2.5. Die Formeln zur Berechnung der Geschwindigkeit

2.5.1. Die „klassische“ Geschwindigkeitsformel

Werden in die Formel für die Geschwindigkeit $v = \sqrt{g \cdot h}$ anstelle der Fallhöhe (h) das Gefälle $I = \frac{1}{l}$ (l = spezifische Länge = 1 m) und $R = \frac{F}{U}$ (hydraulischer Radius) und der Reibungsbeiwert k eingesetzt, ergibt sich die klassische Formel $v = k \cdot \sqrt{R \cdot I}$.

> I ist bei *offenen* Gewässern das *Wasserspiegelgefälle* (häufig wird auch das Sohlengefälle als solches angesprochen), bei *geschlossenen* die Drucklinie, das *Druckgefälle*.

Der Beiwert k hat die Dimension einer Wurzel aus der Beschleunigung ($k = m^{0,5} s^{-1}$). k ist nicht ganz dimensionslos und daher immer so einzusetzen wie alle anderen Werte der benutzten Formeln. Gilt für diese die Metereinheit, so ist k auch in Metern anzusetzen.

2.5.2. Die Formeln zur Weiterentwicklung des k-Wertes

In der weiteren Entwicklung der Formel $v = k \cdot \sqrt{R \cdot I}$ galt die Forschungsarbeit vor allem dem k-Wert. *Ganguillet* und *Kutter* stellten folgende Formel auf:

$$k = \frac{23 + \frac{1}{n} + \frac{0{,}00155}{1}}{1 + 23 + \frac{0{,}00155 \cdot n}{1 \cdot \sqrt{R}}}$$

Hierin ist n der von der Wandrauhigkeit abhängige *Beiwert*. Der n-Wert ist mithin örtlich einzuschätzen, der k-Wert aber außer von n noch von R und I abhängig. Diese Formel ist sehr umständlich zu berechnen und wird heute kaum noch angewendet.

Kutter entwickelte die sogenannte Kuttersche Formel, auch kleine Kutterformel genannt. Sie lautet: $k = \frac{100 \cdot \sqrt{R}}{m + \sqrt{R}}$. Anstelle von n tritt m als Beiwert mit der gleichen Funktion. Zwischen m und n besteht die Gleichung m = 100 n — 1; m hat die Dimension $m^{0,5}$, die konstante Zahl ist $100\left[\frac{m \cdot \frac{1}{2}}{s^2}\right]$. Diese Formel wird heute noch bei *Freispiegelrohrleitungen* angewendet.

Die Formel von *Bazin* $k = \frac{87}{1+\frac{\gamma}{R}}$ entspricht etwa der Kutterformel; der Wert γ ist der Rauhigkeitsgrad der Wandungen. Die Dimensionen sind γ [$m^{1/2}$], 87 $\left[\frac{m^{1/2}}{s^2}\right]$.

Sie wurde früher hauptsächlich bei städtischen Kanalisationen mit vielprofiligen gemauerten oder betonierten Leitungen zugrunde gelegt.

In den in diesem Abschnitt bisher genannten Formeln sind $R^{1/2} \cdot I^{1/2}$ und k als Rechengröße mit Beiwerten eingesetzt. Abweichend davon entwickelte *Manning* die Formel $v = k \cdot R^{2/3} \cdot I^{1/2}$, die heute verbreitet angewendet wird. In ihr hat k die Dimension [$m^{1/3} \cdot s^{-1}$]; k steht in dimensionsloser Beziehung zu n, wie $k = \frac{1}{n}$.

Unter Mitwirkung von *Gauckler* und *Strickler* sammelte *Manning* Erfahrungswerte für k_s, die ohne Formelberechnung eingesetzt werden können, wodurch die Rechnung sehr vereinfacht ist. In Tabelle 8 sind Auszüge der Beiwerte angegeben:

Tabelle 8

	Ganguillet und Kutter n	Kutter m	Bazin γ	Manning-Strickler k_s
Offene Gerinne				
Erdprofile – regelmäßig, keine Wasserpflanzen	0,025	1,75	1,50	38
Erdprofile – mit Rasen und wenig Wasserpflanzen	0,030	2,00	1,75	33–30
Erdprofile – unregelmäßig und Wasserpflanzen	0,035	2,25	2,00	29–27
Kanäle – Bruchsteine	0,016	0,30–0,35	0,65	70–80
Kanäle – glatte Wandungen	0,012	0,25	0,16	80–90
Geschlossene Leitungen				
Dränrohre	0,015	0,30	0,25	70
Gußrohre, neu	0,012	0,20	0,06	90
Steinzeugrohre, neu	0,016	0,25	0,16	80
Zementrohre mit Fugen	0,018	0,35		70–75
Schmutzwasserleitungen	0,017	0,30	0,20	75–80

2.5.3. Anwendung der Fließformeln

2.5.3.1. Berechnung der Wasserläufe

Zur Berechnung der *Geschwindigkeit* und des *Abflusses* der Wasserläufe wird der Durchflußquerschnitt örtlich aufgenommen und auf Millimeterpapier kartiert. Die Wasserquerschnittsfläche wird in der Regel planimetrisch ermittelt; sie kann auch nach Dreiecken und Trapezen errechnet werden.

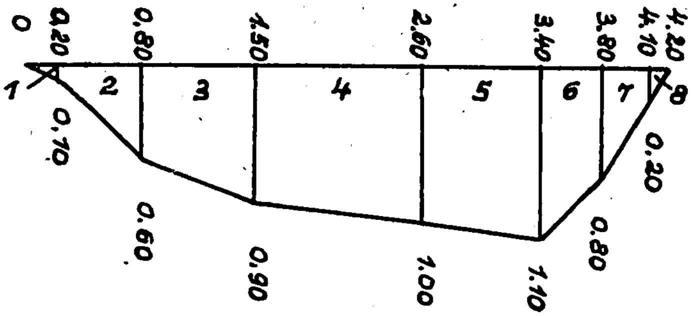


Abb. 13
Unregelmäßiger Querschnitt

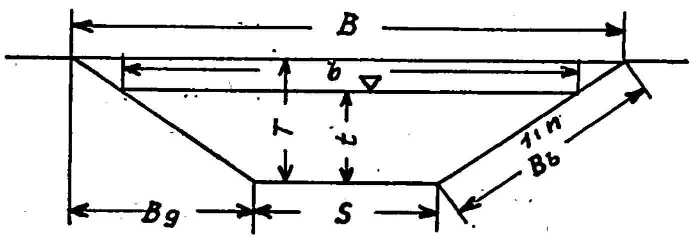


Abb. 14
Trapezquerschnitt
B = obere Breite
b = Breite Wasserspiegelhöhe
Bb = Böschungslänge
Bg = Abstandsbreite von der Sohle
T = Gesamttiefe des Querschnitts
t = Wassertiefe
s = Sohlbreite

Beispiel

Gesucht werden:

Fließgeschwindigkeit v; Abflußmenge Q

Gegebene Werte

Rauhigkeitsbeiwert $k_s = 30$
Abflußquerschnitt $F = 3{,}170\ m^2$; benetzter Umfang $U = 5{,}073\ m$

hydraulischer Radius $R = \frac{F}{U} = \frac{3{,}170}{5{,}073} = 0{,}65\ m$

$h = 0{,}22\ m$, $l = 340\ m$, daraus ergibt sich das Gefälle
$I = \frac{h}{l} = \frac{0{,}22}{340} = 0{,}00065 = 0{,}65\ ‰$

Die *Fließgeschwindigkeit* wird errechnet nach der Formel

$$v = k_s \cdot R^{2/3} \cdot I^{1/2}$$
$$v = 30 \cdot 0{,}65^{2/3} \cdot 0{,}00065^{1/2}$$
$$v = 30 \cdot 0{,}735 \cdot 0{,}0255 = \underline{\underline{0{,}56\ m/s}}$$

Die *Abflußmenge* wird errechnet nach der Formel

$$Q = F \cdot v$$
$$Q = 3{,}170 \cdot 0{,}56 = \underline{\underline{1{,}775}}\ m^3/s$$

2.5.3.2. Berechnung einer Freispiegelrohrleitung

Gesucht werden die *Fließgeschwindigkeit v* und der *Durchfluß Q*.
Gegeben sind:

Rohrdurchmesser D = 0,40 m
Rauhigkeitsbeiwert k_s = 80 (nach *Manning-Strickler*)
Durchflußquerschnitt F = 0,1257 m²
benetzter Umfang U = 1,257 m
hydraulischer Radius $R = \frac{F}{U} = \frac{0,1257}{1,257} = 0,10$ m
Gefälle I = 0,00085 = 0,85 ‰

Berechnung:

$$v = k_s \cdot R^{2/3} \cdot I^{1/2}$$
$$v = 80 \cdot 0,10^{2/3} \cdot 0,00085^{1/2}$$
$$v = 80 \cdot 0,215 \cdot 0,029 = 0,4988 \approx 0,50 \text{ m/s}$$

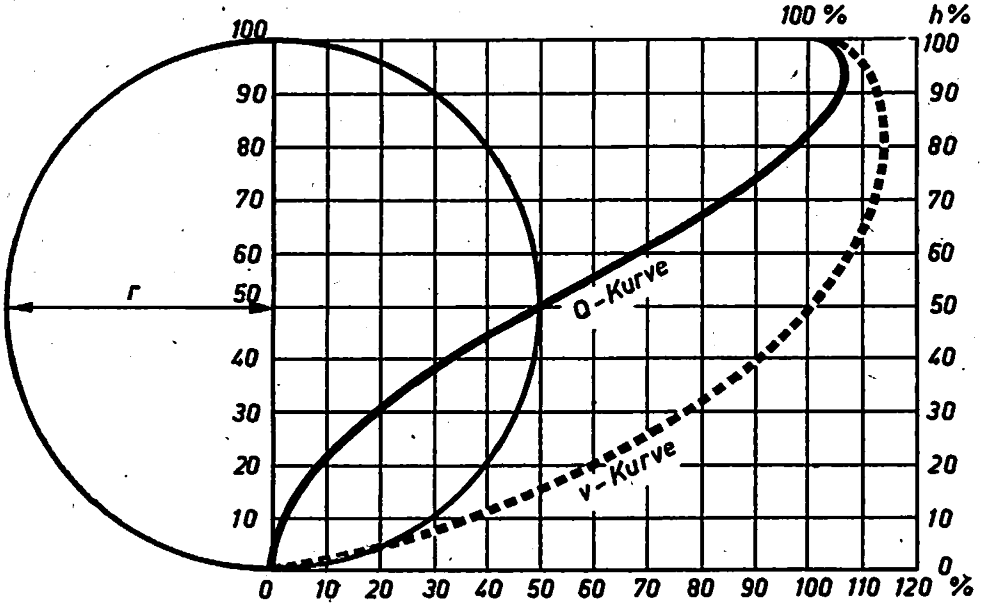
$$Q = F \cdot v$$
$$Q = 0,1257 \cdot 0,50 = 0,063 \text{ m}^3/\text{s}$$

2.5.3.3. Berechnung von Rohrdurchlässen

In einem *Rohrdurchlaß* ist die Wasserführung von der Füllhöhe abhängig.

Bei voll gefüllten Rohren ist der benetzte Umfang U am größten und die Rauhigkeit am geringsten.

Abb. 15 Verhalten des Abflusses (Q-Kurve) und der Geschwindigkeit (v-Kurve) bei unterschiedlicher Füllhöhe



Wird bei 100 % Füllhöhe Q = 100 gesetzt, sind bei

97,5 % Füllhöhe Q = 106,8,
95,0 % Füllhöhe Q = 107,4,
92,5 % Füllhöhe Q = 107,6,
90,0 % Füllhöhe Q = 106,5,
80,0 % Füllhöhe Q = 97,6.

Das bedeutet, daß bei einer *Füllhöhe von 92,5 %* die *günstigsten* Abflußbedingungen gegeben sind.
Andererseits wird die Füllhöhe durch die *Wassertiefe* des offenen Wasserquerschnittes bestimmt, sofern kein Aufstau vorgesehen ist.

Beispiel für die Berechnung eines Rohrdurchlasses

Ein offener trapezförmiger Graben mit einer Sohlenbreite S von 0,80 m, einer Wassertiefe t von 0,60 m, einem Böschungsverhältnis von 1:1,5 und einem Gefälle von I = 0,55 ‰ hat

eine Fließgeschwindigkeit von 0,34 m/s und
einen Abfluß von 347 l/s.

Ein Rohr von

1,00 m Durchmesser führt bei 60 % Füllung 386 l/s
1,20 m Durchmesser bei 50 % Füllung 467 l/s
0,80 m Durchmesser bei 75 % Füllung 287 l/s

Aus der Gegenüberstellung der angegebenen Zahlenwerte ergibt sich, daß für den Rohrdurchlaß ein Rohr mit 1,00 m Durchmesser zu wählen ist.

2.5.4. Druckrohrleitungen (Rohrhydraulik)

2.5.4.1. Formeln

Die Laminarströmung und die Turbulenzströmung (s. Abschnitte 2.4.2.1., S. 72, und 2.4.2.2., S. 72) lassen sich nach den klassischen Formeln nicht berechnen. Zwar wurden in der Vergangenheit und teils auch noch heute die auf der Grundlage von $k\sqrt{R \cdot I}$ bzw. $k_s \cdot R^{2/3} \cdot I^{1/2}$ für v basierenden Gleichungen auch für Druckrohre angewendet. Da hierbei jedoch das Gefälle I nicht angesetzt werden kann, steht die Berechnung des Druckverlustes mit der Reibungsverlustzahl λ als Beiwert zu $\frac{v^2}{2g}$ im Vordergrund. Dabei gilt die Beziehung $I = \frac{v^2}{2\,g} \cdot \frac{1}{D}$. Die gebräuchliche Maßeinheit für $\lambda \left[\frac{1}{m}\right]$ zeigt, daß unter l die spezifische Länge 1,0 m angesprochen wird.

Es wird bei den Formeln nach *Kutter* und *Manning-Strickler* oft so verfahren, daß die Beiwerte k bzw. k_s zur Bestimmung von $\lambda = \frac{8g}{k^2}$ ($8\,g = 9{,}81 \cdot 8 = 78{,}48$) gesetzt werden. Häufig ist bisher, namentlich besonders für Leichtmetallrohre, in der Beregnungstechnik die Formel von *Lang* mit der Beziehung $\lambda = a + \frac{0{,}0018}{\sqrt{v \cdot D}}$ angewendet worden.

Der Wert a ist für

- geschweißte Rohre 0,0193,
- für Betonrohre 0,014.

Die genannten Formeln gehen davon aus, daß v nicht als Formelwert errechnet, sondern als Quotient $\frac{Q}{F}$ bestimmt werden muß.

In der Turbulenztheorie wird von der Grundlage ausgegangen, daß der Reibungsverlust nicht allein von der Wandrauhigkeit abhängt, sondern auch von der *Art der Kern- oder Koaxial-Strömung*. Das geschieht in der Weise, daß in den Formeln für λ neben der Widerstandszahl k auch die Reynoldsche Zahl aufgenommen wird. Es werden dabei unterschieden:

I. hydraulisch glatter Bereich (nach Formel von *Prandtl-v. Karman*),
II. rauher Bereich (nach Formel von *Prandtl-v. Karman*),
III. Übergangsbereich (nach Formel von *Colebrook*).

Diese lautet:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left(\frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}} + \frac{k}{3{,}71\,D} \right).$$

2.5.4.2. Die Erfassung der Wandrauhigkeit

In der Turbulenztheorie tritt k nicht als Geschwindigkeitsbeiwert, sondern als *Widerstandszahl*, in der Einheit [m] oder [mm] auf. k ist das geometrische Maß für die *absolute Rauhigkeit*. Da bei der Erfassung der absoluten Rauhigkeit die Ähnlichkeit eine bedeu-

Tabelle 9

Wandrauhigkeit	Beispiele	k-Wert [mm]
Nach *Kirschner*		
1. besonders glatt, ideal glatt	Glas und Kunststoffrohre	bis 0,002
2. technisch glatt	wie 1, jedoch nicht so sorgfältig hergestellt, Asbestzementrohre, nahtlose Stahlrohre	bis 0,05
3. mäßig rauh	Schleuderbeton-,	0,20—0,25
	Steinzeugrohre, innen asphaltierte, bitumierte Rohre	bis 0,50
4. rauh	wie 3, jedoch mit leichten bis mittleren Verkrustungen, Beton ohne besondere Güte	0,5—2,0
5. sehr rauh und unregelmäßig	schlechte Ausführung von 4, mit Stoßfugen und Verkrustungen	1,0—20
Nach *Wertz*		
1. glatt (glatter Bereich)	Kunststoffdränrohre	0,05
2. zwischen glatt und rauh (Übergangsbereich)	Tonrohrdränrohre	0,65

tende Rolle spielt, wird nicht die absolute Rauhigkeit als bestimmend angesprochen, sondern *k* wird auf den *Durchmesser* bezogen und daraus bestimmt. Diese Beziehung wird als *relative Rauhigkeit* $\varepsilon = \frac{k}{D}$ bezeichnet. ε ist dimensionslos. D, k und Re sind in gleichen Längeneinheiten einzusetzen.

Die Zusammenstellung auf Seite 81 zeigt die Schwierigkeit der physikalischen und technischen Erfassung des k-Wertes.
Für die Ermittlung von λ stehen Tabellenwerke, Nomogramme und graphische Kurven zur Verfügung.