

VEB Kombinat Wassertechnik und Projektierung Wasserwirtschaft	Wassergewinnung Vertikalfilterbrunnen Geohydraulische Berechnungen	WAPRO 1.42/02
--	---	--------------------------------

Deskriptoren: Wassergewinnung, **Vertikalfilterbrunnen**
Umfang: 28 Seiten
Verantwortlich: VEB Projektierung Wasserwirtschaft, Betriebsteil Magdeburg
Bestätigt: 13. 8. 1986, VEB Kombinat Wassertechnik und Projektierung Wasserwirtschaft Halle/Saale
Verbindlich ab: 1. 12. 1986

1. Grundgleichungen

1.1. Einzelbrunnen, $\dot{v} = \text{const.}$

$$\phi_n - \phi = \frac{\dot{v}}{4\pi k} \mathcal{J}(r, t) \quad (1)$$

$$\phi = \begin{cases} Mh-M^2/2 & \text{für gespanntes Grundwasser} \\ h^2/2 & \text{für ungespanntes Grundwasser} \end{cases} \quad \text{in } m^2$$

$$\phi = (1/k) \int_0^h k_B (h-z) dz \quad \text{für ungespanntes Grundwasser und horizontal geschichteten Grundwasserleiter}$$

k_B - Wert der betrachteten Schicht
 k^* frei wählbarer Bezugswert; in den Gl. (1) bis (4) gilt dann $k = k^*$

ϕ_n - Wert von ϕ im natürlichen Zustand

ϕ - Wert von ϕ im gestörten Zustand

\dot{v} - Förderstrom des Einzelbrunnens in m^3/s

k - Durchlässigkeitskoeffizient für Wasser in m/s

\mathcal{J} - spezifische Potentialdifferenz, dimensionslos mit $\mathcal{J} = \mathcal{J}_1 + \mathcal{J}_2$

\mathcal{J}_1 - Anteil infolge Unvollkommenheit des Brunnens; $\mathcal{J}_1 = 0$ für vollkommenen Brunnen

\mathcal{J}_2 - Anteil, der durch die äußeren Randbedingungen des Grundwasserströmungsfeldes bestimmt wird

r - Abstand des betrachteten Punktes P von der Brunnenachse (min $r = r_0$)

h - bei gespanntem Grundwasser Höhenlage der Druckhöhenfläche über der frei wählbaren Bezugsebene $z = 0$

M - Mächtigkeit des Grundwasserleiters in m

Übrige Bezeichnungen siehe Teil /01.

Bei ungespanntem Grundwasser Höhenlage der freien Grundwasseroberfläche über der fiktiven horizontalen Sohle - siehe WAPRO 1.42./01, Abschnitt 2.4. c).

$h(r_0) = h_{Br} + \Delta h_{F1} + \Delta h_{K1}$ in m - siehe Bild 2.

t - Zeit in s .

1.2. Brunnengruppe, $\dot{v}_i = \text{const.}$

$$\phi_n - \phi = \frac{1}{4\pi k} \sum_{i=1}^n \dot{v}_i \cdot \mathcal{J}(r_i, t) \quad (2)$$

i - Nummer des Brunnens

n - Gesamtzahl der Brunnen

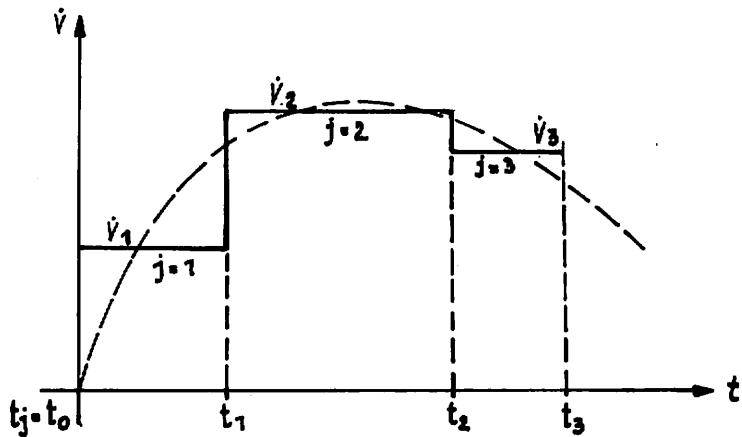
\dot{v}_i - Förderleistung des i -ten Brunnens in m^3/s

r_i - Abstand des betrachteten Punktes P vom i -ten Brunnen in m

k - repräsentativer k -Wert für den Fassungsstandort aller n Brunnen in m/s .

1.3. Einzelbrunnen, $\dot{v} = \dot{v}(t)$

Eine stetige Funktion $\dot{v} = \dot{v}(t)$ ist durch eine Stufenfunktion zu approximieren.



$$t_0 = 0$$

$$\dot{v}_0 = 0$$

j - Nummer der Stufe

m - Zahl der Stufen bis zum Zeitpunkt t , für den die Berechnung erfolgt

Bild 1

$$\phi_n - \phi = \frac{1}{4 \pi k} \sum_{j=1}^m (\dot{v}_j - \dot{v}_{j-1}) \cdot \mathcal{J}(r, t - t_{j-1}) \quad (3)$$

Gl. (3) ist für den Zeitraum $t_{m-1} \leq t \leq t_m$ gültig.

1.4. Brunnengruppe $\dot{v}_1 = \dot{v}_1(t)$

Stetige Funktionen $\dot{v}_1(t)$ sind durch Stufenfunktionen zu approximieren - siehe Abschnitt 1.3.

$$\phi_n - \phi = \frac{1}{4 \pi k} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n (\dot{v}_{1,j} - \dot{v}_{1,j-1}) \cdot \mathcal{J}(r_i, t - t_{j-1}) \quad (4)$$

Gl. (4) ist für den Zeitraum $t_{m-1} \leq t \leq t_m$ gültig.

1.5. Geohydraulisch wichtige Maße des Brunnens

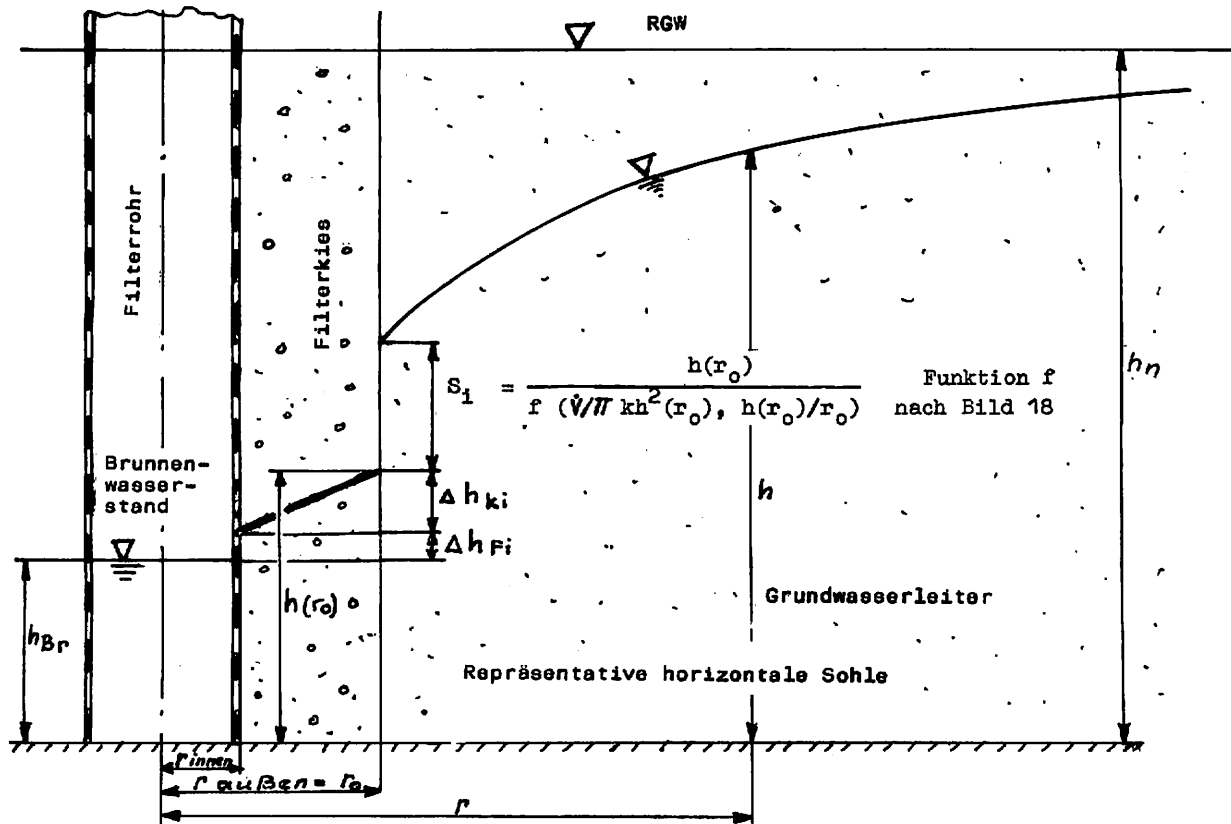


Bild 2

2. Hydraulische Verluste im Brunnenfilter

2.1. Verlusthöhe für den Eintritt des Wassers in das Filterrohr und die Strömung des Wassers im Filterrohr bis zum Saugstutzen - Rohrströmung - ohne Durchströmungsverluste im Einkornfilter

$$\Delta h_{Fi} = 0,76 \frac{\dot{V}^2}{A_w^2} \quad [m] \quad (5)$$

\dot{V} - Förderleistung in m³/s

A_w - Wirksamer Querschnitt des Filterrohres (um die Fläche aller Einbauten reduzierter Querschnitt) in m².

2.2. Verlusthöhe in der Kiesschüttung oder -packung, im Einkornfilter und im Filtergewebe

$$\Delta h_{Ki} = \frac{v_i^2}{2g} \cdot \xi \cdot \frac{r_{außen} - r_{innen}}{D_{50}} \quad [m] \quad (6)$$

v_i - Filtergeschwindigkeit an der Stelle rinnen in m/s

$r_{außen}$, r_{innen} - äußerer und innerer Radius des geschütteten oder geklebten Kiesmantels in m

D_{50} - Korndurchmesser des Filtermaterials bei 50 % der Siebkurve in m

ν - kinematische Zähigkeit des Wassers in m²/s, $\nu_{10 \text{ } ^\circ\text{C}} = 1,3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

ξ - Widerstandskoeffizient nach Bild 3

Für Filtergewebe ist in Gl. (6) $\frac{r_{\text{außen}} - r_{\text{innen}}}{D_{50}} = 4 N \frac{d_{\text{Gewebe}}}{w_G}$ zu setzen.

d_{Gewebe} - Gewebedicke

w_G - Maschenweite des Gewebes

N - Zahl der Gewebelagen

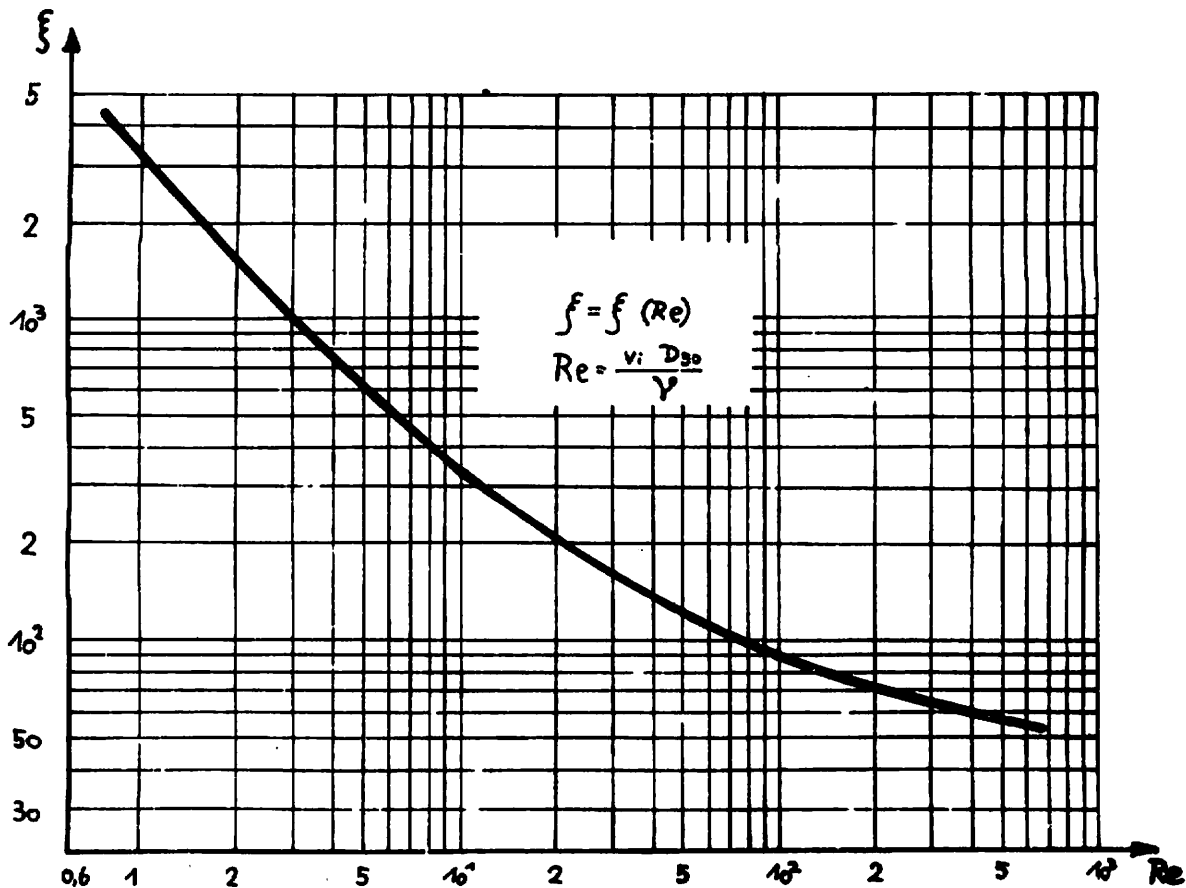


Bild 3 Widerstandskoeffizient des Filtermantels

3. Spezifische Potentialdifferenz \mathcal{S}_1

\mathcal{S}_1 -Werte sind nur bei der Berechnung des Brunnenwasserspiegels für den betrachteten Förder- oder Schluckbrunnen zu berücksichtigen:

$$\mathcal{S}_1 = \mathcal{S}_{o1} - \mathcal{S}_{t1} \quad (7)$$

\mathcal{S}_{o1} - stationärer Anteil

\mathcal{S}_{t1} - nichtstationärer Anteil

für $\lim_{t \rightarrow \infty}$ gilt $\mathcal{S}_{t1} \rightarrow 0$ [3];

für normale Berechnungen birgt $\mathcal{S}_1 = \mathcal{S}_{o1}$ eine Sicherheit.

Tabelle 1 Siehe Bild 19/20 für $\mathcal{J}_{01} = \mathcal{J}_{01}(M^*/r_0, l^*/M^*)$

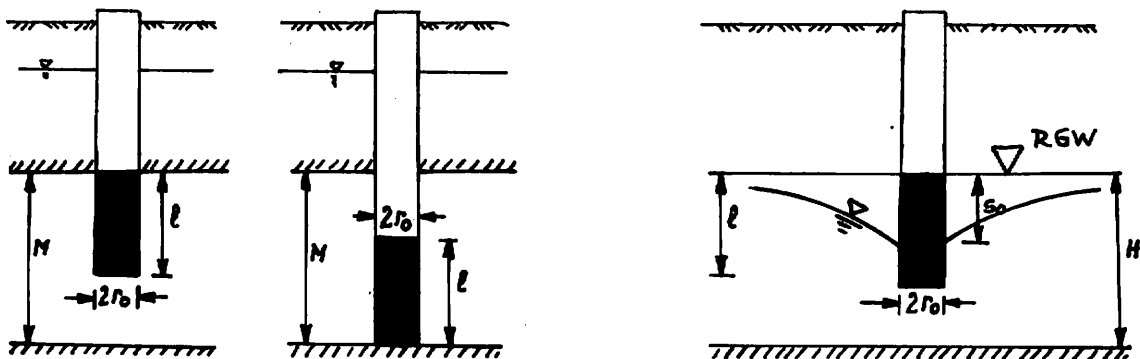
M^*/r_0 l^*/M^*	10	20	30	50	100	200	500	1000	2000
0,05	12,60	26,00	35,60	49,00	72,00	94,00	126,00	149,00	169,00
0,10	10,40	19,80	24,60	32,40	42,60	55,00	70,20	81,80	93,60
0,20	6,80	12,00	14,60	18,20	22,80	29,60	36,00	41,20	48,00
0,30	4,80	7,60	9,20	11,60	14,60	17,80	21,80	25,00	28,20
0,40	3,36	4,40	6,00	7,20	9,96	11,60	14,20	16,00	18,40
0,50	2,26	3,20	4,20	4,40	6,60	7,80	9,60	11,00	12,40
0,70	0,88	1,00	1,70	2,00	2,68	3,24	4,00	4,60	5,20
0,90	0,12	0,20	0,30	0,40	0,54	0,68	0,86	1,02	1,16

3.1. Typ A

- \mathcal{J}_{01} -Werte aus Tabelle 1 oder Bild 19/20 entnehmen, wobei M^* und l^* wie folgt zu wählen sind:

gespanntes Grundwasser

ungespanntes Grundwasser



$M^* = M$ und $l^* = 1$

$M^* = H - 0,5 s_0$ und
 $l^* = 1 - 0,5 s_0$

Bei nichtstationären Strömungsgängen ist für s_0 ein geschätzter zeitlicher Mittelwert einzusetzen.

Bild 4

3.2. Typ B

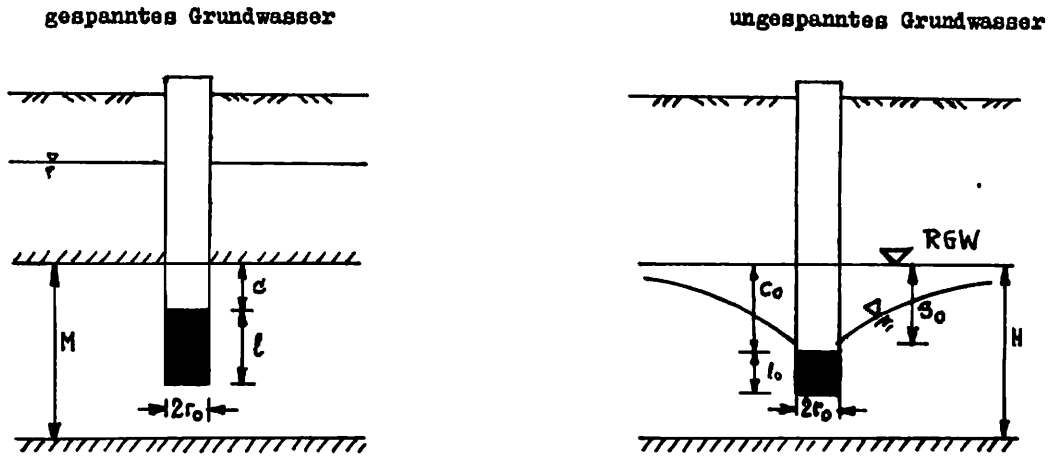
$$\mathcal{J}_{01} = \left(\frac{c}{l} + 1\right)^2 \cdot \mathcal{J}_{0+1} + \left(\frac{c}{l}\right)^2 \cdot \mathcal{J}_0 + 0,5 \cdot \left[\mathcal{J}_{1/2} - \left(\frac{2c}{l} + 1\right)^2 \cdot \mathcal{J}_{0+1/2}\right] \quad (8)$$

\mathcal{J}_{0+1} ist \mathcal{J}_{01} -Wert nach Tabelle 1 mit $l^* = c + 1$

\mathcal{J}_0 ist \mathcal{J}_{01} -Wert nach Tabelle 1 mit $l^* = c$

$\mathcal{J}_{1/2}$ ist \mathcal{J}_{01} -Wert nach Tabelle 1 mit $l^* = 1/2$

$\mathcal{J}_{0+1/2}$ ist \mathcal{J}_{01} -Wert nach Tabelle 1 mit $l^* = c + 1/2$



$M^* = M$ für alle \mathcal{F} -Werte

$M^* = H - 0,5 s_0$; $l = l_0$; $c = c_0 - 0,5 s_0$

Bei nichtstationären Strömungsverhältnissen ist für s_0 ein geschätzter zeitlicher Mittelwert einzusetzen.

Bild 5

4. Spezifische Potentialdifferenz \mathcal{F}_2

Liegt keine Speisung aus liegenden und/oder hängenden Schichten vor, ist $B = \infty$. Für diesen Fall ist $r/B = 0$ sowie alle $s/B = 0$ zu setzen.

4.1. Vertikalfilterbrunnen im unendlich ausgedehnten Grundwasserleiter

$$\mathcal{F}_2 = \begin{cases} W(\sigma, r/B) & \text{allgemeingültig, siehe Bild 16} & (9a) \\ W(\sigma) & \text{für } \sigma > 2 r/B \text{ oder für } B = \infty \text{ und } t \text{ beliebig, siehe Tabelle 2} & (9b) \\ 2 K_0(r/B) & \text{für große } t\text{-Werte, siehe Tabelle 3} & (9c) \\ \ln \frac{2,25 t}{a r^2} & \text{für } B = \infty \text{ und } t \geq 5 a r^2 & (9d) \end{cases}$$

mit $\sigma = \frac{r^2 a}{4t}$; B entsprechend Bild 6; $a = S/T$;

k_0 - modifizierte Besselsche Funktion nullter Ordnung, 2. Art - siehe Tabelle 3

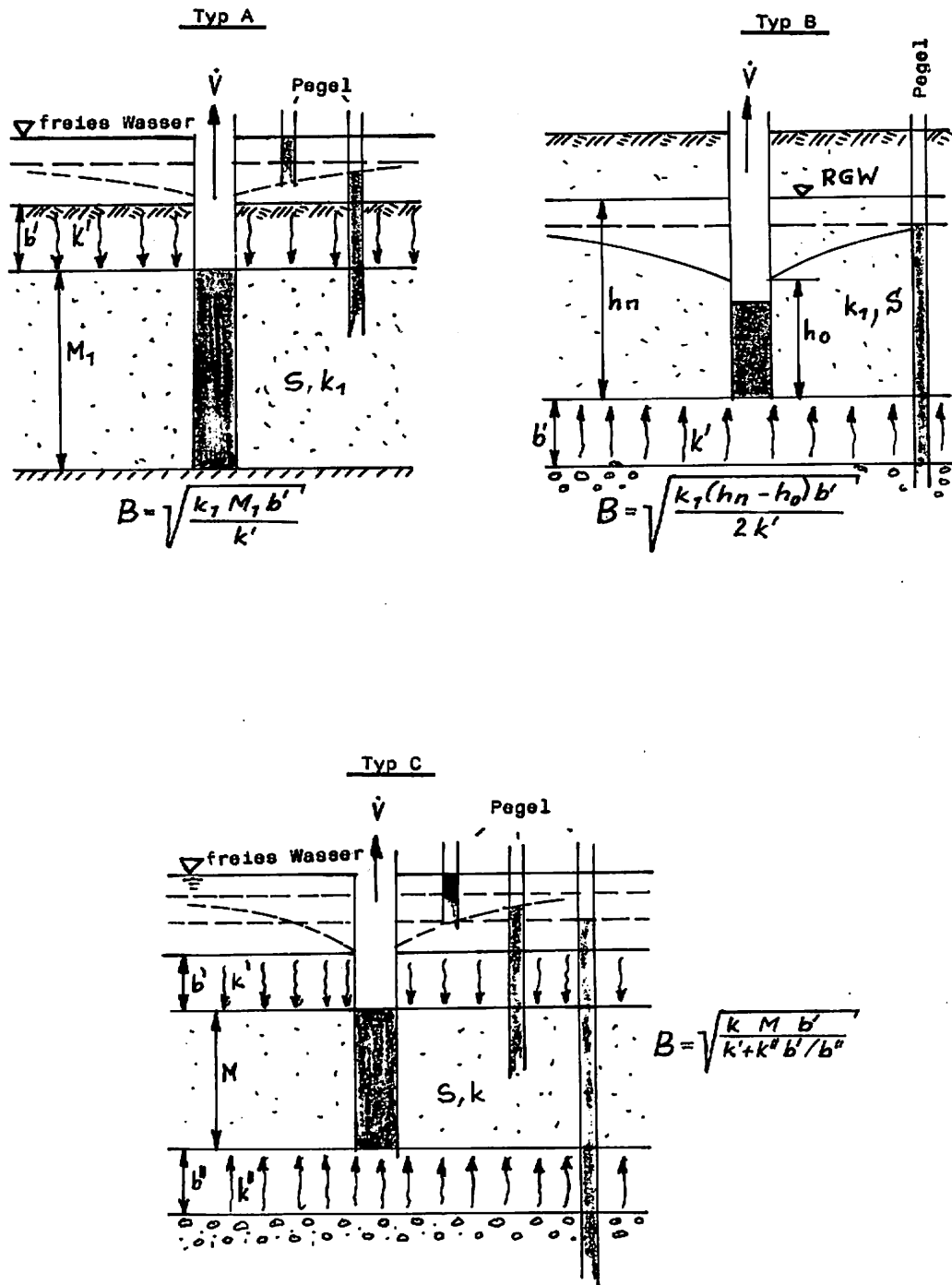


Bild 6 Schematische Darstellung der Speisungsverhältnisse

4.2. Vertikalbrunnen im unendlich ausgedehnten Grundwasserleiter bei vorgegebener Absenkung im Brunnen für $B = \infty$

a) Für $\vartheta(r_0) = \text{const.}$:

$$\dot{V} = \dot{V}(t) = \begin{cases} 2\pi k (\vartheta_n - \vartheta(r_0)) \cdot G(\alpha^*) & \text{allgemeingültig} \end{cases} \quad (10a)$$

$$\begin{cases} 4\pi k (\vartheta_n - \vartheta(r_0)) / \ln \frac{2,25 t}{a r_0^2} & \text{für } t \geq (5 \cdot 10^3 r_0^2 a \text{ bei } \varepsilon \leq 2\% \\ & (1 \cdot 10^3 r_0^2 a \text{ bei } \varepsilon \leq 3\%) \end{cases} \quad (10b)$$

$$\text{mit } \alpha^* = \frac{1}{4} \frac{t}{b_0} = \frac{t}{a r_0^2}; \quad b_0 = \frac{r_0^2 a}{4 t}$$

Tabelle 4 für $G = G(\alpha^*)$

α^*	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0
$\times 10^{-1}$	2,250	1,720	1,480	1,330	1,230	1,160	1,100	1,060	1,020
$\times 10^0$	0,985	0,803	0,719	0,667	0,630	0,602	0,580	0,562	0,547
$\times 10^1$	0,534	0,461	0,427	0,405	0,389	0,377	0,367	0,359	0,352
$\times 10^2$	0,346	0,311	0,294	0,283	0,274	0,268	0,263	0,258	0,254
$\times 10^3$	0,251	0,232	0,222	0,215	0,210	0,206	0,203	0,200	0,198
$\times 10^4$	0,196	0,184	0,178	0,173	0,170	0,168	0,165	0,164	0,162
Beispiel: für $\alpha^* = 7 \rightarrow G(\alpha^*) = 0,58$									

b) Für $\vartheta(r_0) = \vartheta_0 = \vartheta_0(t)$

Eine stetige Funktion $\vartheta_0(t)$ ist durch eine Stufenfunktion zu approximieren - siehe Abschnitt 1.3.

$$\dot{V} = \dot{V}(t) = 2\pi k \sum_{j=1}^m [\vartheta(r_0)_j - \vartheta(r_0)_{j-1}] G(\alpha_j^*) \quad (11)$$

$$\text{mit } \alpha_j^* = \frac{T(t - t_{j-1})}{S r_0^2}; \quad \vartheta(r_0)_0 = \vartheta_n(r_0) \text{ und } t_0 = 0$$

Die Anwendung dieser Gleichung beschränkt sich auf den Einzelbrunnen und gilt für den Zeitraum $t_{m-1} \leq t \leq t_m$.

Mit Hilfe der so berechneten Förderleistung $Q = Q(t)$ kann \mathcal{J}_2 außerhalb des Brunnens nach Abschnitt 4.1. unter Berücksichtigung von Abschnitt 1.3. berechnet werden.

4.3. Vertikalbrunnen im einseitig begrenzten unendlich ausgedehnten Grundwasserleiter

Typ A
 Länge der Berandung gilt:
 $\phi = \phi_n = \text{const.} (\mathcal{S}_2 = 0)$
 $\mathcal{S}_2 = 0$ z.B. konstanter Flußwasserstand

Typ B
 Länge der Berandung gilt:
 $q_n = q (\partial \mathcal{S}_2 / \partial n = 0 \text{ bzw. } \Delta q = 0)$
 $\Delta q = 0$ z.B. Barriere (undurchlässig)

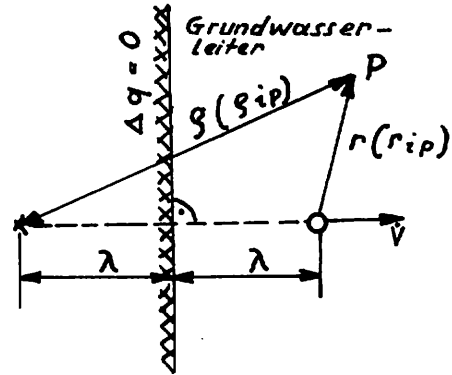
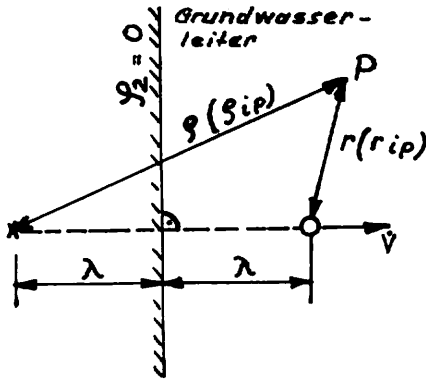


Bild 7

Speisung des Grundwasserleiters aus liegenden und/oder hängenden Schichten - siehe Bild 6.

Typ A

Typ B

$$\mathcal{S}_2 = W(\sigma_r, r/B) - W(\sigma_g, g/B) \quad (12a)$$

$$\mathcal{S}_2 = W(\sigma_r, r/B) + W(\sigma_g, g/B) \quad (12b)$$

$W = W(\sigma, r/B)$ nach Bild 16; für $B = \infty$ gilt: $W = W(\sigma)$ nach Tabelle 2.

mit $\sigma_r = \frac{r_a^2}{4t}$ und $\sigma_g = \frac{g_a^2}{4t}$

$$\mathcal{S}_2 = 2 \ln \frac{g}{r} \quad \text{für } B = \infty \text{ und } t \approx 5g^2a \quad (13a)$$

$$\mathcal{S}_2 = 2 \ln \frac{2,25 t}{r^2 a} \quad \text{für } B = \infty \text{ und } t \geq 5g^2a \quad (13b)$$

Für eine Brunnengruppe gilt entsprechend für den i-ten Brunnen - siehe Gl. (2):

$$\mathcal{S}_2(r_{iP}, t) = W(\sigma_{r_{iP}}, r_{iP}/B) \mp W(\sigma_{g_{iP}}, g_{iP}/B), \quad (14)$$

dabei gilt "-" für Typ A und "+" für Typ B.

$W = W(\sigma, r/B)$ nach Bild 16.

Für $B = \infty$ gilt: $W = W(\sigma)$ nach Tabelle 2.

4.4. Vertikalbrunnen im zweiseitig rechtwinklig begrenzten unendlich ausgedehnten Grundwasserleiter

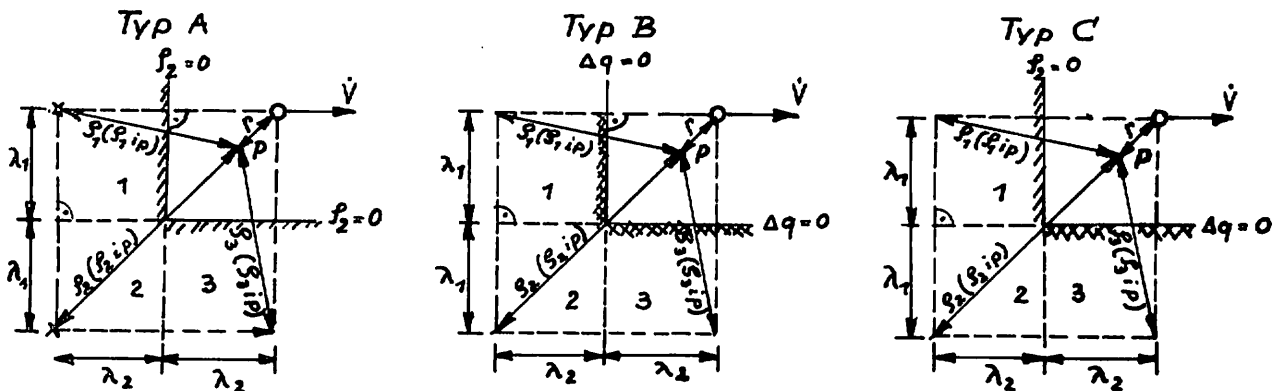


Bild 8

In den folgenden Gleichungen gilt:

- das obere Vorzeichen für Typ A
- das mittlere Vorzeichen für Typ B
- das untere Vorzeichen für Typ C

$$\mathcal{J}_2 = + W(\sigma_r, r/B) + W(\sigma_{g1}, s_1/B) + W(\sigma_{g2}, s_2/B) + W(\sigma_{g3}, s_3/B) \quad (15)$$

$W = W(\sigma, r/B)$ nach Bild 16.

Für $B = \infty$ gilt: $W = W(\sigma)$ nach Tabelle 2.

Mit $\sigma_r = \frac{r^2 a}{4t}$; $\sigma_{g1} = \frac{1^2 a}{4t}$; $\sigma_{g2} = \frac{2^2 a}{4t}$; $\sigma_{g3} = \frac{3^2 a}{4t}$.

Für $B = \infty$ und $t \geq 5s_{max}^2 a$ gilt: (siehe Gl. (9d)).

Bei Typ A: $\mathcal{J}_2 = 2 \ln \frac{s_1 s_3}{r s_2} \quad (16a)$

Typ B: $\mathcal{J}_2 = 2 \ln \frac{1}{r s_1 s_2 s_3} + 4 \ln \frac{2,25 t}{a} \quad (16b)$

Typ C: $\mathcal{J}_2 = 2 \ln \frac{s_1 s_2}{r s_3} \quad (16c)$

Für den i-ten Brunnen einer Gruppe gilt:

$$\mathcal{J}_2(r_{iP}, t) = + W(\sigma_{r_{iP}}, \frac{r_{iP}}{B}) + W(\sigma_{g1_{iP}}, \frac{s_{1_{iP}}}{B}) + W(\sigma_{g2_{iP}}, \frac{s_{2_{iP}}}{B}) + W(\sigma_{g3_{iP}}, \frac{s_{3_{iP}}}{B}) \quad (17)$$

$W = W(\sigma, r/B)$ nach Bild 16.

Für $B = \infty$ gilt: $W = W(\sigma)$ nach Tabelle 2.

Vereinfachungen dieser Gleichungen sind entsprechend Gl. (9) möglich.

4.5. Vertikalbrunnen in rechteckig begrenzten Grundwasserleitern für $B = \infty$ und im stationären Endzustand

Berechnungsverfahren für nichtstationäre Zustände sind in den Rechenprogrammen BRUEM und ABS3 enthalten.

Der stationäre Zustand wird praktisch bei $t > 1,5 aL^2$ erreicht.

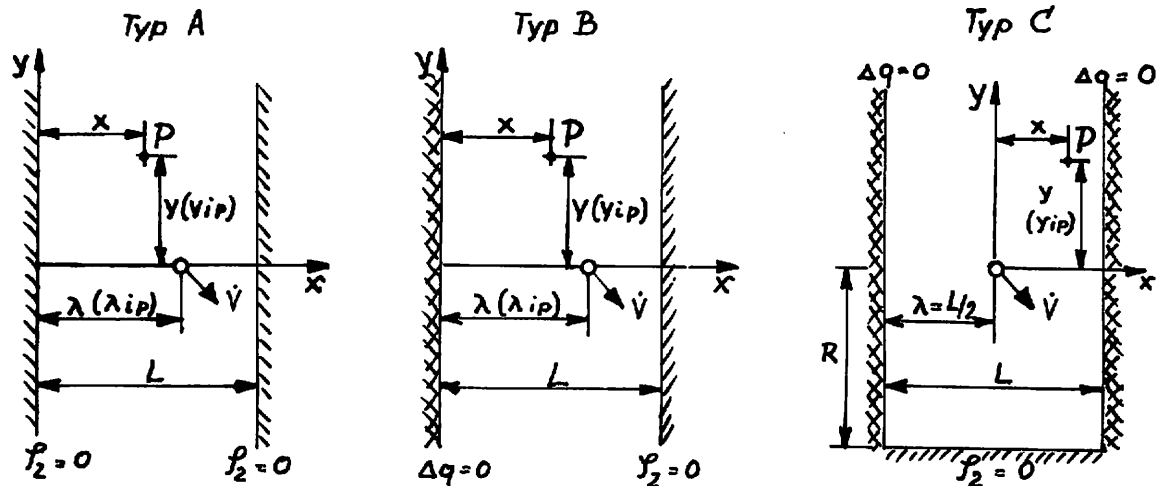


Bild 9

Für Typ A gilt im stationären Endzustand:

Einzelbrunnen zur Berechnung von \mathcal{S}_2 im Punkt P:

$$\mathcal{S}_2 = \ln \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi y}{L} - \cos \frac{\pi(x+\lambda)}{L}}{\operatorname{ch} \frac{\pi y}{L} - \cos \frac{\pi(x-\lambda)}{L}} \quad (18a)$$

- Anteil des i-ten Brunnen einer Gruppe zur Berechnung von \mathcal{S}_2 im Punkt P:

$$\mathcal{S}_2(x_{1P}) = \ln \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi y_{1P}}{L} - \cos \frac{\pi(x+\lambda_{1P})}{L}}{\operatorname{ch} \frac{\pi y_{1P}}{L} - \cos \frac{\pi(x-\lambda_{1P})}{L}} \quad (18b)$$

- Sonderfall zur Berechnung von \mathcal{S}_2 im Brunnen:

$$\mathcal{S}_2(r_0) = 2 \ln \left[\frac{2L}{r_0 \pi} \cdot \sin \frac{\pi \lambda}{L} \right] \quad (18c)$$

Der stationäre Zustand wird praktisch bei $t \geq \frac{L^2 a}{2,5}$ erreicht.

Für Typ B gilt im stationären Endzustand:

- Einzelbrunnen zur Berechnung von \mathcal{J}_2 im Punkt P:

$$\mathcal{J}_2 = \ln \frac{(\operatorname{ch} \frac{\pi y}{2L} + \cos \frac{\pi(x+\lambda)}{2L}) (\operatorname{ch} \frac{\pi y}{2L} + \cos \frac{\pi(x-\lambda)}{2L})}{(\operatorname{ch} \frac{\pi y}{2L} - \cos \frac{\pi(x+\lambda)}{2L}) (\operatorname{ch} \frac{\pi y}{2L} - \cos \frac{\pi(x-\lambda)}{2L})} \quad (19a)$$

- Anteil des i-ten Brunnens einer Gruppe zur Berechnung von \mathcal{J}_2 im Punkt P:

$$\mathcal{J}_2(r_i) = \ln \frac{[\operatorname{ch} \frac{\pi y_{iP}}{2L} + \cos \frac{\pi(x+\lambda_{iP})}{2L}] [\operatorname{ch} \frac{\pi y_{iP}}{2L} + \cos \frac{\pi(x-\lambda_{iP})}{2L}]}{[\operatorname{ch} \frac{\pi y_{iP}}{2L} - \cos \frac{\pi(x+\lambda_{iP})}{2L}] [\operatorname{ch} \frac{\pi y_{iP}}{2L} - \cos \frac{\pi(x-\lambda_{iP})}{2L}]} \quad (19b)$$

- Sonderfall zur Berechnung von \mathcal{J}_2 im Brunnen:

$$\mathcal{J}_2(r_0) = 2 \ln \left[\frac{4L}{\pi r_0} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi \lambda}{2L} \right] \quad (19c)$$

Für Typ C gilt im stationären Endzustand - Lösung nur für $\lambda = \lambda_1 = L/2$:

- Einzelbrunnen zur Berechnung von \mathcal{J}_2 im Punkt P:

$$\mathcal{J}_2 = \ln \frac{\operatorname{ch} \frac{2\pi(y+2R)}{L} - \cos \frac{2\pi x}{L}}{\operatorname{ch} \frac{2\pi y}{L} - \cos \frac{2\pi x}{L}} \quad (20a)$$

- Anteil des i-ten Brunnens einer Gruppe zur Berechnung von \mathcal{J}_2 im Punkt P:

$$\mathcal{J}_2(r_i) = \ln \frac{\operatorname{ch} \frac{2\pi(y_{iP}+2R_{iP})}{L} - \cos \frac{2\pi x}{L}}{\operatorname{ch} \frac{2\pi y_{iP}}{L} - \cos \frac{2\pi x}{L}} \quad (20b)$$

- Sonderfall zur Berechnung von \mathcal{J}_2 im Brunnen:

$$\mathcal{J}_2(r_0) = 2 \ln \frac{L \operatorname{sh} \frac{2\pi R}{L}}{\pi r_0} \quad (20c)$$

für $2R > L$ ist $\ln(\operatorname{sh} \frac{2\pi R}{L}) \approx \ln(\frac{e^{2\pi R/L}}{2}) = \frac{2\pi R}{L} - \ln 2$

$$\mathcal{J}_2(r_0) = 2 \left[2\pi \frac{R}{L} + \ln \frac{L}{2\pi r_0} \right] \quad (20d)$$

4.6. Vertikalbrunnen im kreisförmig begrenzten Grundwasserleiter für $B = \infty$

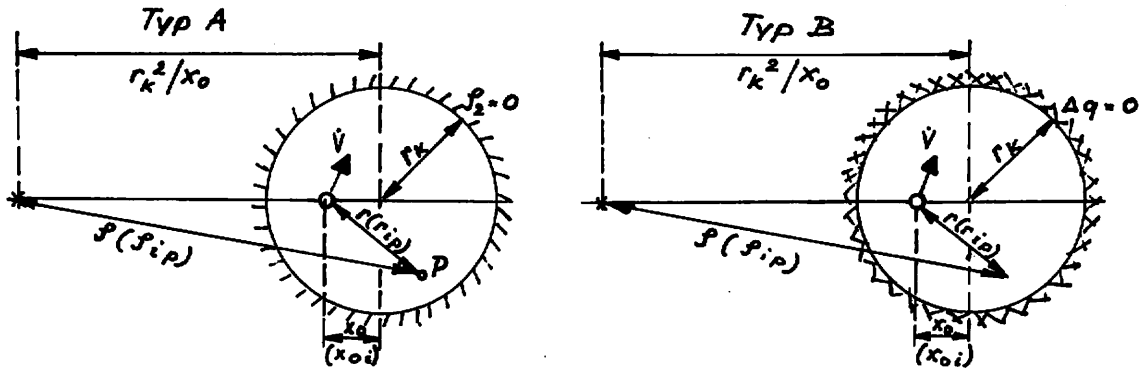


Bild 10

Für Typ A gilt bei zentrischer Lage des Brunnens ($x_0 = 0$):

$$s_2 = \begin{cases} 2 \ln \frac{r_K}{r} - f(r/r_K, B) & \text{für beliebiges } t & (21a) \\ 2 \ln \frac{r_K}{r} & \text{für } t \geq 0,7 \frac{r_K^2}{a} & (21b) \end{cases}$$

mit $B = \frac{t}{ar_K^2}$; $f = f(r/r_K, B)$ nach Bild 17.

Diese Gleichungen liefern auch für Brunnen in exzentrischer Lage ($x_0 \neq 0$) gute Näherungen, sofern $x_0 \leq 0,2 r_K$ und $r \leq 0,5 r_K$ ist.

Allgemein gilt für Brunnen in exzentrischer Lage:

$$s_2 = \begin{cases} w(\xi) \text{ mit } \xi = \frac{r_0^2}{4t} \text{ für } t \leq \frac{a(r_K - x_0)^2}{20} & (22a) \\ 2 \ln \frac{x_0 s}{r \cdot r_K} \text{ für } t \geq \frac{r_K^2 a}{1,5} & (22b) \\ 2 \ln \frac{(r_K^2 - x_0^2)}{r_0 r_K} \text{ für } t \geq \frac{r_K^2 a}{1,5} \text{ und } r = r_0 & (22c) \end{cases}$$

Für den i-ten Brunnen einer Gruppe ist entsprechend x_{0i} anstelle x_0 , r_{1i} anstelle r und s_{1i} anstelle s zu setzen.

Für Typ B gilt bei zentrischer Lage des Brunnens ($x_0 = 0$):

$$\mathcal{J}_2 = \begin{cases} (r/r_K)^2 + 2 \ln (r_K/r) + \frac{4t}{ar_K^2} - f^*(r/r_K, \beta) & \text{für beliebiges } t \quad (23a) \\ (r/r_K)^2 + 2 \ln (r_K/r) - 1,50 + \frac{4t}{ar_K^2} & \text{für } t > 0,3 ar_K^2 \quad (23b) \end{cases}$$

mit $\beta = \frac{t}{ar_K^2}$; f^* entsprechend Tabelle 5.

Diese Gleichungen liefern auch für Brunnen in exzentrischer Lage ($x_0 > 0$) eine gute Näherung, sofern $x_0 \leq 0,2 r_K$ und $r \leq 0,5 r_K$ ist.

Tabelle 5 Funktion $f^* = f^*(r/r_K, \beta)$

$\beta \backslash r/r_K$	10^{-6}	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,05	2,39	2,35	2,24	2,08	1,88	1,70	1,55	1,38	1,28	1,22	1,20
0,06	2,29	2,24	2,15	2,01	1,84	1,68	1,55	1,39	1,31	1,25	1,23
0,07	2,19	2,15	2,07	1,95	1,80	1,66	1,54	1,41	1,33	1,28	1,26
0,08	2,09	2,06	1,98	1,89	1,76	1,64	1,54	1,42	1,35	1,30	1,28
0,10	1,89	1,88	1,83	1,77	1,69	1,60	1,54	1,45	1,39	1,35	1,34
0,12	1,78	1,77	1,73	1,69	1,63	1,57	1,52	1,47	1,43	1,39	1,38
0,15	1,65	1,64	1,62	1,60	1,56	1,53	1,52	1,49	1,46	1,44	1,43
0,20	1,56	1,56	1,55	1,54	1,52	1,51	1,50	1,50	1,49	1,47	1,46
0,25	1,54	1,54	1,53	1,52	1,51	1,50	1,50	1,50	1,49	1,48	1,48
0,30	1,52	1,52	1,52	1,51	1,51	1,50	1,50	1,50	1,49	1,49	1,49
0,40	1,51	1,51	1,51	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50	1,49	1,49
0,50	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50
1,00	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50

Allgemein gilt für Brunnen in exzentrischer Lage:

$$\mathcal{J}_2 = W(\zeta) \quad \text{mit} \quad \zeta = \frac{r^2 a}{4t} \quad \text{für} \quad t \leq \frac{a(r_K - x_0)^2}{20} \quad (24)$$

Für den i -ten Brunnen einer Gruppe ist entsprechend r_{1P} anstelle r und x_{01} anstelle x_0 zu setzen.

4.7. Vertikalbrunnen an Flußkrümmungen
für $B = \infty$ und für den stationären Endzustand

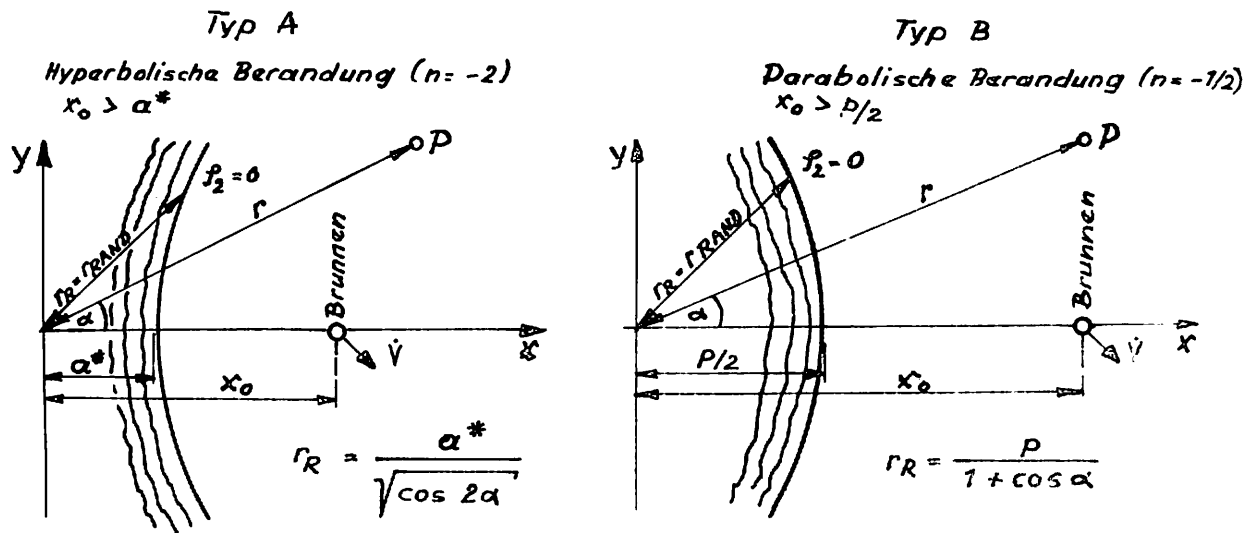


Bild 11 Gilt nur für Einzelbrunnen

Für Typ A gilt:

$$\mathcal{J}_2 = \ln \frac{(2a^{*2} - x_0^2)^2 - 2(2a^{*2} - x_0^2)(x^2 - y^2) + r^4}{x_0^4 - 2x_0^2(x^2 - y^2) + r^4} \quad (25a)$$

$$\mathcal{J}_2(r_0) = 2 \ln \frac{x_0 - a^{*2}/x_0}{r_0} \quad (25b)$$

Der nichtstationäre Absenkungsvorgang in unmittelbarer Nähe des Brunnens kann nach dem hydraulischen Schema im Abschnitt 4.3. a) berechnet werden, wenn die Berandung bei $x = x_0 - \frac{a^{*2}}{2x_0}$ angeordnet wird.

Für Typ B gilt:

$$\mathcal{J}_2 = \ln \frac{(\sqrt{2p} - \sqrt{x_0})^2 - 2(\sqrt{2p} - \sqrt{x_0})\sqrt{r} \cos(\alpha/2) + r}{x_0 - 2\sqrt{x_0}\sqrt{r} \cos(\alpha/2) + r} \quad (26a)$$

$$\mathcal{J}_2(r_0) = 2 \ln \frac{4x_0 - 2\sqrt{2px_0}}{r_0} \quad (26b)$$

Der nichtstationäre Absenkungsvorgang in unmittelbarer Nähe des Brunnens kann nach dem hydraulischen Schema im Abschnitt 4.3. a) berechnet werden, wenn die Randgerade bei $x = \sqrt{2px_0} - x_0$ angeordnet wird.

4.8. Vertikalbrunnen in zweiseitig begrenzten Grundwasserleitern für $B = \infty$ - näherungsweise Berechnung des stationären Endzustandes

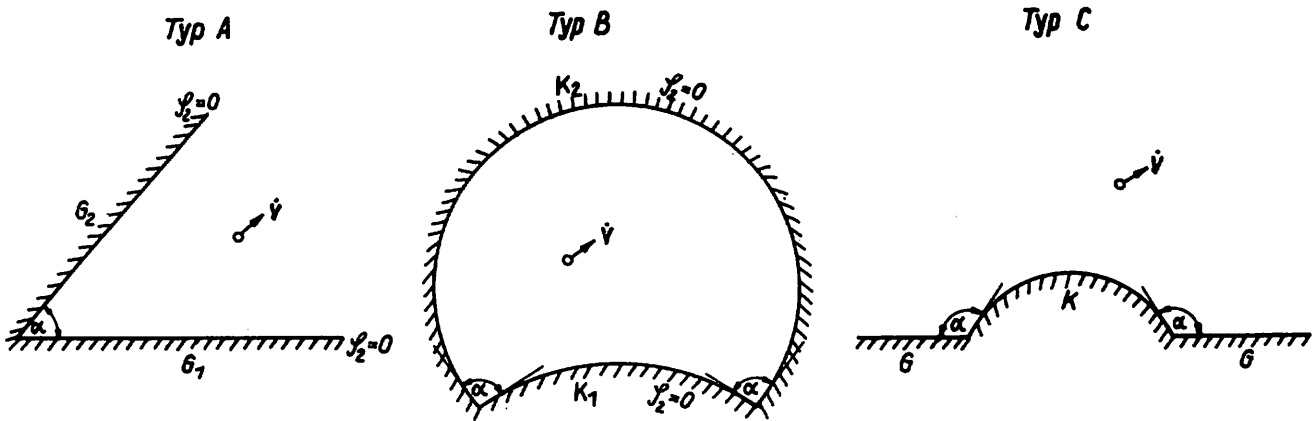


Bild 12

Das Untersuchungsgebiet ist der Durchschnitt (gemeinsamer Anteil) von 2 Gebieten, die jeweils durch eine Gerade (G) oder einen Kreis (K) begrenzt werden, die sich unter einem Winkel $\alpha \leq 180^\circ$ schneiden.

Typ A enthält als bereits behandelte Spezialfälle:

- $\alpha = 180^\circ$ geradlinige Berandung (Abschnitt 4.3., Typ A)
- $\alpha = 90^\circ$ rechtwinklige Berandung (Abschnitt 4.4., Typ A)
- $\alpha = 0$ Parallelstreifen (Abschnitt 4.5., Typ A).

Typ B enthält als Spezialfälle:

- K_1 entartet in eine Gerade Kreissegment
- K_2 entartet in eine Gerade Typ C.

Die Berechnung von \mathcal{J}_2 wird auf die Grundfälle geradlinige (Abschnitt 4.3., Typ A) und kreisförmige Berandung (Abschnitt 4.6., Typ A) zurückgeführt.

Näherungsgleichung zur Berechnung von \mathcal{J}_2 :

$$\mathcal{J}_2 = 2 \ln \frac{K_0}{r} \quad (27)$$

Spezialfälle:

a) geradlinige Berandung (Bild 7)

$$\text{Gl. (13a)} \quad \hat{S} = S \quad (27a)$$

b) kreisförmige Berandung (Bild 10)

$$\text{Gl. (23b)} \quad \hat{S} = \frac{x_0 S}{r_K} \quad (27b)$$

Gl. (27b) gilt auch für den Fall, daß der Brunnen außerhalb des Kreises liegt.

Der Bezugspunkt für die Ermittlung von S (siehe Bild 10) liegt in diesem Falle innerhalb des Kreises, da $r_K^2/x_0 < r_K$.

Berechnungsgang:

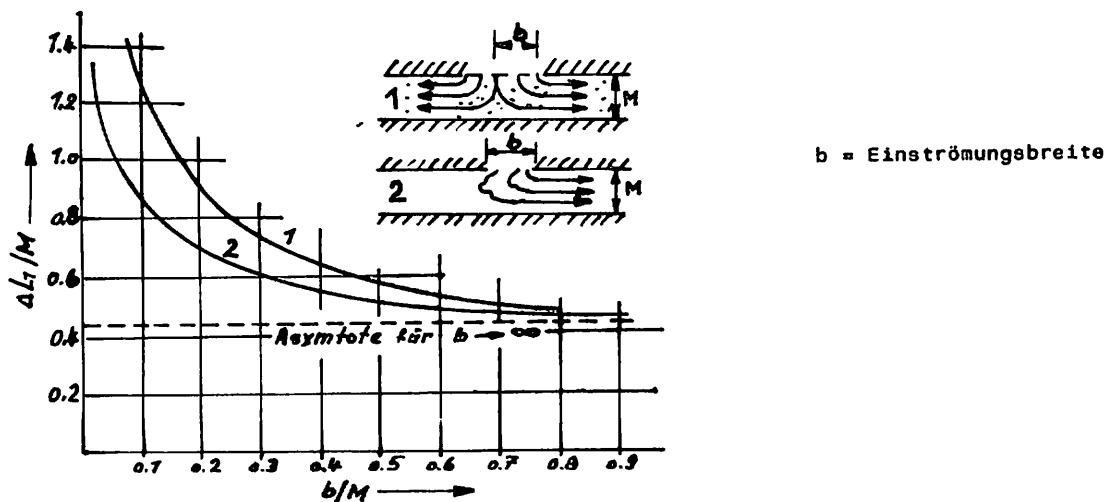
- a) Die Speisungskontur wird gemäß Bild 12 durch 2 Kurven approximiert, die Geraden oder Kreise bzw. Teile davon sind.
- b) Für jede der beiden Teilkurven wird nach (27a) bzw. (27b) der Wert \hat{S} ermittelt, der sich ergibt, wenn die andere Teilkurve unberücksichtigt bleibt.
- c) Die erhaltenen Werte \hat{S}_1, \hat{S}_2 werden so indiziert, daß $\hat{S}_1 \approx \hat{S}_2$ gilt.
- d) In Abhängigkeit von dem Verhältniswert \hat{S}_1/\hat{S}_2 und dem Schnittwinkel α wird aus Bild 21 die Hilfsgröße σ abgelesen.
- e) Berechnung von \hat{S} aus $\hat{S} = \sigma \hat{S}_1$ (28)
- f) Berechnung von \mathcal{V}_2 nach Gl. (27).

Zusätzliche Bemerkungen:

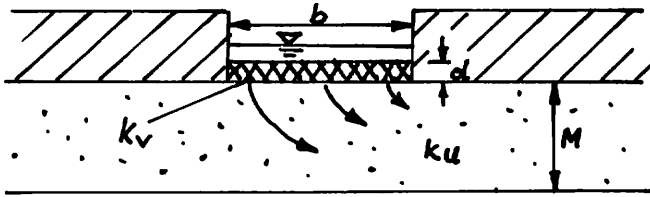
Die Anwendung dieses Verfahrens zur Berechnung von \mathcal{V}_2 im Brunnen liefert exakte Werte. Ausreichend genaue Näherungswerte für \mathcal{V}_2 außerhalb des Brunnens ergeben sich innerhalb des größten Kreises um den Brunnen, der noch ganz innerhalb der Speisungskontur, sowie für den Bereich, in dem $\hat{S}_1 < 0,3 \hat{S}_2$ gilt. Außerhalb dieses Bereiches ist das Verfahren für Überschlagsrechnungen noch anwendbar, sofern negative Werte von \mathcal{V}_2 , die sich ergeben können, durch den Randwert $\mathcal{V}_2 = 0$ ersetzt werden.

5. Berücksichtigung kolmatierter oder/und unvollkommener äußerer Berandungen**5.1. Allgemeines**

Für den stationären Endzustand werden diese Verhältnisse dadurch berücksichtigt, daß die Speisungskontur fiktiv um das Maß ΔL (vgl. Abschn. 5.2. und 5.3.) von der Fassungsanlage abgerückt wird. Voraussetzung für die Anwendung dieses vereinfachten Verfahrens ist, daß der Abstand λ zwischen Speisungskontur und Fassungsanlage nicht kleiner als ΔL ist. Die gleichen Bedingungen gelten für die Anwendbarkeit der unter Abschn. 5.4. angegebenen Näherungsformel zur Berechnung des nichtstationären Absenkungsvorganges.

5.2. Unvollkommene BerandungBild 13 Graphik zur Bestimmung von ΔL_1

5.3. Kolmatisierte Sohle des Wasserlaufes



- d - Dicke der kolmatisierten Schicht
- k_v - vertikaler k-Wert der kolmatisierten Schicht
- k_u - k-Wert des Untergrundes

Bild 14

ΔL_2 ist vorzugsweise aus Pumpversuchen zu ermitteln bzw. mit geschätzten Werten $\frac{d}{k_v}$ nach folgenden Formeln zu berechnen

$$\Delta L_2 = \begin{cases} \sqrt{\frac{k_u L_1 d}{k_v}} & \text{für } b \rightarrow \infty \text{ und } k_u > 50 k_v & (29a) \\ \sqrt{\frac{k_u M d}{k_v}} \text{ oth } \sqrt{\frac{b^2 k_v}{k_u M d}} & \text{für } b \leq M \text{ und } k_u > 50 k_v & (29b) \\ \Delta L_1 + \frac{k_u M d}{k_v b} & \text{für } b \leq M & (29c) \end{cases}$$

5.4. Näherungsweise Berechnung des Absenkungsvorganges

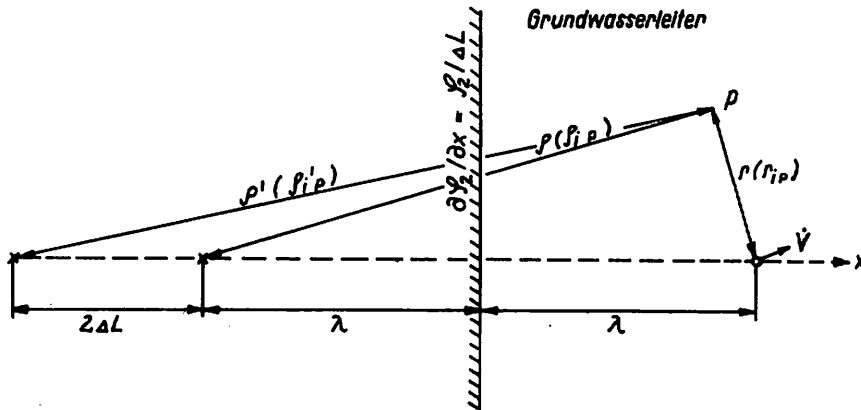


Bild 15

Längs der Speisungskontur gilt: $\frac{\partial(\phi_n - \phi)}{\partial x} = \frac{q_n - q}{\Delta L}$, wobei ϕ_n mit dem Flußpotential übereinstimmt.

Näherungsgleichung zur Berechnung von \mathcal{J}_2 :

$$\mathcal{J}_2 = W(\sigma_r) - W(\sigma_s) + 2e^{-\sigma_s} \ln \frac{q'}{q} \quad (30a)$$

mit $\sigma_r = \frac{r^2 a}{4t}$ und $\sigma_s = \frac{s^2 a}{4t}$

$$\mathcal{J}_2 = 2 \ln \frac{q'}{r} + 2\sigma_s \ln \frac{q}{q'} \quad \text{für } t \geq 5 \cdot s^2 a \quad (30b)$$

$$\mathcal{J}_2 = 2 \ln \frac{q'}{r} \quad \text{im stationären Endzustand} \quad (30c)$$

$W = W(5)$ nach Tabelle 2.

Der letzte Summand in Gl. (30a) stellt eine Näherung dar, die im stationären Endzustand den exakten Wert liefert.

6. Berechnung von Brunnengalerien mit Heberleitung

Die gegenseitige Beeinflussung der Brunnen über den gemeinsamen Grundwasserleiter wird durch nachfolgende Gleichungen erfaßt:

6.1. Ungespanntes Grundwasser

$$h_1 = \sqrt{h_n^2 - \frac{\sum_{i=1}^n \dot{v}_i}{2 \pi k} \cdot \sum_{i=1}^n \mathcal{J}_P} \quad (31)$$

h_1 - Wasserstand im 1-ten Brunnen

\dot{v}_i - Entnahme aus dem i-ten Brunnen

\mathcal{J}_P - \mathcal{J} -Wert, wobei der Punkt P am Rand des 1-ten Brunnens liegt. Der \mathcal{J} -Wert wird entsprechend der Randbedingungen nach Abschnitt 3. und 4. ermittelt.

6.2. Gespanntes Grundwasser

$$h_1 = h_n - \frac{\sum_{i=1}^n \dot{v}_i}{4 \pi k M} \cdot \sum_{i=1}^n \mathcal{J}_P \quad (32)$$

Ausgehend vom Wasserstand im Sammelschacht h_0 läßt sich der Wasserspiegel im 1-ten Brunnen auch wie folgt bestimmen - Berücksichtigung der gegenseitigen Beeinflussung der Brunnen über die gemeinsame Heberleitung:

$$h_1 = h_0 + \sum h_{vR} = h_0 + \sum \left[\lambda_R \cdot \frac{l_R}{D_R} + \sum \xi_R^* \right] \frac{8 \dot{v}_R^2}{\pi^2 D_R^4 g} \quad (33)$$

h_{vR} - Rohrreibungsverluste

$\lambda_R \frac{l_R}{D_R}$ und ξ_R^* - Verlustbeiwerte der Rohrhydraulik

Der Wasserstand h_1 läßt sich nun durch Gleichsetzen beider Gleichungen eliminieren. Es entsteht ein System von n nichtlinearen Gleichungen, aus dem die n unbekanntes Fördermengen bestimmt werden können. Die Auswertung des Gleichungssystems erfolgt zweckmäßigerweise mit Hilfe eines Digitalrechners.

Hinweise

Ersatz für WAPRO 1.42./02, Ausgabe Februar 1971 -/-

Änderungen gegenüber Ausgabe Februar 1971 -/-

Einarbeitung des SI-Systems

Ergänzung um Bild 20

Erweiterung der Tabelle 3

Einarbeitung der Sonderfälle $B = \infty$ in die allgemeingültigen Berechnungen

Überarbeitung und Druckfehlerbeseitigung

Im vorliegenden Standard ist auf folgende Standards Bezug genommen:

WAPRO 1.25/01; WAPRO 1.42/01

- [1] Luckner, L.:
Brunnen für Grundwassergewinnungsanlagen, Vertikalfilterbrunnen, Studie zu den Bemessungsgrundlagen
VEB Projektierung Wasserwirtschaft Halle, 1970
- [2] Bošver, F. M./Verigin, N. N.:
Metodičeskoje posobije po rasčetah ekspluatacionnych zapacov podzemnych vod dlja vodosnabženija, Moskau 1961
- [3] Busch, K. F./Luckner, L.:
Geohydraulik
VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig 1972
- [4] Luckner, L./W. M. Schastakow:
Simulation der Geofiltration
VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig 1975

Tabelle 3: Modifizierte Besselsche Funktion nullter Ordnung, 2. Art

r/B	K_0	r/B	K_0	r/B	K_0	r/B	K_0	r/B	K_0
0,01	4,7212	0,24	1,5798	0,625	0,7458	1,6	0,1880	3,4	0,02196
0,02	4,0284	0,26	1,5048	0,65	0,7159	1,7	0,1655	3,6	0,01750
0,03	3,6235	0,28	1,4360	0,675	0,6875	1,8	0,1459	3,8	0,01396
0,04	3,3365	0,30	1,3725	0,70	0,6605	1,9	0,1288	4,0	0,01116
0,05	3,1142	0,325	1,2994	0,725	0,6349	2,0	0,1139	4,25	0,008444
0,06	2,9329	0,35	1,2327	0,75	0,6106	2,1	0,1008	4,5	0,006400
0,07	2,7798	0,375	1,1713	0,80	0,5653	2,2	0,08927	4,75	0,004857
0,08	2,6475	0,40	1,1145	0,85	0,5242	2,3	0,07914	5,0	0,003691
0,09	2,5310	0,425	1,0619	0,90	0,4867	2,4	0,07022	5,25	0,002808
0,10	2,4271	0,45	1,0129	0,95	0,4524	2,5	0,06235	5,5	0,002139
0,12	2,2478	0,475	0,9672	1,0	0,4210	2,6	0,05540	5,75	0,001630
0,14	2,0972	0,50	0,9244	1,1	0,3656	2,7	0,04926	6,0	0,001244
0,16	1,9674	0,525	0,8843	1,2	0,3185	2,8	0,04382	6,5	0,0007259
0,18	1,8537	0,55	0,8466	1,3	0,2782	2,9	0,03901	7,0	0,0004248
0,20	1,7527	0,575	0,8110	1,4	0,2436	3,0	0,03474	7,5	0,0002492
0,22	1,6620	0,60	0,7775	1,5	0,2138	3,2	0,02760	8,0	0,0001465

Hinweis:

Mehrstellige Tabelle kann bei Bedarf beim Arbeitsverantwortlichen angefordert werden.

Tabelle 2 Brunnenfunktion $W = W(\sigma)$

σ	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0
$\cdot 10^0$	$2,19 \cdot 10^{-1}$	$4,9 \cdot 10^{-2}$	$1,3 \cdot 10^{-2}$	$3,8 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$3,6 \cdot 10^{-4}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$3,8 \cdot 10^{-5}$	$1,2 \cdot 10^{-5}$
$\cdot 10^{-1}$	1,82	1,22	0,91	0,70	0,56	0,45	0,37	0,31	0,26
$\cdot 10^{-2}$	4,04	3,35	2,96	2,68	2,47	2,30	2,15	2,03	1,92
$\cdot 10^{-3}$	6,33	5,64	5,23	4,95	4,73	4,54	4,39	4,26	4,14
$\cdot 10^{-4}$	8,63	7,94	7,53	7,25	7,02	6,84	6,69	6,55	6,44
$\cdot 10^{-5}$	10,94	10,24	9,84	9,55	9,33	9,14	8,69	8,86	8,74
$\cdot 10^{-6}$	13,24	12,55	12,14	11,85	11,63	11,45	11,29	11,16	11,04
$\cdot 10^{-7}$	15,54	14,85	14,44	14,15	13,93	13,75	13,60	13,46	13,34
$\cdot 10^{-8}$	17,84	17,15	16,74	16,46	16,23	16,05	15,90	15,76	15,65
$\cdot 10^{-9}$	20,15	19,45	19,05	18,76	18,54	18,35	18,20	18,07	17,95
$\cdot 10^{-10}$	22,45	21,76	21,35	21,06	20,84	20,66	20,50	20,37	20,25
$\cdot 10^{-11}$	24,75	24,06	23,65	23,36	23,14	22,96	22,81	22,67	22,55
$\cdot 10^{-12}$	27,05	26,36	25,96	25,67	25,44	25,26	25,11	24,97	24,86
$\cdot 10^{-13}$	29,36	28,66	28,26	27,97	27,75	27,56	27,41	27,28	27,16
$\cdot 10^{-14}$	31,66	30,97	30,56	30,27	30,05	29,87	29,71	29,58	29,46
$\cdot 10^{-15}$	33,96	33,27	32,86	32,58	32,35	32,17	32,02	31,88	31,76

Beispiel: für $\sigma = 4,0 \rightarrow W(\sigma) = 3,8 \cdot 10^{-3}$; für $\sigma = 3,0 \cdot 10^{-8} \rightarrow W(\sigma) = 16,74$

Graphik der Funktion $W = W(\sigma, r/B)$

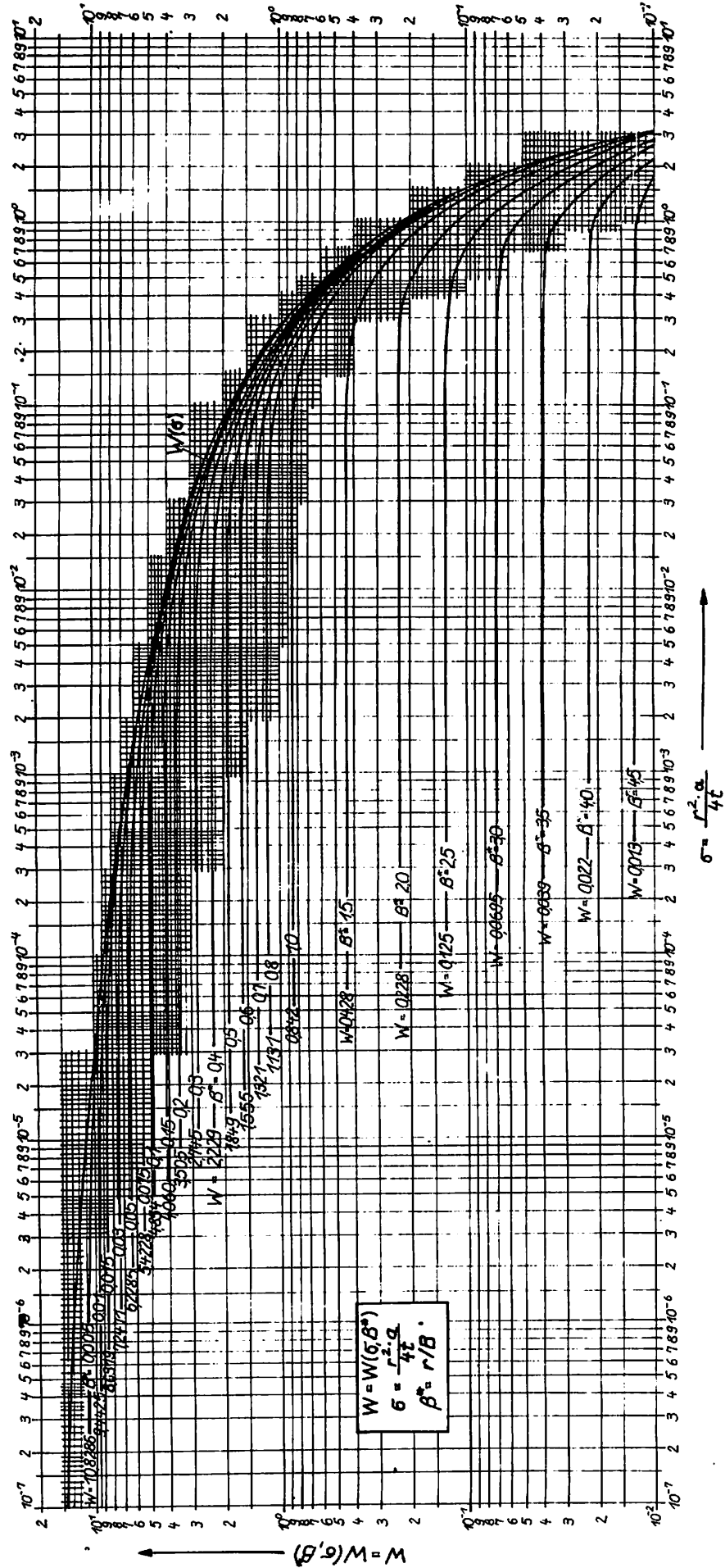


Bild 16

Graphik der Funktion $f = f(\frac{r}{r_K}, \beta)$

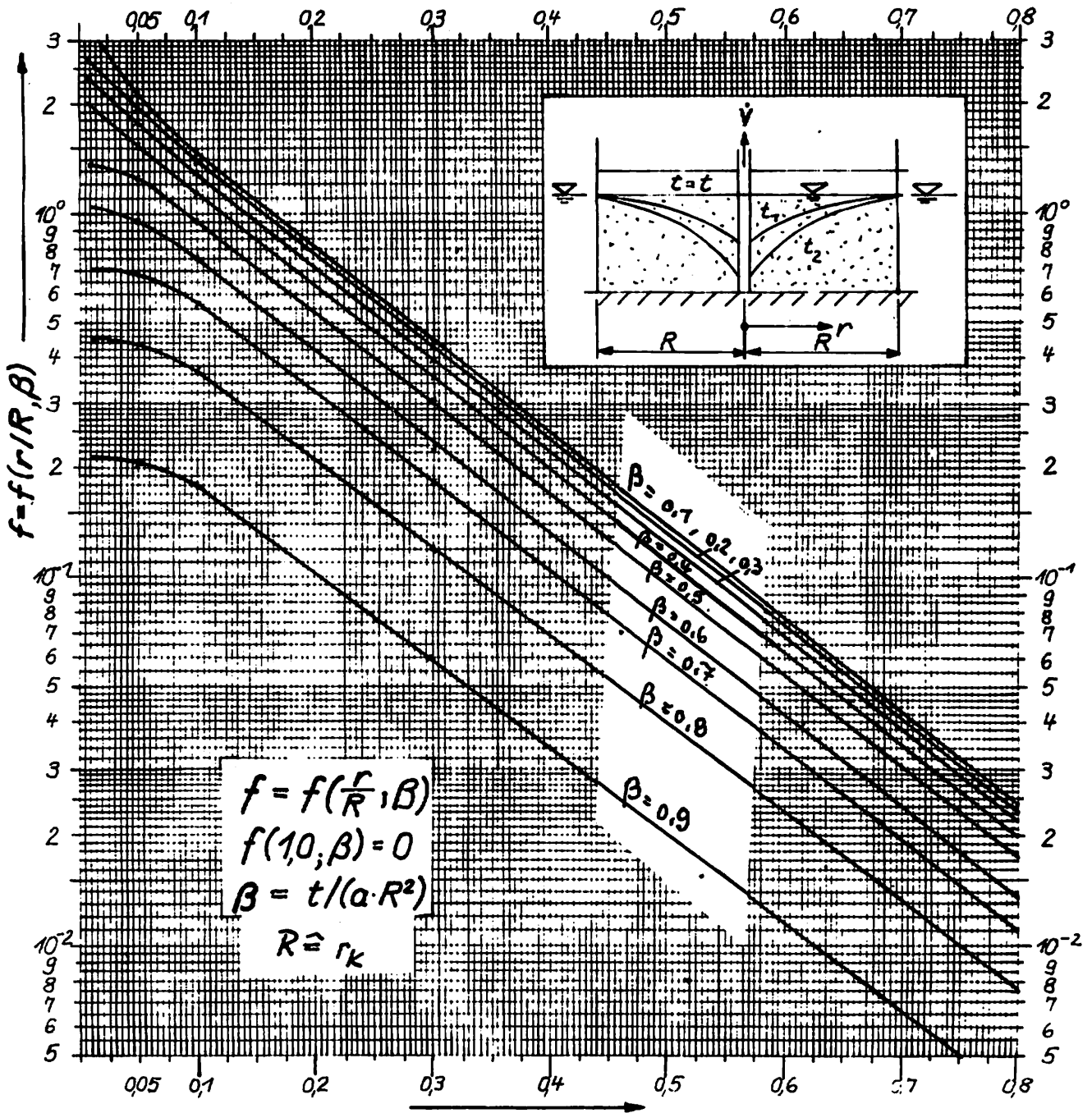


Bild 17

Graphik der Funktion $s = \frac{h(r_0)}{f \sqrt{V} k h^2(r_0) \cdot h(r_0)/r_0}$

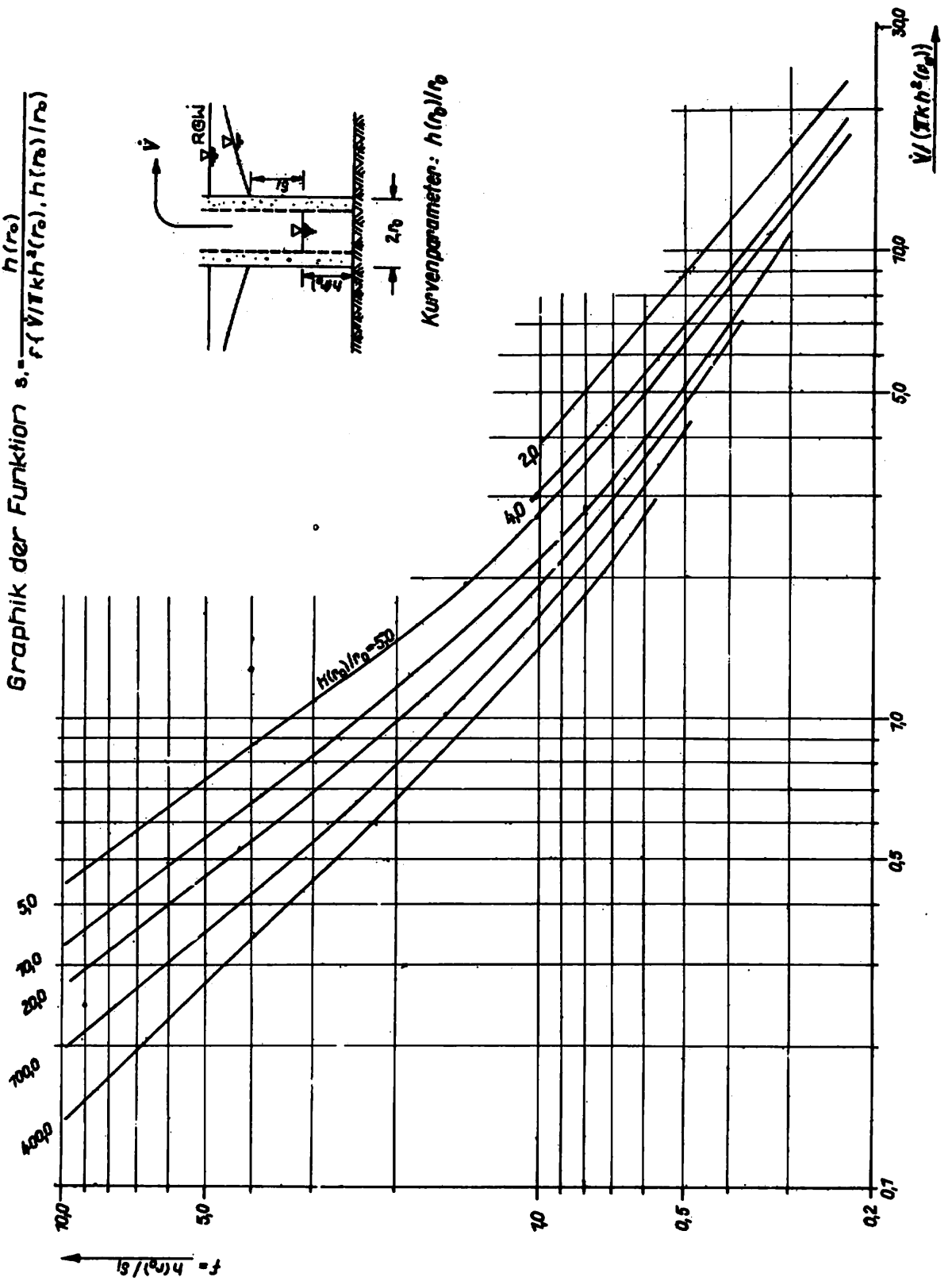
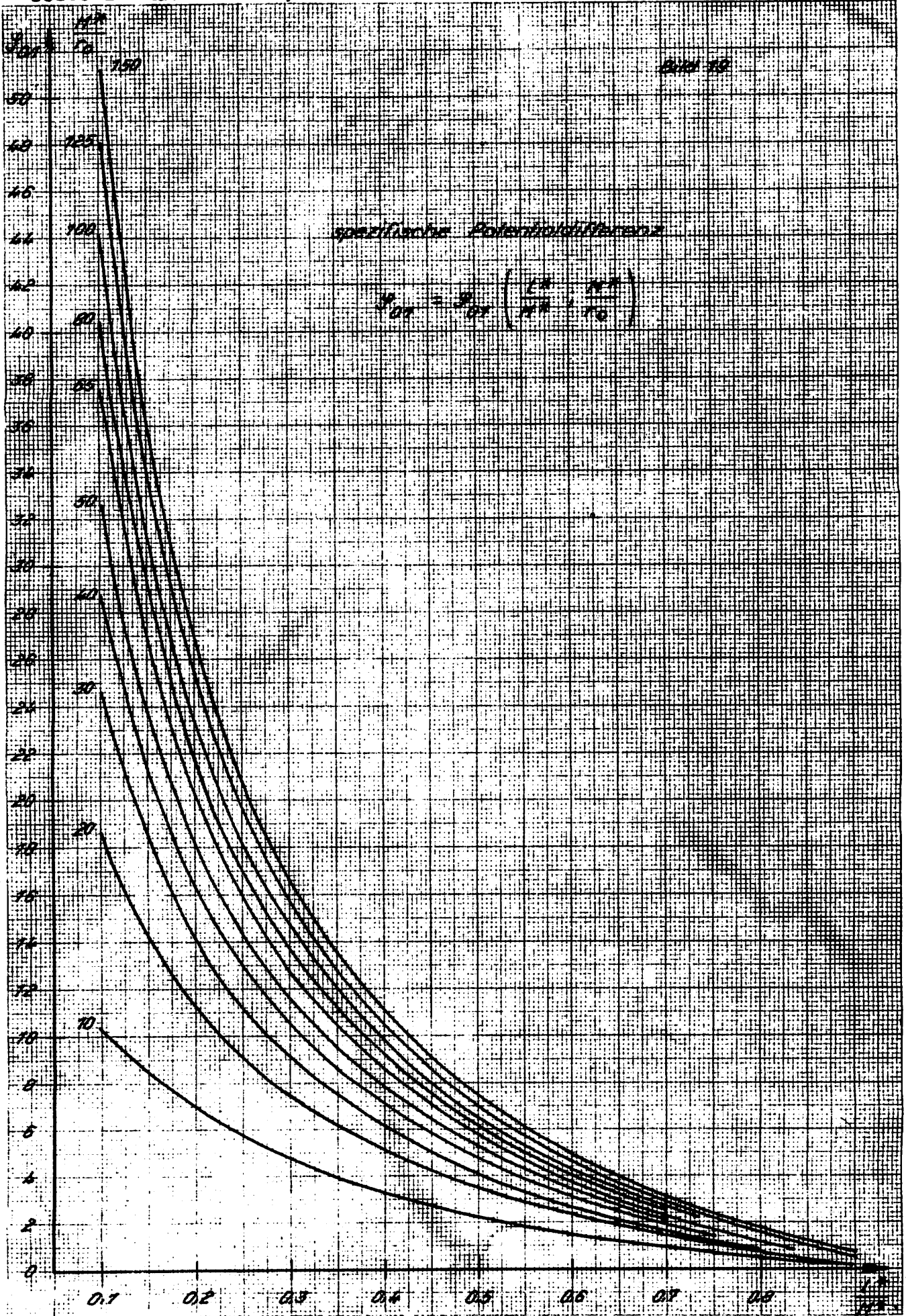
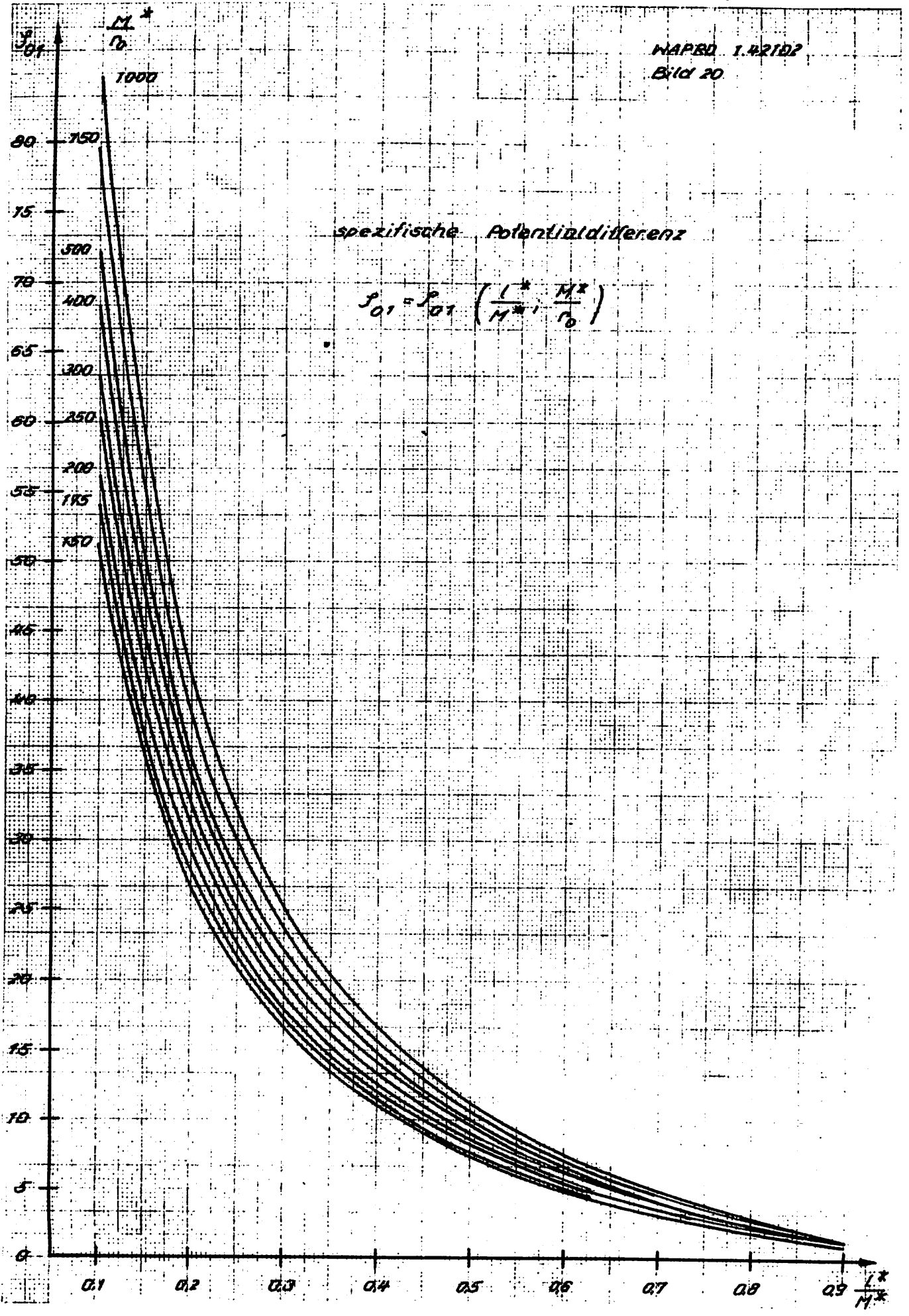


Bild 18



WAPRO 1.42/02

Bild 20



spezifische Potentialdifferenz

$$p_{01} = p_{01} \left(\frac{L^*}{M^*} + \frac{M^*}{\rho} \right)$$

Graphik für Hilfsgröße δ

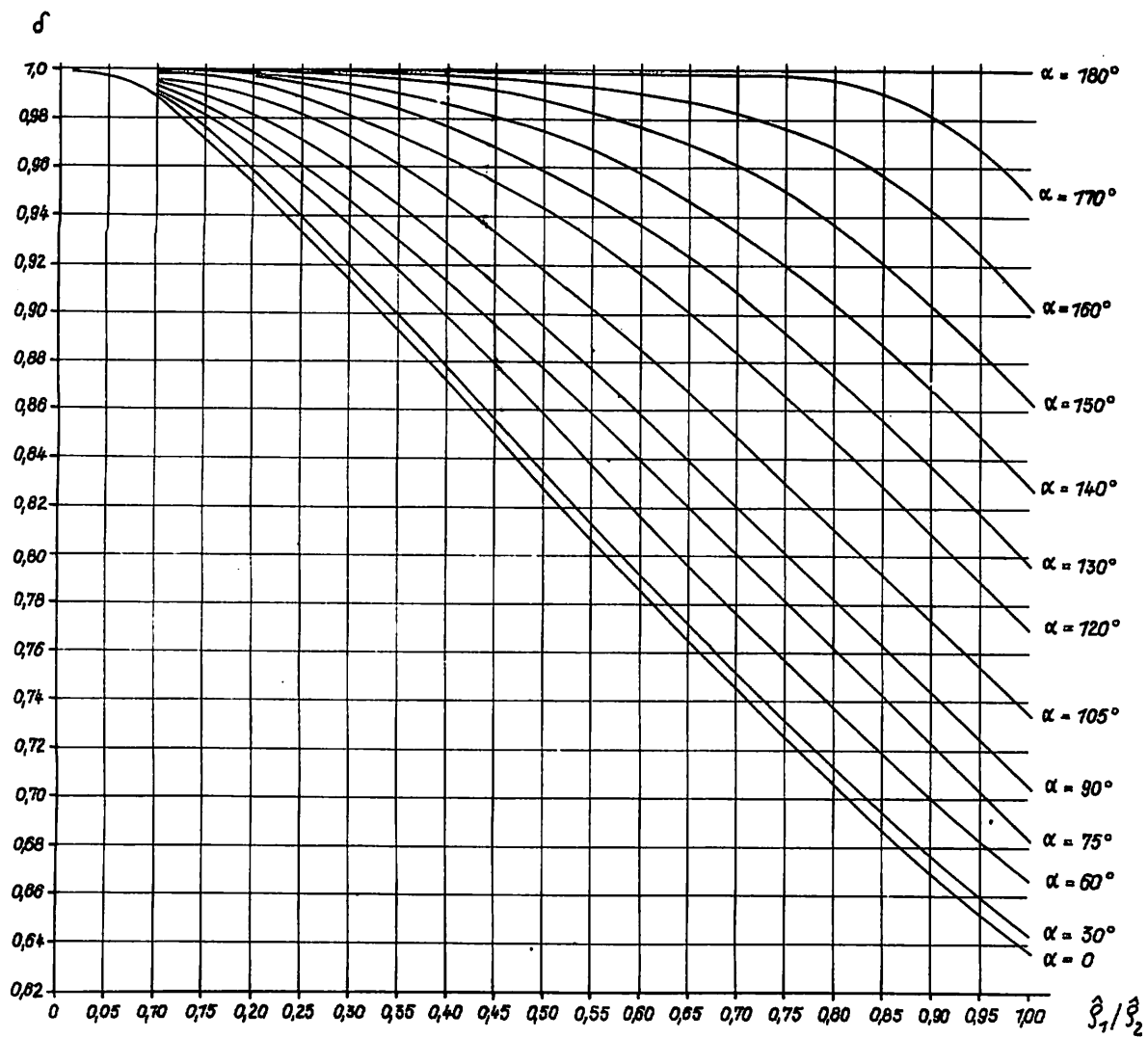


Bild 21