2.3. Hydrostatik

2.3.1. Allgemeine Grundlagen

In der Hydrostatik und der Hydraulik werden bei ruhenden und bewegten Flüssigkeiten auftretende Erscheinungen in mathematische Formeln gekleidet. Dabei ist eine große Zahl von Faktoren zu beachten. Die Formeln sind nach den mathematischen Grundsätzen meist empirisch entwickelt und physikalisch beweisbar. In der Hydrostatik und der Hydraulik wird das technische Maßsystem (MKS-System) angewendet. Es ist von folgenden *Grundsätzen* auszugehen:

- Die Inkompressibilität der Flüssigkeit wird vorausgesetzt.
- Für alle Wasserteilchen werden nur senkrecht gerichtete Kräfte gegeneinander oder auf ihre Umfassungen wirkende angesprochen.

- In der Gerinnehydraulik wird die Zähigkeit im Regelfall vernachlässigt.
- Der Einfluß der Temperatur bleibt unberücksichtigt, d. h., das Volumen wird konstant angenommen.
- Die Oberflächenspannung wird nicht in die Formeln einbezogen.
- Alle Formeln und Ansätze sind auf die homogene Flüssigkeit Wasser bezogen, wobei von wirklicher (natürlicher) Flüssigkeit ausgegangen wird.

Als verwendete Dimensionen werden eingesetzt:

Dichte $\equiv$ Wichte $= 1$
1 Tonne (t) $\triangleq$ 1 Kubikmeter (m^3) oder
1 Kilogramm (kg) $\triangleq$ 1 Liter (l)

$$\frac{1\,\text{t}}{1\,\text{m}^3} \triangleq \frac{1000\,\text{kg}}{1000\,\text{l}} \triangleq \frac{1\,\text{kg}}{1\,\text{l}}$$

Die Geschwindigkeit wird in m/s, die Beschleunigung in m/s^2 ausgedrückt.
Die Erdbeschleunigung g beträgt in unseren Breiten 9,81 m/s^2.

2.3.2. Grundbegriffe der Hydrostatik

In einer ruhenden Flüssigkeit ist der *Druck* allseitig *gleich*, d. h., alle Kräfte, die auf ein Teilchen wirken, halten sich das Gleichgewicht. Alle Druckkräfte sind stets senkrecht auf die Begrenzungsfläche gerichtet. Bei Allseitigkeit des *statischen Druckes* müssen die flächenmäßig nebeneinander gelagerten Flüssigkeitsteilchen Niveauflächen mit konstantem Wert für p bilden, d. h.,

> in allen Punkten derselben Tiefe unter dem Wasserspiegel herrscht derselbe Druck.

Daraus ergibt sich, daß es in jedem Punkt der Flüssigkeit nur eine Niveaufläche geben kann und in der Niveaufläche in jedem Punkt senkrecht die aus allen Kraftkomponenten bestehende resultierende Kraft angreift.

Der Druck in einer Flüssigkeit $p\left[\frac{t}{m^2}\right]$ in einer Wassertiefe h [m] ergibt sich aus der Formel $p = \gamma \cdot h \left[\frac{t \cdot m}{m^3}\right]$.

Da bei Wasser $\gamma = 1 \left[\frac{t}{m^3}\right]$ ist, wird beim Druck meist nur $\gamma = h$ gesetzt, d. h. in der Dimension [m] statt $\left[\frac{t}{m^2}\right]$. Diese Tatsache ist zu beachten, um Irrtümer auszuschließen.

2.3.3. Druck unter dem Einfluß der Schwerkraft

Die Druckgleichung für eine ruhende Flüssigkeit unter dem Einfluß der Schwere lautet: $p = p_0 + \gamma \cdot h$; sie besagt,

> daß der Druck linear mit der Tiefe zunimmt.

p_0 ist der Atmosphärendruck, der in unseren Breiten im Meliorationswesen vernachlässigt werden kann.

Da in allen Flüssigkeiten verschiedener Wichte (Dichte) $p \equiv h$ ist, verhalten sich ihre statischen Druckhöhen umgekehrt wie ihre Wichten (Dichten):

$$\text{Wasser } (\gamma_1) = 1 \qquad h_2 = \frac{1{,}00}{1{,}00} = 1{,}00 \qquad h_1 = 0{,}00\ \text{m}$$

$$\text{Glyzerin } (\gamma_2) = 1{,}26 \qquad h_3 = \frac{1{,}00}{1{,}26} = 0{,}794 \qquad h_1 = 0{,}206\ \text{m}$$

$$\text{Benzin } (\gamma_3) = 0{,}70 \qquad h_2 = \frac{1{,}00}{0{,}70} = 1{,}428 \qquad h_1 = -0{,}428\ \text{m}$$

$$\text{Chloroform } (\gamma_4) = 1{,}49 \qquad h_2 = \frac{1{,}00}{1{,}49} = 0{,}678 \qquad h_1 = 0{,}322\ \text{m}$$

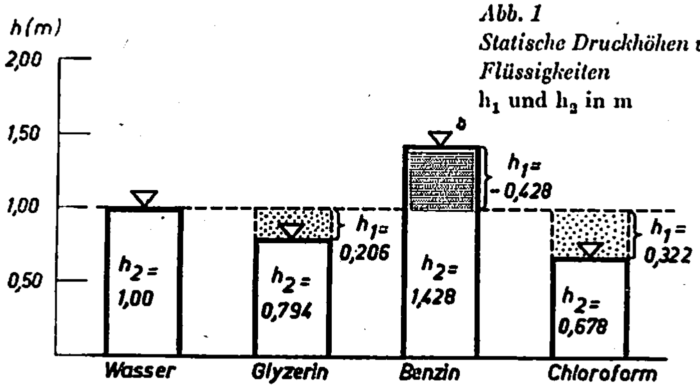


Abb. 1
Statische Druckhöhen verschiedener Flüssigkeiten
h_1 und h_2 in m

2.3.4. Druckfortpflanzung in Flüssigkeiten bei Vernachlässigung des Schweredrucks (Kolbendruck)

Wird vom Schweredruck abgesehen, dann gilt das Gesetz von Pascal, das besagt,

> **daß sich der Druck einer gepreßten Flüssigkeit innerhalb eines Gefäßes an alle Stellen der Wandungen gleichmäßig fortpflanzt.**

Der durch einen Kolben auf eine Flüssigkeit übertragene Druck $p = \frac{P}{F}$ ist von der Form der Kolbendruckfläche unabhängig. Ein Druck auf eine Flüssigkeit braucht nicht allein durch eine Wasserhöhe h hervorgebracht zu werden, sondern kann auch durch Kolbenpressung entstehen.

Beispiel:

Auf einer Kolbenfläche F_2 lastet ohne K_1 der Druck von $p = \gamma \cdot h \left[\frac{t}{m^2}\right]$. Wird der Kolben K_1 mit einer Kraft P_1 [t] auf die Flüssigkeit im Behälter gedrückt, dann ist das dasselbe, als ob in diesem noch eine Wassersäule mit der Kraft

$$P_1 = \gamma \cdot h_1 \cdot F_1 \left[\frac{t \cdot m \cdot m^2}{m^3} = t\right]$$

wirkt. Durch Umstellung der Gleichung ergibt sich

$$\gamma \cdot h_1 = \frac{P_1}{F_1} \left[\frac{t}{m^2}\right].$$

Der Gesamtdruck p_{ges} auf F_2 ist $= p + p_1 = \gamma \cdot h + \frac{P_1}{F_1}$.

Die Gesamtkraft, die auf K_2 wirkt, ist dann $P_{ges} = \left(\gamma \cdot h + \frac{P_1}{F}\right) \cdot F$.

Ist h_1 gegenüber h_2 sehr groß, wie es bei Kolbendrücken zu sein pflegt, kann $\gamma \cdot h_2$ unberücksichtigt bleiben und P_{ges} ist $P_1 \cdot \frac{F_2}{F_1} \left[t \cdot \frac{m^2}{m^2} = t\right]$. Es drückt mithin auf den Kolben K_2 eine um $\frac{F_2}{F_1}$ oder bei kreisrunden Kolben eine um $\frac{\frac{D^2 \cdot \pi}{4}}{\frac{d^2 \cdot \pi}{4}} = \frac{D^2}{d^2}$ vergrößerte Kraft.

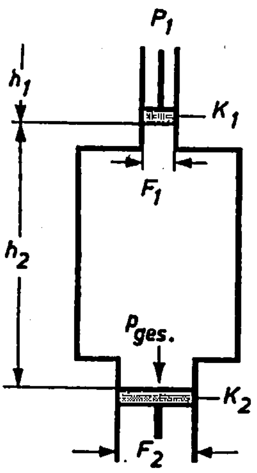


Abb. 2
Kolbendruck

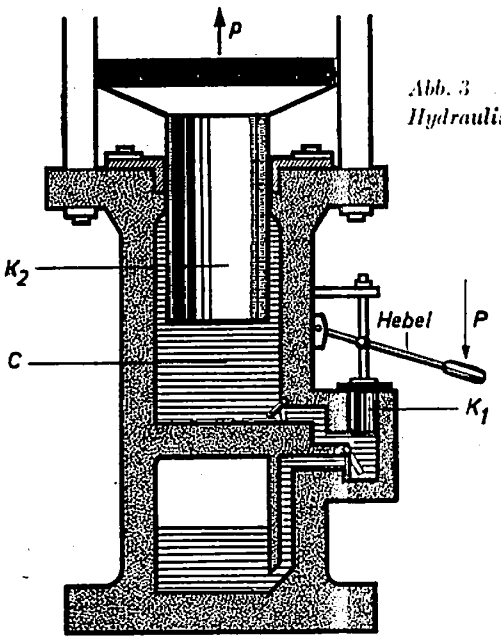


Abb. 3
Hydraulische Presse

In der Technik wird das Prinzip der hydraulischen Druckübertragung durch die *hydraulische Presse* verwirklicht.

Beispiel:

$d = 0{,}06$ m; $d^2 = 0{,}0036$, $F_1 = 0{,}002826$ m^2
$D = 0{,}30$ m; $D^2 = 0{,}0900$ m, $F_2 = 0{,}07065$ m^2
Übersetzungsverhältnis $d^2 : D^2 \equiv F_1 : F_2 = 1 : 25$

Die drückende Kraft des Kolbens K_2 verhält sich zu der am Kolben K_1 angewendeten Kraft wie das Verhältnis von $D^2 : d^2$. Der Weg, den der Kolben K_2 zurücklegt, verhält sich zu dem von K_1 zurückgelegten Weg, wie sich d^2 zu D^2 verhält; denn das von K_1 verdrängte Flüssigkeitsvolumen muß gleich dem sein, um das der Raum C durch Heben von K_2 vergrößert wird.

2.3.5. Statischer Flüssigkeitsdruck gegen Wände

2.3.5.1. Druck auf horizontale, ebene Bodenflächen

Ist in einem Gefäß die Bodenfläche waagerecht, also eine dem Wasserspiegel parallele Ebene, dann ist der Druck auf jedes Flächenteilchen *gleich groß*. Die Größe der Kraft P, die senkrecht auf die Fläche F wirkt, ist $P = \gamma \cdot h \cdot F$. P entspricht der über F liegenden Wassersäule. Der Angriffspunkt der Gesamtkraft aller Einzelkräfte liegt im Schwerpunkt S des Wasserdruckrechteckes ABCD. Da der Wasserdruck stets senkrecht auf die horizontale Bodenfläche wirkt, ist die Form des Gefäßes nicht entscheidend, sondern lediglich die Wassertiefe h (Abb. 5).

Abb. 4 Statischer Flüssigkeitsdruck

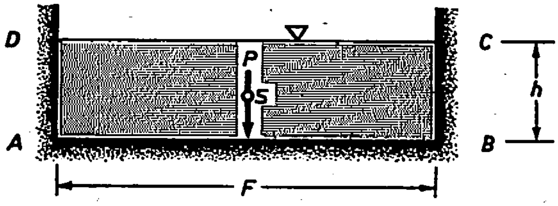
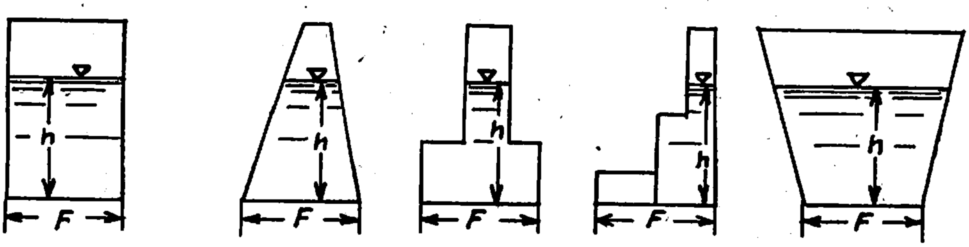


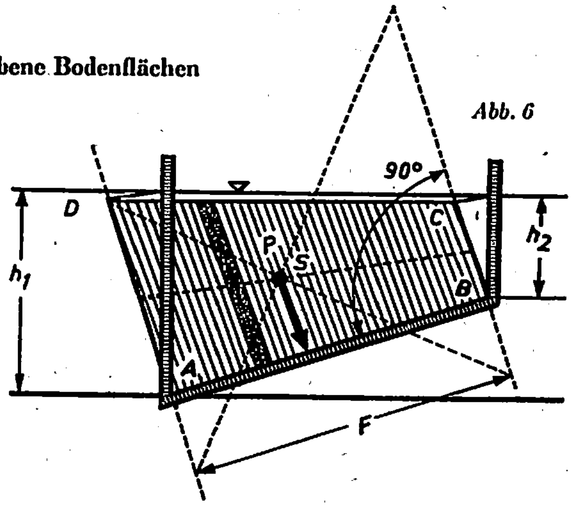
Abb. 5
Bodendruck — auf alle Flächen F wirkt bei gleicher Höhe h der gleiche Bodendruck



2.3.5.2. Druck auf geneigte, ebene Bodenflächen

Der Wasserdruck wirkt stets *senkrecht* (Winkel 90°) auf die Flächenteilchen der Ebene. Es ergibt sich somit das Drucktrapez ABCD (Abb. 6). Die Gesamtkraft P greift im Schwerpunkt S der Wasserdruckfläche ABCD senkrecht auf die Grundfläche A–B an. Der größte Druck ist $p_1 = \gamma \cdot h_2$ (lotrecht, nicht senkrecht zur Grundebene

Abb. 6



5*

gemessen), mithin die durchschnittliche Kraft

$$P = \frac{\gamma \cdot h_1 + \rho \cdot h_2}{2}.$$

In die Grundformel übernommen, ergibt sich:

$$P = \frac{\gamma \cdot h_1 + \rho \cdot h_2}{2} \cdot F \text{ oder } P = \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot \gamma \cdot F.$$

Da bei Wasser $\gamma = 1$ gesetzt wird, kann diese Größe entfallen.

2.3.5.3. Druck auf lotrechte, ebene Seitenwände

In jeder Tiefe unter dem Wasserspiegel ist der Druck auf ein Flächenteilchen der lotrechten Wand $p = \gamma \cdot h$ bzw. bei Wasser $= h$. Die Drücke sämtlicher Teilflächen sind *senkrecht* auf die lotrechte Wand gerichtet. Graphisch ist die resultierende Druckfläche als gleichschenkliges Wasserdruckdreieck ABC darzustellen

mit dem Inhalt $\frac{h \cdot h}{2}$ und dem Druck $p = \frac{\gamma \cdot h \cdot h}{2} \left[\frac{t}{m}\right]$ bzw. als Gesamtdruck, wenn als Länge l [m] und als Breite b [m] angesetzt werden

$$p = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot h^2 \cdot l \cdot b.$$

Die Wirkungslinie der Druckkraft geht durch den Schwerpunkt S des Druckdreiecks und liegt $^2/_3 h$ unter dem Wasserspiegel. Bei beiderseitigem Druck ist $p = \frac{\gamma}{2} (h^2 - h_1^2)$.

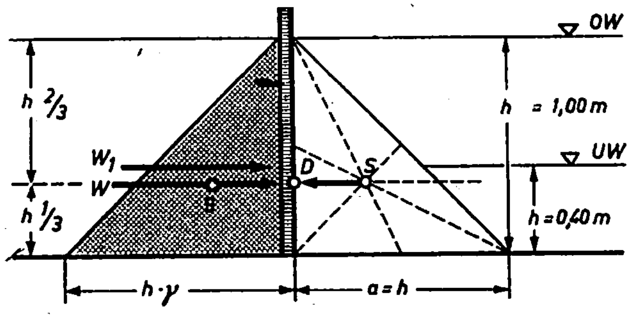


Abb. 7
Druck auf lotrechte, ebene Wand

2.3.5.4. Druck auf geneigte, ebene Seitenwände

Auch in diesem Falle zeigt die graphische Darstellung des Wasserdruckdreieckes, daß der Druck *senkrecht* auf die Wand gerichtet ist und der Kraftangriffspunkt im Schwerpunkt S des Belastungsdreiecks liegt. Die Wirkungslinie W ist senkrecht auf den Druckpunkt D gerichtet.
Der Inhalt des Wasserdruckdreiecks ABC ist

$$\frac{\gamma \cdot h}{2} \cdot \frac{h}{\sin \alpha} \left[\frac{t}{m}\right].$$

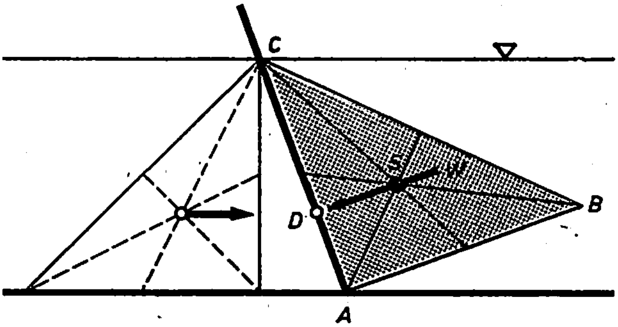


Abb. 8
Druck auf geneigte ebene Wand

Die Kraft P [t] auf eine um α geneigte Fläche mit der Breite b [m] ist bei einer Wassertiefe h [m]

$$P = \frac{\gamma \cdot h \cdot h}{2 \sin \alpha} \cdot b \text{ [t] bzw. } P = \frac{1}{2 \sin \alpha} \cdot \gamma \cdot h^2 \cdot b.$$