00 m  $\varnothing$  aufweisen<sup>1)</sup>.

Diese These hat der Verfasser bisher niemals praktisch bestätigt gefunden. Es sei hier vermerkt, daß auch Sichardt<sup>2)</sup> feststellt, daß nach Erreichung der „Grenzgeschwindigkeit“ zur Erzielung größerer Fördermengen der Brunnendurchmesser vergrößert werden muß. In diesem Zusammenhang muß nachdrücklichst

<sup>1)</sup> E. Prinz: a. a. O.

<sup>2)</sup> Sichardt, W.: a. a. O.

auf die Feststellungen von Lehr<sup>1)</sup> hingewiesen werden. Nach ihm stellt Ehrenberger fest, daß nach Laboratoriumsversuchen eine Absenkung nur auf  $\frac{H}{2}$  möglich sei (vgl. oben: Grenzwert  $\frac{H}{3}$ ) und daß Koceny auf Grund von Versuchen die Liefermenge eines Brunnens bei einem bestimmten Verhältnis  $\frac{r}{H}$  als proportional wachsend mit dem Brunnenradius erkannte. Nach Nourtier<sup>2)</sup> wächst die Brunnenleistung mit der Wurzel aus dem Brunnendurchmesser.

Bei den bisherigen Darlegungen handelt es sich um Grundwasseransammlungen. Der Grundwasserspiegel besitzt kein natürliches Gefälle. In Grundwasserströmen, zu denen die überwiegende Mehrzahl der praktisch ausgenutzten Grundwasservorkommen gehört, ist ein natürliches Spiegelgefälle vorhanden. Es erscheint notwendig, darauf hinzuweisen, daß dieses Spiegelgefälle nur in seltenen Fällen mit dem Sohlengefälle des Grundwasserleiters übereinstimmt. Vielmehr wird das natürliche Gefälle des Grundwasserspiegels von den hydrodynamischen Verhältnissen des Grundwasserstromes bestimmt. Diese wichtige Erscheinung wird bisher bei der mathematischen Behandlung der Grundwasserbewegung in der einschlägigen Literatur außer acht gelassen, indem das Wasserspiegelgefälle parallel zum Sohlengefälle des Grundwasserleiters angenommen und gezeichnet wird<sup>3) 4)</sup>.

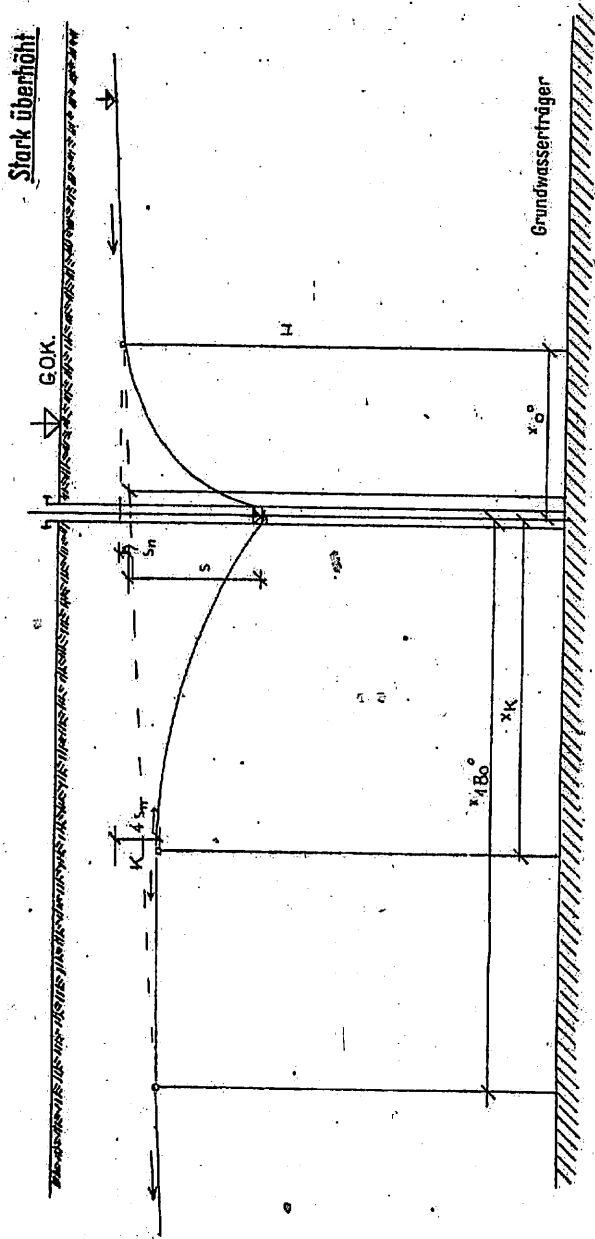
In einer in der Strömungsrichtung des Grundwassers liegenden und durch den Brunnen gelegten Ebene summieren sich die Wirkungen der künstlich bedingten Absenkung  $= s$  und des natürlichen Gefälles  $= s_n$  derart, daß oberhalb des Brunnens eine Vergrößerung der Geschwindigkeit, unterhalb eine Verminderung erfolgt. Schneidet diese Ebene die natürliche Strömungsrichtung unter dem Winkel  $\varphi$ , so kann sich der Einfluß des natürlichen Gefälles in Richtung auf den Brunnen nur mit der Komponente  $\sqrt{s_n} \cos \varphi$  bemerkbar machen (vgl. Abb. 14). Für strömendes Grundwasser bestimmt sich daher die zum Brunnen gerichtete

<sup>1)</sup> Lehr, S. I.: Das Trink- und Gebrauchswasser, Leipzig 1936.

<sup>2)</sup> Nourtier, E.: Importance hyg. et procédés de captage. Rev. techn. 1914.

<sup>3)</sup> Lehr, S. I.: a. a. O.

<sup>4)</sup> Brix, I., H. Heyd und E. Gerlach: Die Wasserversorgung, München-Berlin, 1943.





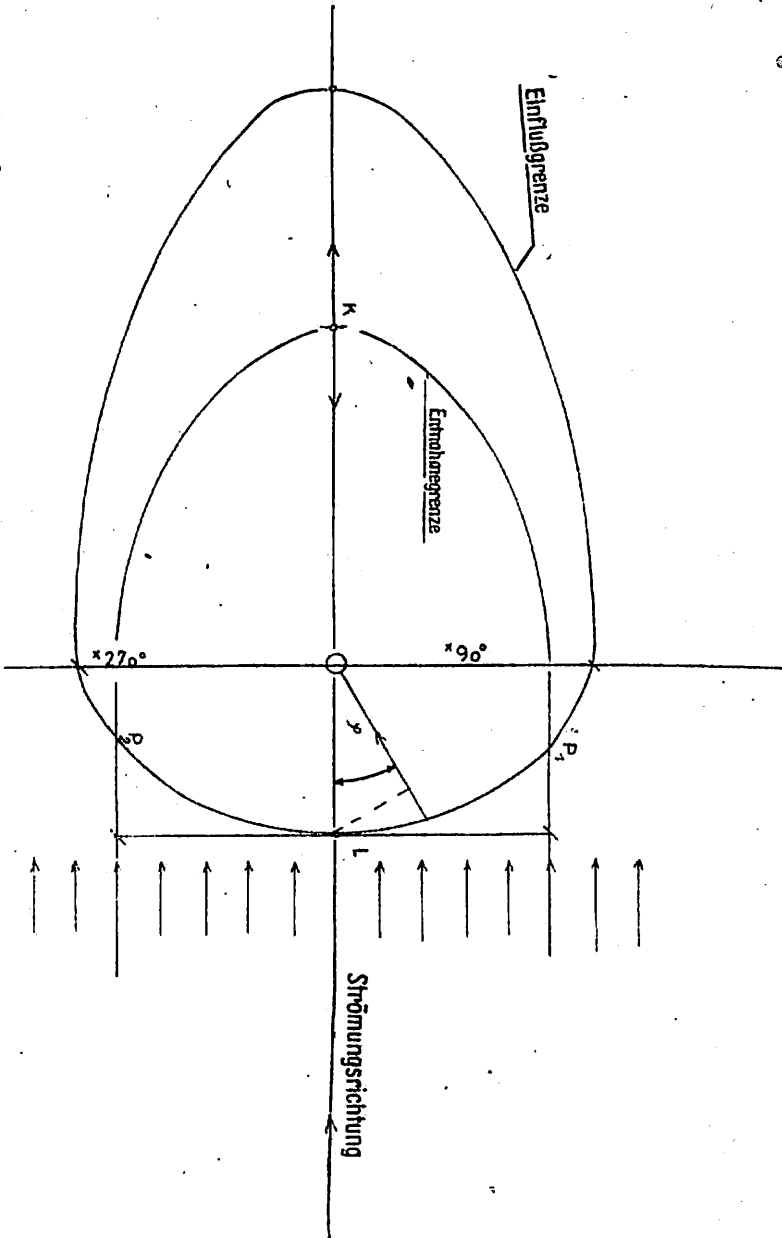


Abb. 14. Strömendes Grundwasser mit freiem Spiegel

Geschwindigkeit zu:

$$v = 8 \sqrt{2g} \cdot c \cdot n_0^2 (\sqrt{s} + \sqrt{s_n} \cos \varphi) \quad (98)$$

Gl. (71) (für ruhendes Grundwasser) geht über in:

$$Q_{\text{Wasser}} = 2,29 \cdot r \cdot (H - s) (c - n_0 \lambda s) c \cdot n_0^4 (\sqrt{s} + \sqrt{s_n} \cos \varphi) \quad (99)$$

Für gasfreies Grundwasser wird:

$$Q_{\text{Wasser}} = 2,29 \cdot r \cdot (H - s) c^2 n_0^4 (\sqrt{s} + \sqrt{s_n} \cos \varphi) \quad (100)$$

Die Gleichung der Absenkungskurve bestimmt sich hieraus zu:

$$x^2 y^2 (\sqrt{H - y} + \sqrt{s_n} \cos \varphi)^2 = \frac{Q^2}{(2,29 n_0^2 c^2)^2} \quad (101)$$

$$x = \frac{Q}{2,29 n_0^2 c^2 \cdot y (\sqrt{H - y} + \sqrt{s_n} \cos \varphi)} \quad (102)$$

Für  $\varphi = 90^\circ$  und  $270^\circ$  wird  $\cos \varphi = 0$ . Gl. (102) geht über in:

$$x_{90^\circ(270^\circ)} = \frac{Q}{2,29 n_0^2 c^2 y \sqrt{H - y}} \quad (103)$$

Gleichung (103) ist identisch mit Gleichung (93). In einer Ebene durch den Entnahmebrunnen, und zwar senkrecht zur Strömungsrichtung des Grundwasserstromes, decken sich also die Absenkungskurven für ruhendes und strömendes Grundwasser, was auch von vornherein zu erwarten war (vgl. Abb. 14).

Für  $\varphi = 0^\circ$  wird  $\cos \varphi = +1$

$$x_{0^\circ} = \frac{Q}{2,29 n_0^2 c^2 y (\sqrt{H - y} + \sqrt{s_n})} \quad (104)$$

Für  $\varphi = 180^\circ$  wird  $\cos \varphi = -1$

$$x_{180^\circ} = \frac{Q}{2,29 n_0^2 c^2 y (\sqrt{H - y} - \sqrt{s_n})} \quad (105)$$

Bei einem Vergleich der Nenner der Quotienten in den Gleichungen (103) bis (105) zeigt sich, daß

$$y(\sqrt{H - y} + \sqrt{s_n}) > y\sqrt{H - y} > y(\sqrt{H - y} - \sqrt{s_n}) \quad \text{ist.}$$

Hieraus folgt:

$$x_{0^\circ} < x_{90^\circ(270^\circ)} < x_{180^\circ} \quad ^1)$$

<sup>1)</sup> Kegel, K.: Bergmännische Wasserwirtschaft, Halle a. d. S. 1938.

In Abb. 14 ist der Absenkungstrichter eines Brunnens gezeichnet, wobei als Einflußweite diejenige Entfernung vom Brunnen festgesetzt wurde, in der die künstlich erzeugte Absenkung nicht mehr als 0,05 m beträgt. In vorstehenden Gleichungen muß das natürliche Gefälle  $s_n$  (relatives Gefälle =  $J = \operatorname{tg} \alpha$ ) mit seinem absoluten Betrage eingesetzt werden.

Es ist nach Foröhheimer anzusetzen:

$$x_{90^\circ} \cdot \cos \alpha = x_0$$

Der absolute Betrag  $s_n$  errechnet sich zu:

$$s_n = x_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha = x_{90^\circ} \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha \cdot x_{90^\circ}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}$$

$$s_n = \frac{x_{90^\circ} \cdot J}{\sqrt{1 + J^2}}$$

In der Praxis ist der Wurzelwert von 1 sehr wenig verschieden. Er kann daher mit genügender Genauigkeit angesetzt werden:

$$s_n = x_{90^\circ} \cdot J \quad (106)$$

Nicht alles im Einflußbereich des Brunnens fließende Wasser gelangt in den Brunnen. Ein Teilstrom wird zwar abgelenkt, bleibt aber dem Grundwasserstrom erhalten. Derjenige Teil des Einflußbereiches (vgl. Abb. 14), dessen Wasser vollständig dem Brunnen zufließt, wird als Entnahmebereich des Brunnens bezeichnet. Die Abgrenzung des Entnahmebereiches gelingt durch nachfolgende Berechnungen:

In einer der Strömungsrichtung des Grundwassers parallelen und durch den Brunnen gelegten Ebene gibt es unterhalb desselben einen Punkt (Kulminationspunkt), bei dem die auf den Brunnen zu gerichtete Wassergeschwindigkeit gleich der durch das natürliche Wasserspiegelgefälle erzeugten Geschwindigkeit ist (vgl. Abb. 14). Unterhalb dieses Punktes fließt das Grundwasser vom Brunnen weg. Der Kulminationspunkt liegt also auf der Grenze des Entnahmebereiches. Die Entfernung  $x_k$  des Kulminationspunktes vom Brunnen errechnet sich mit folgenden Beziehungen:

Aus Gl. 98 folgt

$$v_k = 8 \sqrt{2g} \cdot c \cdot n_0^3 (\sqrt{s} + \sqrt{s_n \cos \varphi})$$

Die durch das natürliche Wasserspiegelgefälle erreichte Geschwindigkeit ist

$$v_n = 8 \sqrt{2g} c n_0^2 \sqrt{s_n}$$

Für den Kulminationspunkt ist anzusetzen:

$$v_k = v_n = 8 \sqrt{2g} \cdot c \cdot n_0^2 (\sqrt{s} + \sqrt{s_n} \cos \varphi) = 8 \sqrt{2g} c n_0^2 \sqrt{s_n} \quad (107)$$

$$\sqrt{s} + \sqrt{s_n} \cos \varphi = \sqrt{s_n} \quad (108)$$

Für  $\varphi = 180^\circ$  ist  $\cos \varphi = -1$

$$\sqrt{s} - \sqrt{s_n} = \sqrt{s_n} \quad (109)$$

$$s = 4s_n \quad (110)$$

Diesen Wert für  $s$  in Gl. (105) eingesetzt, ergibt:

$$x_k = \frac{Q}{2,29 n_0^2 c^2 (H - 4s_n) \sqrt{s_n}} \quad (111)$$

In der Entfernung der Reichweite [vgl. Gl. (104)] oberhalb des Brunnens beträgt nach den obigen Darlegungen die künstliche Absenkung des Grundwasserspiegels durch den Brunnenbetrieb 0,05 m. Bei dieser Reichweite wird ein Teilprofil des Grundwasserleiters von der Breite  $l$  durch den Brunnen entwässert. Die dieses Profil durchfließende Wassermenge beträgt nach Gl. (72)

$$Q = \frac{2,29 \cdot l (H - 0,05) c^2 \cdot n_0^2 \cdot (\sqrt{0,05} + \sqrt{s_n})}{2 \cdot \pi} \quad (112)$$

Durch Einsetzen von Gl. (112) in Gl. (111) bestimmt sich die praktische Entnahmebreite zu:

$$l = \frac{2 \cdot \pi \cdot x_k (H - 4s_n) \sqrt{s_n}}{(H - 0,05) (\sqrt{0,05} + \sqrt{s_n})} \quad (113)$$

Die Grenzen des Entnahmebereiches sind damit durch Ermittlung der Punkte  $P_1$ ,  $P_2$  und  $K$  (vgl. Abb. 14) bestimmt.

Der in Abb. 14 dargestellte Absenkungstrichter kann bei Dauerentnahme mit konstanter Absenkung  $= s$  nur bestehen bleiben, wenn die vorhandene, im Entnahmebereich den Grundwasserleiter in der Zeiteinheit durchfließende Grundwassermenge gleich derjenigen Wassermenge ist, die in der Zeiteinheit aus dem

Brunnen gefördert wird. Ist die Entnahmemenge jedoch größer als der natürlich bedingte Grundwasserzuluß, so wird der Grundwasservorrat angegriffen, d. h. es verkleinert sich  $H$ . Wird die Fördermenge beibehalten, so verschiebt sich die Absenkungskurve nach unten entsprechend dem kleiner werdenden  $H$ . Dies ist so lange möglich, bis der Brunnenwasserspiegel eine Tiefenlage erreicht hat, bei der technisch noch eine Wasserförderung möglich ist. Nach Erreichung dieser Grenzlage kann nur noch eine kleinere Wassermenge gewonnen werden, die dem natürlichen Grundwasserzuluß entspricht.

Für die hydrologische Praxis ergibt sich hieraus die wichtige Schlußfolgerung, daß in Schadensfällen (z. B. Landeskulturschäden, Beeinflussung benachbarter Wassergewinnungsanlagen) die Ermittlung des Einfluß- bzw. des Entnahmebereiches nur dann von Bedeutung ist, wenn feststeht, daß die dem Grundwasserstrom entnommenen Wassermengen höchstens gleich sind dem natürlich bedingten Grundwasserzuluß. Ist die Entnahmemenge größer, findet also eine Inanspruchnahme des Grundwasservorrates statt, so wird die Wasserspiegellage ganz allgemein ungünstig beeinflußt, und zwar im Gesamtbereich des Grundwasserstromes.

## F. Der Einfluß der verschiedenen Bodenarten

Natürliche Grundwasserleiter besitzen in keinem Fall homogenen Aufbau. Immer wechseln auch in einer stratigraphischen Einheit Lagen von verschiedenen Porenvolumen und unterschiedlicher Struktur miteinander ab. Hierauf wird es hauptsächlich zurückzuführen sein, wenn die theoretische Beziehung mit Gl. (97), wonach sich die Brunnenergiebigkeiten bei gleicher Absenkung wie die Brunnenhalbmesser verhalten, in der Praxis nicht mit absoluter Deutlichkeit beobachtet werden konnte. Auch die voneinander abweichenden Laboratoriumsergebnisse von Slichter, Ehrenberger, Koceny, Nourtier werden u. a. hierauf zurückzuführen sein.

Porenvolumen und Struktur der einzelnen Lagen eines Grundwasserleiters müssen berücksichtigt werden. Für praktische Zwecke genügt es hierbei, mit dem Mittelwert zu arbeiten. Als solcher darf jedoch nicht das arithmetische Mittel gezogen wer-

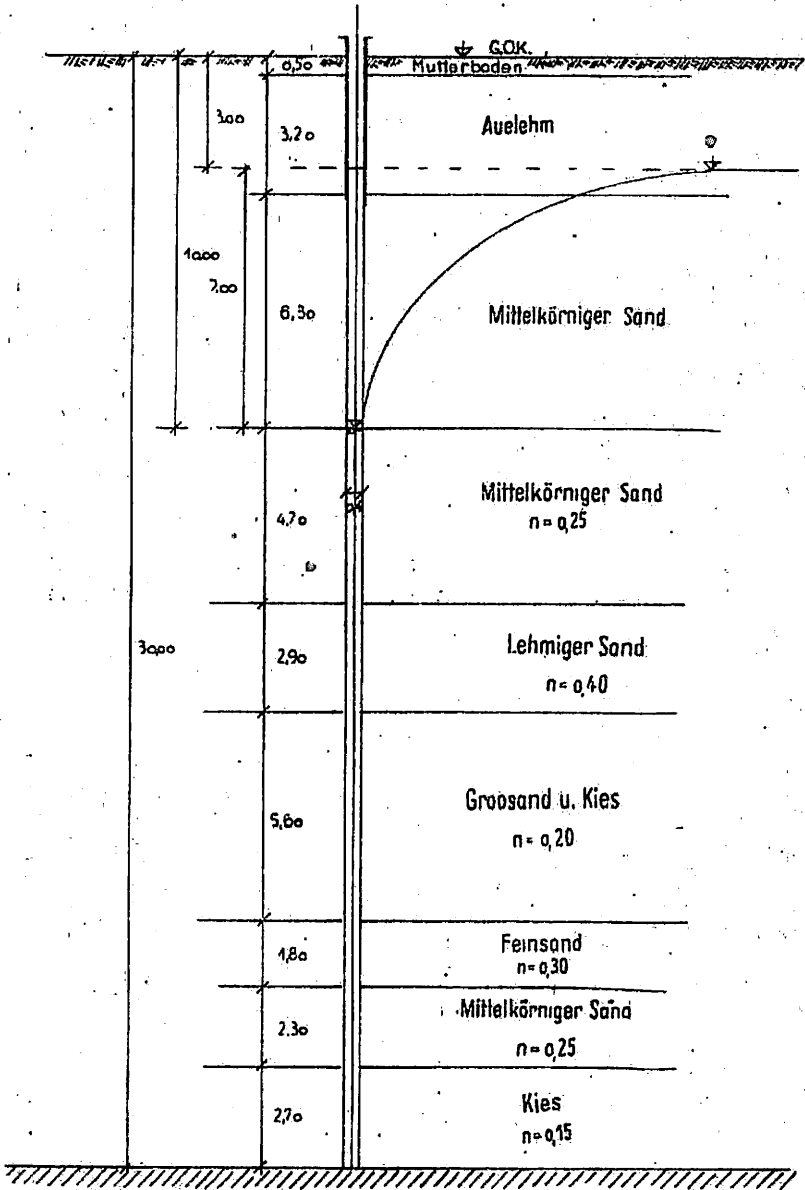


Abb. 15. Einfluß der verschiedenen Horizonte des Grundwasserleiters

den, sondern man muß die Mächtigkeit der einzelnen Lagen berücksichtigen. Die Berechnung des Porenvolumens nach Abb. 15 ergibt daher

$$\frac{4,7 \cdot 0,25 + 2,9 \cdot 0,4 + 5,6 \cdot 0,2 + 1,8 \cdot 0,3 + 2,3 \cdot 0,25 + 2,7 \cdot 0,15}{4,7 + 2,9 + 5,6 + 1,8 + 2,3 + 2,7} = 0,25 = n$$

Auch der Quotient  $c$  muß als Mittel erfaßt werden. Wenn man die vorgesehene Absenkung von 7,00 m berücksichtigt, wäre nach Abb. 4 einzusetzen

$$\frac{0,89 \cdot 17,1 + 0,33 \cdot 2,9}{17,1 + 2,9} = c = 0,81$$

Die Brunnenergiebigkeit unter den in Abb. 15 dargestellten Bedingungen ermittelt sich demnach für gasfrei angenommenes Grundwasser nach Gl. (14) zu:

$$n_0 = 0,25 - \frac{3 \cdot 0,5 (1 - 0,25) \cdot 2,65}{100} = 0,22$$

$$Q_{\text{Wasser}} = 2,29 \cdot 0,2 \cdot 23,0 \cdot 0,22^4 \cdot 0,81^2 \cdot \sqrt{7} \\ = 0,043 \text{ m}^3/\text{s} = 154,8 \text{ m}^3/\text{h}$$

Es ist jedoch als wahrscheinlich anzunehmen, daß im Ruhezustand das Grundwasser mit den in der Bodenluft vorhandenen Gasen, insbesondere mit Kohlensäure, gerade gesättigt ist. Durch die Brunnenabsenkung tritt Druckentlastung ein, d. h. eine Ausscheidung von Gasbläschen. Dann ist nach Gl. (71) anzusetzen

$$Q_{\text{Wasser}} = 2,29 \cdot 0,2 \cdot 23,0 \cdot (0,81 - 0,22 \cdot 1,2 \cdot 0,7) \cdot 0,81 \cdot 0,22^4 \sqrt{7,0} \\ = 0,033 \text{ m}^3/\text{s} = 118,8 \text{ m}^3/\text{h}$$

## G. Die Brunnengalerie

Es ist möglich, daß ein Punkt  $P$  (vgl. Abb. 16) im Einflußbereich mehrerer Brunnen liegt. Wird jeder Brunnen für sich betrieben, so gelten für die Absenkung bei  $P$  mit  $K = 2,29 n_0^2 c_y^2$  nach Gl. (93) folgende Beziehungen:

$$s_{y1} = \frac{Q_1^2}{K_1^2 \cdot x_1^2 \cdot y_1^2}$$

$$s_{y2} = \frac{Q_2^2}{K_2^2 \cdot x_2^2 \cdot y_2^2}$$

$$s_{yn} = \frac{Q_n^2}{K_n^2 \cdot x_n^2 \cdot y_n^2}$$





Setzt man den Fall, daß alle Brunnen mit dem gleichen Radius  $r$ , der gleichen Entnahme  $Q$ , betrieben werden und vom Punkt  $P$  den gleichen Abstand  $x$  besitzen, so gilt, sofern jeder Brunnen für sich in Betrieb ist:

$$s_{y1} = \frac{Q_1^2}{K_1^2 \cdot x_1^2 \cdot y_1^2}$$

$$s_{y2} = s_{y1} = \frac{Q_1^2}{K_1^2 \cdot x_1^2 \cdot y_1^2}$$

$$s_{yn} = s_{y1} = \frac{Q_1^2}{K_1^2 \cdot x_1^2 \cdot y_1^2}$$

Nimmt man alle Brunnen unter den angegebenen Voraussetzungen gleichzeitig in Betrieb, so ist nach dem Gesetz von der Summierung der Einzelwirkungen:

$$s_{y1} + s_{y2} + \dots + s_{yn} = s_{y1} + s_{y1} + \dots + s_{y1} = \frac{n Q_1^2}{K_1^2 \cdot x_1^2 \cdot y_1^2} \quad (114)$$

$$n s_{y1} = \frac{n Q_1^2}{K_1^2 \cdot x_1^2 \cdot y_1^2} \quad (115)$$

Aus Gl. (115) geht hervor, daß bei gleichzeitigem Betrieb mehrerer Brunnen nach den oben angegebenen Voraussetzungen die an Punkt  $P$  erzielte Gesamtabenkung gleich dem  $n$ -fachen Betrage derjenigen ist, die bei  $P$  entstehen würde, wenn nur ein Brunnen in Betrieb wäre. Die an den Einzelbrunnen sich einstellende Brunnenabsenkung vergrößert sich jedoch ebenfalls, da sich die Brunnen gegenseitig beeinflussen und die hierdurch bedingte Verkleinerung des Entnahmegebietes durch Erhöhung der Geschwindigkeit ausgeglichen werden muß, damit die Wasserförderung von  $Q_1$  aus jedem Brunnen aufrechterhalten werden kann. Die Summe der an Punkt  $P$  erzielten Absenkung  $= n s_{y1}$  ist daher immer kleiner als die Absenkung am Einzelbrunnen.

Wird ein Einzelbrunnen mit dem Radius  $r$  am Punkt  $P$  abgeteuft und aus ihm die Wassermenge  $Q_1$  entnommen, so ist nach Gl. (72)

$$s = \frac{Q_1^2}{K^2 \cdot r^2 \cdot y^2}$$

Dann verhält sich:

$$\frac{s}{n s_{y1}} = \frac{K_1^2 \cdot x_1^2 \cdot y_1^2}{K^2 \cdot r^2 \cdot y^2 \cdot n} \quad (116)$$

In der Praxis kann mit großer Annäherung  $K_1 = \bar{K}$  gesetzt werden, da (vgl. Abb. 4)  $c$  bereits bei Absenkungen von 1,00 m den Wert 0,86 annimmt und der Grenzwert bei 0,9 liegt. Gl. (116) geht über in:

$$\frac{s}{n s_{y_1}} = \frac{x_1^2 \cdot y_1^2}{r^2 \cdot y^2 \cdot n} \quad (117)$$

Da  $y_1$  immer  $> y$  ist und  $x_1^2$  in der Praxis auch immer  $>$  als  $n \cdot r^2$  sein wird, ist nach Gl. (117) auch  $s > n s_{y_1}$ . Sofern der Bauzweck es gestattet, ist es also wirtschaftlich, zum Zwecke der Trockenhaltung einer Baugrube einen Brunnen im Schwerpunkt derselben zu betreiben. In diesem Falle ist bei gleichem Brunnenradius und gleicher Wasserförderung die erzielte Absenkung im Punkt  $P$  größer als durch Betrieb mehrerer Brunnen am Rand der Baugrube. Der Quotient aus Gl. (117) nimmt erst dann Wert 1 an, wenn  $x_1 = r \sqrt{n}$  wird. Dann ist auch  $y_1 = y$ . In der Praxis werden aber für Absenkungen Rohrbrunnen mit kleinem Radius (Bruchteile von Metern) angewendet, während die Entfernungen groß sind. Damit der Quotient  $\frac{s}{n s_{y_1}}$  den Wert 1 annehmen kann, müßte also eine sehr große Anzahl von Brunnen betrieben werden. Die vorstehenden Ableitungen können auch dazu dienen, die in einer Brunnenreihe zwischen den Einzelbrunnen auftretenden Absenkungen zu berechnen. Hierzu wird zweckmäßig  $y_1$  aus Gl. (117) benutzt.  $s_{y_1}$  bestimmt sich aus  $H - y_1$ . Für einen Punkt  $P$  in der Mitte zwischen zwei Einzelbrunnen beträgt die Spiegelabsenkung dann  $2 s_{y_1}$ .

## H. Brunnen und Oberflächenwasser

Zur Beantwortung der Frage, ob Oberflächengewässer Wasser an Entnahmebrunnen abgeben, ist es entscheidend, ob das Oberflächenwasser im Entnahmebereich des Brunnens liegt (vgl. Abschnitt E). Schneidet die Grenze des Entnahmebereiches (nicht des Einflußbereiches, vgl. Abb. 14) das Gewässer, so erfolgt eine Wasserabgabe an den Brunnen, sofern das Bett des Gewässers wasserdurchlässig ist. In diesem Falle kann die anteilige Menge des Oberflächenwassers an der Brunnenförderung in bekannter

Weise entweder aus der chemischen Analyse oder mit Hilfe von Temperaturmessungen bestimmt werden<sup>1)</sup>.

$$Q_1 = \frac{(t_m - t) Q}{t_f - t_m} \quad (118)$$

Fällt das Oberflächengewässer teilweise in den Entnahmebereich des Brunnens, so läßt sich mit Hilfe der Gl. (98) und (106) die Zeit berechnen, die z. B. Flußwasser braucht, um in den Brunnen zu gelangen.

## J. Neue Methoden der Hydrologie

Für die Grundwassergewinnung kommen, abgesehen von klüftigen oder porösen Gesteinen, nur die unverfestigten Sedimente in Betracht. Dabei ist die Wassergewinnung sowohl aus kohärentem als auch kohäsionslosem Material möglich, obwohl ein kohäsionsloses Bodenmaterial die Wassergewinnung wirtschaftlich ermöglicht und deshalb am häufigsten benutzt wird.

Die vorstehenden Darlegungen haben aufgezeigt, welche große Bedeutung für die Grundwassergewinnung die strukturellen und sonstigen physikalischen Eigenschaften des Grundwasserleiters haben. Es hat sich gezeigt, daß die Berechnungsgrundlagen nur unter Berücksichtigung dieser Eigenschaften gefunden werden können. Solange der Durchflußbeiwert  $k$  als Konstante betrachtet und nach dem Darcyschen Gesetz gerechnet wurde, beschränkten sich auch die neuesten Werke der Grundwasserkunde<sup>1)</sup> im wesentlichen auf die Bestimmung des Durchflußbeiwertes entsprechend der Versuchsanordnung von Darcy und berücksichtigen höchstens Porenvolumen, Korndurchmesser und bestimmte, aber nicht näher definierte Beiwerte, jedoch ohne Berücksichtigung der inzwischen erzielten Fortschritte auf den Gebieten der Bodenkunde und der Baugrunduntersuchung. Diese beiden Forschungsgebiete haben aber inzwischen Methoden entwickelt, die die physikalischen Eigenarten der Grundwasserleiter nach Maß und Zahl feststellen lassen und, wie oben dargelegt, erst die unbedingt notwendigen Grundlagen zur Berechnung der Strömungsverhältnisse des Grundwassers als eines Systems der 3 Komponenten

<sup>1)</sup> Kegel, K.: a. a. O., Halle a. d. Saale 1938.

Wasser, Gas und Korngerüst vermitteln. Aus diesem Grunde werden nachstehend diese Methoden, die bisher in der Hydrologie nicht angewendet wurden, nochmals besonders dargestellt.

### 1. Bestimmung des hygrokopischen Wassers

Nach Alten und Kurmies<sup>1)</sup> liegt kein Grund vor, die Bestimmung der Hygrokopizität nach Mitscherlich durch eine andere Methode zu ersetzen. Das Verfahren von Mitscherlich ist ausführlich im Handbuch der Bodenlehre<sup>2)</sup> beschrieben, worauf hingewiesen wird. Für das lentokapillare Wasser ist der doppelte Wert der Hygrokopizität anzusetzen (vgl. S. 17). Das spannungsfreie Porenvolumen ermittelt sich dann nach den Gleichungen (13) und (14).

### 2. Bestimmung des scheinbaren Porenvolumens

Zunker unterscheidet zwischen wahren und scheinbarem Porenvolumen<sup>3)</sup>, worin ihm zuzustimmen ist, weil bei der experimentellen Ermittlung nach dem in der Physik üblichen Pyknometerverfahren das Porenvolumen als der maximale Wassergehalt, also einschließlich des hygrokopischen Wassers, bestimmt wird. Das spannungsfreie Porenvolumen stellt die Differenz zwischen scheinbarem Porenvolumen und Wert der Hygrokopizität dar. Für die Bestimmung des scheinbaren Porenvolumens mittels Pyknometer oder indirekt aus der Wichte und dem Raumgewicht oder dem Wassergehalt geben Kögler und Scheidig<sup>4)</sup> ausführlich Anweisungen, auf die verwiesen wird.

Voraussetzung für die Ermittlung zutreffender Berechnungsgrundlagen ist die Entnahme ungestörter Bodenproben. Es kann kein Zweifel darüber bestehen, daß hinsichtlich der Entnahme ungestörter Bodenproben in kohäsionslosem Bodenmaterial (Sand und Kies) noch gewisse Schwierigkeiten bestehen. Die hierfür notwendigen Geräte zur Entnahme, sowie die Behandlung der entnommenen Proben werden ausführlich bei Kögler und Scheidig beschrieben, so daß hierauf verwiesen werden kann. Ein neues Gerät, das auf Grund mehrjähriger Versuche der Deutschen

<sup>1)</sup> Blank, E.: a. a. O., I. Ergänzungsband, Berlin 1939.

<sup>2)</sup> Blank, E.: Handbuch der Bodenlehre, 6. Bd., Berlin 1930.

<sup>3)</sup> Blank, E.: a. a. O., 6. Bd., Berlin 1930.

<sup>4)</sup> Kögler und Scheidig: a. a. O., Berlin 1948.

Forschungsanstalt für Bodenmechanik entwickelt wurde, gestattet auch die ungestörte Entnahme von kohäsionslosem Material. Von Muhs<sup>1)</sup> sind diese Geräte und seine Anwendung ausführlich beschrieben.

### 3. Bestimmung des Kapillarwassers

In Abschnitt B vorstehender Darlegungen wurde ausführlich der entscheidende Einfluß des Kapillarwassers für die Ermittlung des Freien Durchflußquerschnittes dargelegt. Für überschlägliche Berechnungen genügt die Feststellung des Quotienten  $c$  aus den Interpolationskurven der Abb. 4. Für endgültige Feststellung wird die Anwendung der Zunkerschen Absaugmethode empfohlen<sup>2)</sup>. Mit Hilfe dieser Methode gelingt es, für verschiedene Saug- bzw. Druckspannungen, die der beabsichtigten Brunnensenkung anzupassen sind, den bei der jeweiligen Spannung verbleibenden Anteil des Kapillarraumes am Gesamtporenraum experimentell zu ermitteln. Die anzuwendende Apparatur und ihre Handhabung sind im I. Ergänzungsband des Handbuches der Bodenlehre ausführlich beschrieben.

### 4. Bestimmung des Gasgehaltes

Wie vorstehend im Abschnitt B dargetan wurde, ist für die Bestimmung des Freien Durchflußquerschnittes der Gasgehalt des Grundwassers von Bedeutung. Dies wird besonders wichtig, wenn das Grundwasser größere Mengen Schwefelwasserstoff (aus Horizonten, die Schwefelverbindungen enthalten) oder Kohlensäure (z. B. Säuerlinge) enthält. Die experimentelle Bestimmung dieser Gasmengen gehört in das Gebiet der analytischen Chemie. Es ist zweckmäßig, derartige Bestimmungen durch den Chemiker vornehmen zu lassen.

## K. Schlußbemerkung

Wasser ist unser wichtigstes Nahrungsmittel. Unsere Grundwasserströme werden durch die Entwicklung, die Industrie und Besiedlung genommen haben, in fortschreitend steigendem Maße

<sup>1)</sup> Muhs, H.: Ein neues Entnahmeggerät für ungestörte Bodenproben, Bauplanung und Bautechnik, H. S., Berlin 1948.

<sup>2)</sup> Blank, E.: a. a. O., I. Ergänzungsband, Berlin 1948.

beansprucht. Eine planmäßig betriebene Wasserwirtschaft aber hat zur Voraussetzung, daß die Feststellung der gewinnbaren Grundwassermengen zutreffend ist, was nur mit Ansatz richtiger Berechnungsgrundlagen und unter Verwendung zutreffender Berechnungsmethoden möglich ist. Auf diesen Gebieten hatte die Hydrologie viel nachzuholen. Insbesondere ist es notwendig, gesicherte Forschungsergebnisse benachbarter Wissensgebiete der Bodenlehre und der Baugrunduntersuchung auf das Forschungsgebiet der Hydrologie anzuwenden.

Der bedeutende Einfluß des Kapillarwassers auf den freien Durchflußquerschnitt sei nochmals hervorgehoben. Es wird möglich sein, durch Auswertung eines umfangreicheren Beobachtungsmaterials, als es bisher zur Verfügung stand, die Zusammenhänge aufzudecken, die einerseits zwischen Porenraum, Porenarten, Bodenkomponenten, Schrumpfung infolge Grundwasserabsenkung oder Bodenbelastung und andererseits dem Mengenanteil des Kapillarwassers bestehen. Hier liegt für die Forschung noch ein ergiebiges Feld vor. Das vorhandene Beobachtungsmaterial weist aber schon darauf hin, daß funktionelle Zusammenhänge vorliegen. Ihre Zurückführung auf Maß und Zahl wird dann die exakte mathematische Behandlung ermöglichen und damit die Berechnungsgrundlagen der Bewegungsgesetze des Grundwassers weiter vervollkommen.

## Benutzte Literatur

- Blank, E.: Handbuch der Bodenlehre, 6. Bd., Berlin 1930.
- Blank, E.: Handbuch der Bodenlehre, I. Ergänzungsband, Berlin 1939.
- Brix, I., H. Heydt und E. Gerlach: Die Wasserversorgung, München-Berlin 1943.
- Darcy, H.: Les fontaines publiques de la ville de Dijon, Paris 1866.
- Dupuit, I.: Traite théoretique et pratique de la conduite et de la distribution des eaux, Paris 1866.
- Flügge: Die Porosität des Bodens, Beitr. zur Hygiene, Leipzig 1879.
- Forchheimer, Ph.: Grundwasserspiegel bei Brunnenanlagen, Z. öst. Ing.-V., 1898.
- Häefili: Mechanische Eigenschaften von Lockergesteinen, Schweizer Bauzeitung, 1938.
- Hallenbach, F.: Die Durchlässigkeit poröser Gesteine und ihre Bestimmung. Öl und Kohle, Berlin 1943.
- Hazen, A.: The Filtration of public water supplies, New York 1895.
- Holler, A.: Zum Strömungsgesetz der Grundwasserbewegung, Deutsche Wasserwirtschaft 1941.
- Kegel, K.: Bergmännische Wasserwirtschaft, Halle a. d. Saale, 1938.
- King: The soil, New York 1900.
- Kögler und Scheidig: Baugrund und Bauwerk, Berlin 1948.
- Kozeny, I.: Zur Durchlässigkeit des Bodens, Kulturtechniker 1933.
- Krüber, C.: Zeitschrift des VDI. 1884.
- Kurmies, B.: Hydratation usw., Forschungsdienst Sonderheft.
- Landolt-Börnstein: Phys.-chem. Tabellen, Berlin 1923.
- Lehr, S. I.: Das Trink- und Gebrauchswasser, Leipzig 1936.
- Loos, W.: Praktische Anwendung der Baugrunduntersuchungen, Berlin 1937.
- Luedcke: Über die Wasserbewegung im Boden, Kulturtechniker 1909.
- Mayer-Gürr: Grundfragen der Erdölförderung, Berlin 1944.
- Muhs, H.: Ein neues Entnahmegerät für ungestörte Bodenproben, Bauplanung und Bautechnik, H. S. Berlin 1943.
- Muskat, M.: The flow of homogeneous fluid through porous media, New York und London 1937.
- Nourtier, E.: Importance hyg. et procédé de captage, Rev. techn. 1914.
- Piefke: Bericht über die Fortführung eines Versuches betr. Gewinnung eines reinen Brunnenwassers, Berlin 1886.
- Prinz, E.: Handbuch der Hydrologie, Berlin 1923.
- Rom, H.: Grundwasserabsenkungs- und Bodenbewegungsvorgänge im Deckgebirge bei Grundwasserentziehung, Mitteilung a. d. Markscheidewesen, 1939.
- Rother, M.: Das Widerstandsgesetz bei der Bewegung des Grundwassers, Wasser und Gas 1922.

- Schultze, I.: Die Grundwasserabsenkung in Theorie und Praxis, Berlin 1924.
- Sekera, F.: Die Strukturanalyse des Bodens, Boden- und Pflanzenernährung 1938.
- Sichardt, W.: Das Fassungsvermögen von Rohrbrunnen und seine Bedeutung für die Grundwasserabsenkung, insbesondere für größere Absenkungstiefen, Berlin 1928.
- Sichardt, W.: Grundwasserabsenkung und Fundierungsarbeiten, Berlin 1930.
- Slichter, Ch. S.: Field measurements of the rate of movement of underground water, Washington 1906.
- Slichter, Ch. S.: Theoreticale investigation of the motien of ground waters, Washington 1899.
- Smreker, O.: Das Grundwasser, seine Erscheinungsformen, Bewegungsgesetze und Mengenbestimmung, Berlin 1914.
- Thiem, A.: Die Ergiebigkeit artesischer Bohrlöcher, Schachtbrunnen und Filtergalerien, Zeitschrift für Gasbeleuchtung und Wasserversorgung 1870.
- Thiem, A.: Zur Wirkungsweise von Schachtbrunnen, Wochenschrift d. VDI. 1882.
- Thiem, G.: Steinbruch und Sandgrube, 1926.
- Vageler, P.: Der Kationen- und Wasserhaushält des Mineralbodens, Berlin 1932.
- Vageler, P. und Alten, F.: Böden des Nils und Gash, Zeitschrift für Pflanzenernährung, 1932.
- Wintgens: Grundwasser und Quellenkunde, Berlin 1917.
- Wollny, E.: Untersuchungen über die Wasserkapazität der Bodenarten, Forschgn. Gel. Agrikult.-Phys. 8, 1885.
- Zunker, F.: Die Durchlässigkeit des Bodens, Z. f. Pflanzenernährung, 1932.
- Zunker, F.: Bautechnik 1935, H. 24.